同期式能動防振支持の能動制振による安定化*

三橋 邦宏^{*1}, 則次 俊郎^{*2}, 和田 力^{*3}Stabilization of Synchronized Active Vibration Isolation
by Active Damping Control

Kunihiro MITSUHASHI, Toshiro NORITSUGU and Tsutomu WADA

This paper presents a stabilization method of synchronized active control for machinery vibration isolation. The stability of the synchronized vibration control can be lost when occurring changes in the vibration characteristics of the system. The stabilization is accomplished by active damping control using the actuators for isolation, which smoothes the curves of the transfer functions between the control signals and the residual vibrations. Three damping control methods are proposed: (1) Feedback of the velocity at the actuator upper part; (2) Feedback of the velocity at the actuator lower part; (3) Feedback of the integrated force through the isolator. For the typical modal models of vibration systems, the stabilization performances of these feedbacks are examined numerically, evaluating eigen values of the state transition matrix of the synchronized isolation control. The effectiveness of these methods is demonstrated experimentally, using a machinery model supported by 4 piezoelectric actuators. It is also found that the isolation effects are increased by the active damping control.

Key Words: Vibration Control, Forced Vibration, Stability, Isolation, Damping, Synchronized Control, Transfer Function

1. 緒 言

機械装置からその取付け構造物への振動伝搬の遮断方法として支持剛性が高く、しかも防振効果の大きい能動防振支持法が種々提案されている^{(1)~(3)}。これらの制御方法の内、同期制御法⁽⁴⁾⁽⁵⁾は制御系のモデル化や高速な演算装置を必要としないため、制御装置の実現が容易である。この方法は回転軸より取出した回転パルスに同期してアクチュエータを駆動し、機械が発生する回転数の整数倍周波数の振動を相殺するものである。

著者の一人⁽⁶⁾は油圧アクチュエータを用いた同期制御法による能動防振支持装置により、実際の船のディーゼル主機による船体の振動を20 dB低減することに成功している。しかし、実験段階において低周波数域で発振することがあった。著者ら⁽⁷⁾はこの発振の原因が防振支持のばね定数の変化などによる制御系の伝達関数の変化によるものであることを明らかにした。

本研究では、同期式能動防振支持に用いるアクチュ

エータとその近傍に設置したセンサを用いる能動制振⁽⁸⁾により、同期制御法のパラメータ変化に対するロバスト化の方法を提案する。この方法は能動制振の減衰効果を用いて、パラメータ変化に対する制御系の伝達関数の変化を小さくすることにより安定化させるものである。能動制振のフィードバック量として同期制御用アクチュエータの上部速度、下部速度および防振支持部の伝達力積分値を選び、これらを同期制御系に付加する。

まず、1自由度振動系において上記フィードバックが減衰力を増大させることを示し、次にモード座標においてフィードバックによる制振効果と同期制御系の安定化特性を調べる。最後に圧電アクチュエータを用いた能動防振支持の実験模型を用いて、上記フィードバックの付加による同期制御の安定化を実証する。

2. 同期式能動防振の安定化方法

図1に機械からその支持台への振動伝搬を遮断する能動防振支持のモデルを示す。アクチュエータ下部の弾性体はアクチュエータの追従できない高周波数成分を遮断するためのものであり、このモデルは従来の弾性支持による防振効果の上に、さらに能動防振の効果を追加する構造⁽³⁾⁽⁶⁾である。

* 原稿受付 平成4年6月18日。

^{*1} 正員, 三井造船(株) (〒706 玉野市玉3-1-1)。^{*2} 正員, 岡山大学工学部 (〒700 岡山市津島中3-1-1)。^{*3} 正員, 津山工業高等専門学校 (〒708 津山市沼24-1)。

2.1 同期式能動防振支持の安定性 機械装置の回転軸より回転パルスを取り出し、このパルスに同期した制御信号を作成し、回転数の整数倍の振動の支持台への伝搬を遮断する。図1のモデルにおいて、同期制御はアクチュエータ下部の変位 y_j を零にするようにアクチュエータの変位 u_j を制御する。ここではアクチュエータの変位と制御信号は等しいと考える。ある特定の角周波数 ω における制御信号 $u=[u_1, u_2, \dots, u_n]^T$ と残留振動 $y=[y_1, y_2, \dots, y_n]^T$ の関係は、

$$y[i]=Hu[i]+y[0] \quad (1)$$

となる。 y を零にする制御則は式(2)となる。

$$u[i+1]=u[i]-D^{-1}y[i] \quad (2)$$

ここで、 i は繰返し制御の i 番目であり、 H は u から y への伝達関数、 n は支持点の数である。 D は回転の基本周波数とその高次成分に対して、あらかじめ測定した伝達関数である。制御時には経年や温度変化により伝達関数測定時に比べて振動系の特性が変化して実際の伝達関数 H と制御に用いる伝達関数 D に差が生じ、これが原因で制御が不安定化することがある⁽⁷⁾。

