パラレルマニピュレータにおける運動伝達性*

武田 行生^{*1}, 舟橋 宏明^{*1}

Motion Transmissibility in Parallel Manipulators

Yukio TAKEDA and Hiroaki FUNABASHI

When all input links, except one, are fixed in a mechanism of parallel manipulator with N degrees of freedom (dof), N kinds of mechanisms with a single dof can be obtained, and pressure angles corresponding to each mechanism can be defined. In order to transmit power efficiently from input links to the output link, all of the values of cosines of the pressure angles must be as big as possible. Then, the present paper proposes a new transmission index (TI) for parallel manipulators based on the power transmitted from input links to the output link, which is defined as the minimum value of cosines of the pressure angles. For planar and spatial parallel manipulators, static force analyses are carried out, and the relationships between TI and joint forces are studied. Working spaces of parallel manipulators with consideration of motion transmissibility are also shown.

Key Words: Robotics, Parallel Manipulator, Mechanism, Motion Transmissibility, Static Force Analysis, Singular Point, Working Space

1. 緒 言

パラレルマニピュレータにおいては、出力節が複数の連節で支えられており、機構内に並列に配置された所要の数のアクチュエータの出力変位・力が機構入力として与えられ、節が作る閉ループの幾何学的拘束条件に基づき間接的に出力節へ伝達される。パラレルマニピュレータはこのような構造を有するために、各関節にアクチュエータの配置されたシリアルマニピュレータが不向きな高精度・高速・高負荷の作業に適しているといわれている。しかし、十分な性能を発揮するパラレルマニピュレータを設計するためには、入力節から出力節への運動および力の伝達性(運動伝達性)に優れ、高い精度を維持して滑らかに作動する機構を総合しなければならない。

従来、リンク機構の運動伝達性はAltの定義した伝達角⁽¹⁾をはじめいくつかの指数^{(2)~(6)}によって評価されており、その基準は主に負荷に対する対偶作用力の比あるいは機構定数の微小変化に対する出力の変化の比である。しかし、これらの運動伝達性の評価の対象

はほとんどが1自由度機構であり、パラレルマニピュレータのように多自由度で複ループを有する機構の運動伝達性については検討されていない。また機構設計時や制御時に用いることを考えると、パラレルマニピュレータの運動伝達性の評価指数は、(1)機構の形式や大きさに関係ない無次元量で数値そのものに物理的意味があり、(2)機構の幾何学的条件のみで定まり、(3)パラレルマニピュレータ特有の特異点⁽⁷⁾を評価できるものであることが要求される。

そこで本論文では、パラレルマニピュレータにおける運動伝達性を表す指数を提案し、負荷に対する対偶作用力の大きさの観点からその指数の有用性について検討を加え、さらに運動伝達性を考慮した作業領域についても検討を加える。なお、本論文では対偶部の摩擦は無視する。

2. 運動伝達性

2.1 対象とするマニピュレータ機構 本論文で対象とする機構は以下の条件を満たすものとする。

- ① 平面機構の自由度は3、空間機構の自由度は6とする。
- ② 出力節は機構の自由度と等しい数の連節で支えられ、各連節から出力節へは力のみが作用し、モーメ

* 原稿受付 平成4年6月15日。

^{*1} 正員, 東京工業大学工学部 (〒152 東京都目黒区大岡山2-12-1)。

ントは作用しない。

③ 各連節には一つの入力節が含まれる。

これらの