式(1)、(2)より式(3)が得られる。

$$y[i+1]=Ay[i] \quad (3)$$

ここで、 $A=I-HD^{-1}$ 。安定判別は式(3)の状態遷移行列 A の固有値の絶対値によって行うことができ、1より大きいものがあると不安定になる。この不安定性は系の減衰力を増大して伝達関数を平滑化し、制御系のパラメータ変化による D と H の差を小さくすることにより安定化できることが想像される。通常、減衰力の増大は受動的ダンパによって行われるが、これは図1の支持ばねに並列に装着する必要があるため、高周波数域においてダンパを通した支持台への伝達力が増大する欠点がある。

2.2 能動制振方法 多点支持、多自由度系について考察する前に、ここでは図1において機械を1個

の質量、支持台を固定とした1自由度系に対して能動制振方法を検討する。運動方程式は以下となる。

$$m\ddot{x}_s+c_2\dot{y}+k_2y=G \quad (4)$$

$$y=x_s-u \quad (5)$$

ただし、 m は機械の質量、 G は機械の発生する起振力、 k_2, c_2 はそれぞれ支持用弾性体のばね定数とその減衰係数、 x_s はアクチュエータ上部の変位である。

式(4)、(5)より、

$$m\ddot{x}_s+c_2(\dot{x}_s-\dot{u})-k_2u+k_2x_s=G \quad (6)$$

式(6)における $-k_2u$ を減衰力とするためにアクチュエータ上部速度 $\dot{x}_s$ を、

$$u=-e\dot{x}_s \quad (7)$$

とフィードバックすることによって x_s に減衰力が付加される。ここで、 e はフィードバックゲイン。支持台を固定とした多点支持系における式(7)のフィードバックは、 c_2 を無視するとアクチュエータとセンサが同位置に配置された直接速度フィードバック⁽⁹⁾となる。

また、式(4)は以下のようにも変形される。

$$m\ddot{y}+m\ddot{u}+c_2\dot{y}+k_2y=G \quad (8)$$

単にアクチュエータ下部速度 $\dot{y}$ を

$$u=-e\dot{y} \quad (9)$$

とフィードバックした場合、特性方程式が、

$$-ems^3+ms^2+c_2s+k_2=0 \quad (10)$$

となり、 s^3 の係数が負で不安定になる。そこで安定化のため遮断周波数 ω_L の1次ローパスフィルタ $\omega_L/(s+\omega_L)$ をフィードバック系に付加すると特性方程式が、

$$m(1-e\omega_L)s^3+(c_2+m\omega_L)s^2+(k_2+c_2\omega_L)s+k_2\omega_L=0 \quad (11)$$

となる。これは $0 < e\omega_L < 1$ において安定となり、系の減衰力を増大させる。この方法は同期制御の残留振動検出用加速度センサと能動制振用の加速度センサが兼用できる利点がある。

式(8)において $\ddot{u}=e\dot{y}$ とすることにより y に減衰力を与えることができる。伝達力は c_2 を無視すると $F=-k_2y$ であるため、この制御は式(12)に示す伝達力の積分値のフィードバックに等しい。

$$u=-e/k_2 \int Fdt \quad (12)$$

3. 能動制振系の運動方程式

能動制振による同期制御の安定化特性を調べるため、以下に系の運動方程式を導く。

3.1 アクチュエータによる作用力 アクチュエータは油空圧、電磁力、圧電効果などによって力を発生し変位する。そこで、アクチュエータを内部にばね

図1 能動防振支持系

k_1 を持ち、力 f を発生する図 1 のようなモデルとする。 c_2 を無視したアクチュエータ下部における力の釣合式は、

$$y = x(x_s - u + k_2/k_1 z_s) \cdots \cdots (13)$$

$$x = k_1/(k_1 + k_2), u = f/k_1$$

となる。ここで、 z_s は支持台の取付け部変位である。支持部から機械への力 F は式(13)を用い、再び c_2 を考慮すると式(14)となる。

$$F = xc_2(-\dot{x}_s + \dot{u} + \dot{z}_s) + xk_2(-x_s + u + z_s) \cdots \cdots (14)$$

油圧アクチュエータや後述する 6 章の実験に用いた圧電セラミックアクチュエータではアクチュエータ自体の剛性 k_1 は弾性支持のばね定数 k_2 に比べて大きく $x=1$ と仮定できる。このとき u はアクチュエータの変位を表し、式(13)は式(5)に一致する。

3.2 振動系のモード座標表現 機械側に関して能動防振支持系の運動方程式は式(14)を用いて、

$$\begin{aligned} & \begin{bmatrix} M_{11} & M_{12} \\ M_{21} & M_{22} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \ddot{x}_f \\ \ddot{x}_s \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} C_{11} & C_{12} \\ C_{21} & C_{22} + C_2 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \dot{x}_f \\ \dot{x}_s \end{Bmatrix} \\ & + \begin{bmatrix} K_{11} & K_{12} \\ K_{21} & K_{22} + K_2 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} x_f \\ x_s \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} G \\ 0 \end{Bmatrix} + \begin{Bmatrix} 0 \\ C_2 \end{Bmatrix} \dot{u} \\ & + \begin{Bmatrix} 0 \\ C_2 \end{Bmatrix} u + \begin{Bmatrix} 0 \\ C_2 \end{Bmatrix} \dot{z}_s + \begin{Bmatrix} 0 \\ K_2 \end{Bmatrix} z_s \cdots \cdots (15) \end{aligned}$$

となる。ここで、 M_{ij} , C_{ij} および K_{ij} はそれぞれ機械の質量、減衰および剛性行列、 $K_2 = \text{diag}[k_2, \dots, k_2]$, $C_2 = \text{diag}[c_2, \dots, c_2]$, $x_s = [x_{s1}, x_{s2}, \dots, x_{sn}]^T$, $z_s = [z_{s1}, z_{s2}, \dots, z_{sn}]^T$, x_f は機械の支持点以外の変位、 $\text{diag}[\]$ は $[\]$ 内の値を対角要素とする行列。式(15)の左辺の減衰項を無視し、右辺=0とした式の質量に関して正規化した固有モードを用いて機械の変位を、

$$[x_f, x_s]^T = [\Psi, V]^T q \cdots \cdots (16)$$

と表現する。 r 次モードに関する運動方程式は、

$$\begin{aligned} & \ddot{q}_r + 2\zeta_r \omega_r \dot{q}_r + \omega_r^2 q_r = \Psi_r^T G + V_r^T C_2 \dot{u} \\ & + V_r^T K_2 u + V_r^T C_2 \dot{z}_s + V_r^T K_2 z_s \cdots \cdots (17) \end{aligned}$$

となる。ここで、 ω_r は r 次の固有角振動数、 Ψ_r , V_r および q_r はそれぞれ r 次の支持点以外の固有モード、支持点の固有モードおよびモード座標である。

支持台の支持点以外の変位を z_f とすれば、支持台側の運動方程式は以下となる。

$$\begin{aligned} & \begin{bmatrix} M'_{11} & M'_{12} \\ M'_{21} & M'_{22} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \ddot{z}_f \\ \ddot{z}_s \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} C'_{11} & C'_{12} \\ C'_{21} & C'_{22} + C_2 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \dot{z}_f \\ \dot{z}_s \end{Bmatrix} \\ & + \begin{bmatrix} K'_{11} & K'_{12} \\ K'_{21} & K'_{22} + K_2 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} z_f \\ z_s \end{Bmatrix} = - \begin{Bmatrix} 0 \\ C_2 \end{Bmatrix} \dot{u} \\ & - \begin{Bmatrix} 0 \\ C_2 \end{Bmatrix} u + \begin{Bmatrix} 0 \\ C_2 \end{Bmatrix} \dot{x}_s + \begin{Bmatrix} 0 \\ K_2 \end{Bmatrix} x_s \cdots \cdots (18) \end{aligned}$$

ここで、 M'_{ij} , C'_{ij} および K'_{ij} はそれぞれ支持台の質量、

減衰および剛性行列である。式(18)において減衰項を無視し、右辺=0とした式の固有モードを用いて支持台の変位を以下のように表現すると、

$$[z_f, z_s]^T = [\Phi, W]^T p \cdots \cdots (19)$$

t 次モードに関する運動方程式は式(20)となる。

$$\begin{aligned} & \ddot{p}_t + 2\zeta_t \omega_t \dot{p}_t + \omega_t^2 p_t = -W_t^T C_2 \dot{u} \\ & - W_t^T K_2 u + W_t^T C_2 \dot{x}_s + W_t^T K_2 x_s \cdots \cdots (20) \end{aligned}$$

ここで、 ω_t , Φ_t , W_t および p_t はそれぞれ t 次の固有角振動数、支持点以外の固有モード、支持点の固有モードおよびモード座標である。 k_2 , c_2 による機械と支持台の結合は弱く、機械は r 次の固有モード、支持台は t 次の固有モードが卓越して振動すると仮定すると、

$$x_s = V_r q_r, y = V_r y, u = V_r u, z_s = W_t p_t \cdots \cdots (21)$$

とおける。式(21)を式(17), (20)に代入して以下の機械・支持台連成系の運動方程式が得られる。

$$\begin{aligned} & \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \ddot{q}_r \\ \ddot{p}_t \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} 2\zeta_r \omega_r & -\xi\beta \\ -\xi\beta & 2\zeta_t \omega_t \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \dot{q}_r \\ \dot{p}_t \end{Bmatrix} \\ & + \begin{bmatrix} \omega_r^2 & -\beta \\ -\beta & \omega_t^2 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} q_r \\ p_t \end{Bmatrix} \\ & = \begin{Bmatrix} \xi\alpha \\ -\xi\beta \end{Bmatrix} \dot{u} + \begin{Bmatrix} \alpha \\ -\beta \end{Bmatrix} u + \begin{Bmatrix} g_r \\ 0 \end{Bmatrix} \cdots \cdots (22) \end{aligned}$$

ここで、 $\xi = c_2/k_2$, $\alpha = k_2 V_r^T V_r$, $\beta = k_2 V_r^T W_t$, $g_r = \Psi_r^T G$ である。

3.3 アクチュエータ上部速度フィードバック

同期制御信号を u_c , フィードバック信号を u_f とし、

$$u = u_c + u_f \cdots \cdots (23)$$

と表す。時間に関して $\tau = \omega_r t$ とし、 $\dot{x} = dx/dt = \omega_r dx/d\tau = \omega_r \dot{x}$ なる τ に関する微分を用いて時間に関する無次元化を行う。状態量を $X = [q_r, p_t, u_f]^T$ とすると、式(22)は以下ようになる。

$$M_u \ddot{X} + C_u \dot{X} + K_u X = C_{cu} \dot{u}_c + K_{cu} u_c + g \cdots \cdots (24)$$

ここで、

$$M_u = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}, C_u = \begin{bmatrix} 2\zeta_r & -\eta\delta^2 & -\eta\gamma^2 \\ -\eta\delta^2 & 2\zeta_t\sigma_t & \eta\delta^2 \end{bmatrix}$$

$$K_u = \begin{bmatrix} 1 & -\delta^2 & -\gamma^2 \\ -\delta^2 & \sigma_t^2 & \delta^2 \end{bmatrix}$$

$$C_{cu} = [\eta\gamma^2, -\eta\delta^2]^T, K_{cu} = [\gamma^2, -\delta^2]^T$$

$$g = [g_r/\omega_r^2, 0]^T, \gamma^2 = \alpha/\omega_r^2$$

$$\delta^2 = \beta/\omega_r^2, \sigma_t = \omega_t/\omega_r, \eta = \xi\omega_r$$

式(7)のフィードバックはモード座標では式(25)となる。

$$u_f = -e \dot{q}_r \cdots \cdots (25)$$

式(25)を式(24)に代入して、制御系の運動方程式が得られる。ところで、式(25)のフィードバックを式(21)の関係を用いて式(5)に代入すると、

$$y = q_r + e\dot{q}_r = (1 + j\omega e)q_r \quad \dots\dots\dots (26)$$

となり、残留振動 y が周波数とともに増大する。そこで、高周波数域のフィードバック信号を除去するためにローパスフィルタ（以後 LPF と略す）を挿入する。2 次バターワース LPF を式(25)に付加すると、

$$[0, 0, 1]\ddot{X} + [\varepsilon\sigma_L^2, 0, \sqrt{2}\sigma_L]\dot{X} + [0, 0, \sigma_L^2]X = 0 \quad \dots\dots\dots (27)$$

となる。ここで、 $\varepsilon = e\omega_r$, $\sigma_L = \omega_L/\omega_r$ である。式(24)と式(27)を連立したものが系の運動方程式となる。

3.4 アクチュエータ下部速度フィードバック

式(24)に $q_r = y + u$ を代入すると、

$$M_L\ddot{Y} + C_L\dot{Y} + K_L Y = M_{cl}\ddot{u}_c + C_{cl}\dot{u}_c + K_{cl}u_c + g \quad \dots\dots\dots (28)$$

となる。ここで、

$$M_L = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

$$C_L = \begin{bmatrix} 2\zeta_r & -\eta\delta^2 & 2\zeta_r - \eta\gamma^2 \\ -\eta\delta^2 & 2\zeta_t\sigma_t & 0 \end{bmatrix}$$

$$K_L = \begin{bmatrix} 1 & -\delta^2 & 1 - \gamma^2 \\ -\delta^2 & \sigma_t^2 & 0 \end{bmatrix}$$

$$M_{cl} = [-1, 0]^T, C_{cl} = [\eta\gamma^2 - 2\zeta_r, 0]^T$$

$$K_{cl} = [r^2 - 1, 0]^T, Y = [y, \dot{p}_t, u_r]^T$$

安定化のために 1 次 LPF を挿入した $\dot{y}$ フィードバックの方程式は式(29)となる。

$$[\varepsilon\sigma_L, 0, 1]\dot{Y} + [0, 0, \sigma_L]Y = 0 \quad \dots\dots\dots (29)$$

3.5 伝達力積分値フィードバック 式(12)に式(14)を代入し、さらに式(21)の関係をを用いると、

$$[-\varepsilon\eta, \varepsilon\eta\beta/\alpha, 1]\dot{Y} + [-\varepsilon, \varepsilon\beta/\alpha, 0]Y = 0 \quad \dots\dots\dots (30)$$

となる。ただし、 $\varepsilon = e/\omega_r$ である。

4. 能動制振効果

4.1 数値計算モデル h 個の大きさ m の質量で振動系が構成されており、固有モードの各質量部での平均値が v であるとき、質量に関する正規化により、

$$v^2 = 1/(hm) \quad \dots\dots\dots (31)$$

となる。支持点 (n 個) のモード値が振動系の平均値に等しいと仮定すると式(31)より機械の r 次に関して、

$$V_r^T V_r = n v_r^2 = n/M_r \quad \dots\dots\dots (32)$$

が成立する。式(32)より以下の関係式が得られる。

$$\gamma^2 = k_2 V_r^T V_r / \omega_r^2 = n k_2 / K_r \quad \dots\dots\dots (33)$$

$$\delta^2 / \gamma^2 = \beta / \alpha = |w_t / v_r| = \sqrt{M_r / M_t} \quad \dots\dots\dots (34)$$

$$\sigma_t = \omega_t / \omega_r = \sqrt{M_r / M_t} \sqrt{K_t / K_r} \quad \dots\dots\dots (35)$$

ここで、 v_r は機械の r 次のモード値の平均値、 M_r , K_r は $\omega_r^2 = K_r / M_r$ とする機械の r 次固有振動の等価質量と等価ばね、 w_t は支持台の t 次のモード値の平

均値、 M_t , K_t は $\omega_t^2 = K_t / M_t$ とする支持台の t 次固有振動の等価質量と等価ばね。

数値計算モデルの γ^2 , δ^2 , σ_t 値を表 1 に示す。式(33)より γ^2 は r 次固有振動の等価ばねに対する支持ばね合計値の比であることがわかる。6 章、表 2 の実験装置に対する計算値は高次振動ほど γ^2 が小さくなり、支持ばね剛性の高次振動に対する寄与が小さくなることを示している。同期制御の不安定は低次の固有振動で発生することから¹⁷⁾、表 2 より $\gamma^2 = 0.8$ とした。式(24)から δ^2 は支持台振動の全体振動への影響度合を表していることがわかるが、これは式(34)より支持台の質量が大きいき小くなる。そこで、 M_t と M_r の大小関係より計算モデルを 3 ケースに分類した。式(18)で定義した支持台側の振動系は k_2 を含むので K_t は K_r より大きく、式(34), (35)から $\sigma_t > \delta^2 / \gamma^2$ となる。

4.2 制振効果とフィードバックの安定性 表 1

の計算モデルにおいて、 ε を 0 から 2.0 まで変化した場合のアクチュエータ上部速度フィードバック [式(24), (25)の連成系] および伝達力積分値のフィードバック [式(28), (30)の連成系] による典型的な根軌跡を図 2 に示す。共役根は片方のみを示す。式(24)に式(25)を代入した式における速度比例項による散逸パワー $\Pi^{(9)}$ は、

$$\Pi = [Q, P] \begin{bmatrix} \eta + \varepsilon\gamma^2 & -\eta\delta^2 \\ -\delta^2(\eta + \varepsilon) & \eta\sigma_t \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} Q \\ P \end{Bmatrix}$$

$$= Q^2 \{ \eta + \eta\alpha(\sigma_t a - 2\delta^2) + \varepsilon(\gamma^2 - \delta^2 a) \} \quad \dots\dots\dots (36)$$

となる。ただし、 $a = P/Q$, P , Q はそれぞれ $\dot{p}_t$ と $\dot{q}_r$ の振幅であり、 $2\zeta_r = 2\zeta_t = \eta$ と仮定した。式(36)の最後の項から $\gamma^2 < \delta^2 a$ のとき、 ε の増大によって減衰力が減少することがわかる。図 2 (a) の $\dot{x}$ フィードバックでの支持台側の根 (式(18)の振動が卓越する虚部が σ_t に近い根、図中の□部) は、この場合に相当し、 ε の増大によって実数部が増大し、 $\varepsilon = 2$ では正になっている。式(24)の固有値問題で支持台側の根を σ_t と近似す

表 1 数値計算モデル

Model	Relation	γ^2	δ^2	σ_t
	$M_t = 20 M_r$	0.8	0.179	0.3
	$K_t > K_r$	0.8	0.179	1.2
		0.8	0.179	3.0
	$M_t = M_r$	0.8	0.8	1.2
	$K_t > K_r$	0.8	0.8	3.0
		0.8	0.8	6.0
	$M_t = M_r/8$	0.8	2.26	3.0
	$K_t > K_r$	0.8	2.26	6.0
$\eta = 0.02, \quad \zeta_r = 0.01, \quad \zeta_t = 0.01$				

ると、 $a=(1-\sigma_t^2)/\delta^2$ が得られ、式(36)の ε の係数が正となる条件が $\gamma^2 + \sigma_t^2 > 1$ となる。これより表 1 では最上行のモデルだけが ε の増大によって不安定となることがわかるが、このように支持台の剛性が低い場合は実際の装置では少ないと考えられる。

最上行以外の表 1 のすべての計算モデルでは、図 2 (b) に示したモデルの場合のように支持台側の根と機械側の根(式(15)の振動が卓越する虚部が 1 に近い根)の実数部が負に増大し、制振効果がフィードバックによって高められることがわかった。

2 次 LPF を挿入した $\dot{x}_s$ フィードバックにおいて、 $1/\sigma_L$ を 0.3~3.0 まで変化させた場合の機械側の根の軌跡を図 3 に示す。ただし、 $\sigma_t=3.0$ とした。同図より $1/\sigma_L = \omega_r/\omega_L$ が 1.0~3.0 の間で ε と γ^2 の増大によって不安定になることがわかる。表 2 によると γ^2 は高周波数で小さくなるため、この不安定は遮断周波数

ω_L を高く設定することによって回避できる。

図 4 はアクチュエータ下部速度の 1 次 LPF 付きフィードバックにおける根軌跡である。図 4 (a) は $1/\sigma_L$ を 0.3~3.0 まで変化させた場合の機械側の根であり、図 4 (b) はフィードバックによる実軸上の根の逆数値である。この結果より、機械側の根は ε によって実数部が負に大きくなり、かつ σ_L の変化によって不安定にならないが、実軸上の根は $\varepsilon\sigma_L > 1.0$ で不安定となることがわかる。 $\dot{y}$ フィードバックの場合にも、表 1 の最上行の計算モデルだけにおいて、支持台側の根に図 2 (a) と同様な減衰力の低減が起こった。

5. 能動制振による同期制御の安定化特性

5.1 伝達関数の特徴 表 1 の代表例としての $\gamma^2 = 0.8$, $\delta^2 = 0.8$, $\sigma_t = 1.2$ の場合について、3 章の運動方程式を用いて同期制御信号 u_c から残留振動 y への伝達関数を求め、図 5 に示した。フィードバックなしにおいては機械と支持台による 2 個の共振周波数と 2 個の反共振周波数付近において位相が急激に変動している。したがって、同期制御のパラメータ変化による不

図 2 $\dot{x}_s$ と $\int F dt$ のフィードバックの根軌跡

図 3 2 次 LPF 付き $\dot{x}_s$ フィードバックの根軌跡

図 4 1 次 LPF 付き $\dot{y}$ フィードバックの根軌跡

図 5 伝達関数 y/u_c

図 6 複数組固有値系における伝達関数 y/u_c

安定がこの4箇所の周波数近傍で発生することが推定される。一方能動制振したものは共振周波数において振幅が減衰し、位相が滑らかになっている。しかし、反共振での変化は小さい。これは、式(28)で考えると、一つの反共振は右辺の零点、もう一方は左辺の二行目の式によって生じる零点であり、これらがフィードバック u_f に関係しないからである。図5から反共振は位相が -90 度となる実数部の極小化により起こっていることがわかる。また、フィードバックにより、位相は 0 度と -180 度から離れ、伝達関数の虚数部が増大している。このため、複数組の固有振動が存在する実際の振動系では、ほかの組の固有振動による虚数部が反共振部に加算され、フィードバックにより反共振部も平滑化されることが推定される。そこで、3組の固有振動を重ね合せた場合の伝達関数を図6に示したが、能動制振により反共振部も振幅と位相が平滑化されている。

5・2 同期制御の安定性 支持用弾性体のばね定数の変化によって、固有振動数が5%変化したことを想定した同期制御の安定判別を行う。判別はある周波数の伝達関数 D と、その周波数を5%増大させたときの伝達関数 H より式(3)の A を求め、 A の固有値(この場合は絶対値)により行う。図5の伝達関数に対応するケースの安定性を図7に示す。能動制振によって2個の共振周波数近傍の不安定は安定化されるが、2個の反共振周波数近傍の不安定は安定化されていない。

図7 同期制御の安定性

図8 複数組固有値系における同期制御の安定性

図8は3組の固有値がある場合であるが、図6において能動制振により反共振部も平滑化されたことに対応して、反共振周波数近傍の不安定も安定化されている。

6. 実験

6・1 実験装置 実験装置を図9に示す。機械本体は鋼板でモデル化した。4箇所の支持部の下に圧電アクチュエータと防振ゴムを順に取付け、支持台に結合する。加速度センサを圧電アクチュエータの上部と下部に取付け、さらにアクチュエータと防振ゴムの間に力センサとして圧電体を挿入した。また、質量付きの圧電アクチュエータを真ちゅう棒により機械からつり

表2 固有振動数 f_r と γ^2 のモデルによる計算値

f_r [Hz]	γ^2	f_r [Hz]	γ^2
55.0	0.72	300.5	0.28
79.9	0.78	317.0	0.22
126.7	0.93	405.4	0.08
288.5	0.33

図9 実験装置

図10 制御回路

下げ、これによって機械の起振力を発生させる。2個
つり下げているが実験では図中のA側を作動させた。

支持台を固定とした実験装置の計算による固有振
数と γ^2 値を表2に示した。計算は機械を上下の並進と
X, Y 軸に関する回転の3自由度とし、4箇所の支持
部のばねをばね、アクチュエータを質量とする合計7
自由度モデルにより行った。

制御回路を図10に示す。水晶発振器の出力信号を計
数回路により1回転に1回のパルスとA/D, D/A変
換器用サンプリングパルスを作成し、実装置において
機械の回転軸に取付けるロータリーエンコーダの出力
を模擬する。D/A変換器の1チャンネルは起振機Aに
起振信号を送り、他の4チャンネルは制御信号を出力
する。A/D, D/A変換は1回転を単位として行う。

フィードバック回路はオペアンプにより製作した積
分回路、LPFおよび加算器からなっている。

6.2 アクチュエータ上部速度フィードバック

機械の起振力を作用させたときの残留振動の応答特性
を図11に示す。本図より、上部速度フィードバックの
能動制振により周波数特性は平滑化されるが高周波数
の残留振動が増大することがわかる。これは式(26)に
対応している。また、この高周波数での増大はLPFに

図11 上部速度フィードバックの応答特性

図12 伝達関数 H

によって抑えることができることがわかる。

図12は伝達関数 H の成分 h_{ij} であるが、能動制振
によって振幅・位相ともに平滑化されている。

図13に実験装置における同期式能動防振制御結果
の例を示す。式(2)により制御信号を繰返し改良する
ことにより逐次振幅が低減している。制御が不安定な
場合はこの繰返しによって振幅が増大する。

防振支持用弾性体のばね定数が伝達関数 D を測定
した時点より小さくなり、振動系の固有振動数が下が
った場合を図14の破線のように想定すると、これは
変化のない振動系では制御周波数より低い周波数にお
ける伝達関数 D を用いて制御することに相当する。そ
こで、測定した伝達関数 D の周波数よりも Δf だけ高
い周波数を制御して同期制御のロバスト安定性を試験
した。

図15に上部速度フィードバックによる収束性を示
す。収束性を図13に示すような制御を3回繰返したと

(a) 制御なし (b) 1回目 (c) 2回目
($\dot{y}_1, 53 \text{ Hz}$, フィードバックなし)

図13 同期制御による残留振動の低減

図14 収束性の実験方法

図15 $\dot{x}_s$ フィードバックによる収束性

きの低減量の1回当たりの平均値で表現した。これらの値は4箇所の支持点の中で最も収束性の悪い支持点のものである。試験周波数は伝達関数の共振、反共振およびスペクトルの平坦な部分とし、図14に示すように Δf の変化によってこれらの周波数をほぼ等分に横切る周波数とした。図15よりフィードバックのない場合には共振(図中の黒塗り記号)と反共振(中抜きの記号、中抜きには平坦な部も含む)の両周波数において不安定が起こるが、フィードバックにより安定性が高められることがわかる。 $\Delta f=0$ では10 dB以上低減している。

図16に遮断周波数188 Hzの2次LPFを挿入した場合の収束性を示す。遮断周波数近くの周波数では図15のフィードバックなしよりも不安定性が強くなっており、LPFの遮断周波数は同期制御の制御周波数領域より高くする必要があることがわかる。

6.3 アクチュエータ下部速度フィードバック

図16に下部速度フィードバックによる収束性を示す。 $\dot{y}$ フィードバックが同期制御の安定性を高めていることがわかる。しかし、ゲイン e は発振のため、実験校正値で0.0005までしか上げられなかった。この値は、制御回路のLPFの設計遮断周波数400 Hzでの $\varepsilon\sigma_L=1$ による $e=0.0004$ と大略一致している。このことより、この制御が $\varepsilon\sigma_L>1$ で安定となることが実証された。

6.4 伝達力積分値フィードバック

機械の起振力を作用させたときの残留振動の応答特性を図17に示す。このフィードバックにより低次固有振動の残留振動が低減している。そこで、伝達力積分値フィードバックを作動させた状態において、 $\Delta f=0$ で同期制御を3回繰返したときの振幅値を同図に記入した。これより、同期式能動防振支持と能動制振を組合せることにより、低次の固有振動に対して非常に大きな振動遮断効果が得られることがわかる。

図16 $\ddot{x}_s$ と $\dot{y}$ フィードバックによる収束性

図18に伝達力積分値フィードバックによる収束性を示す。図15のフィードバックなしにおける不安定部分が安定化している。

以上の実験結果より、アクチュエータ近傍のセンサ信号のフィードバックによる能動制振によって、同期制御における共振周波数近傍と反共振周波数近傍の不安定をともに安定化できることが実証された。

7. 結 言

同期式能動防振支持のロバスト安定化のために、同期制御用のアクチュエータ自体による制振方法を提案し、理論と実験により、その有効性を確認した。

以下に本研究で得られた結果をまとめる。

- (1) アクチュエータ上部速度、下部速度および伝達力積分値のいずれのフィードバックによる能動制振法も、振動系の減衰力を増大させ、振動系のパラメータ変化に対する同期制御の安定性を高めることができる。
- (2) アクチュエータ上部速度のフィードバックの高周波数における伝達力の増大はローパスフィルタの挿入によって抑えることができる。
- (3) アクチュエータ下部速度のフィードバックの不安定はローパスフィルタの挿入によって安定化できる。
- (4) 本研究で提案した能動制振法はいずれも系の共振周波数付近の振動を低減させ、同期制御と組合

図17 $\int F dt$ フィードバックの応答特性

図18 $\int F dt$ フィードバックによる収束性

た防振効果を増大させる。

最後に、本研究の実施に協力いただいた岡山大学大学院学生 西陽一氏に謝意を表する。

文 献

- (1) Nelson, P. A., Jenkins, M. D. and Elliott, S. J., *NOISE-CON 87 Proc.*, (1987), 425.
- (2) von Flotow, A. H., *Proc. 27th IEEE Conf. on Decision and Control*, (1988), 2029.
- (3) Watters, B. G., ほか 3 名, *Proc. 27th IEEE Conf. on Decision and Control*, (1988), 2033.
- (4) Smith, R. A. and Chaplin, G. B. B., *Inter-Noise 83 Proc.*, (1983), 403.
- (5) 本田・松久・佐藤, 機論, 57-534, C(1991), 539.
- (6) Mitsuhashi, K., ほか 5 名, *Proc. 18th Int. Congress on Combustion Engines*, (1989), 281.
- (7) 三橋・和田・則次, 機論, 58-550, C(1992), 1833.
- (8) 吉田, 計測と制御, 31-4 (1992), 485.
- (9) Balas, M. J., *J. Guidance Control*, 2-3 (1979), 252.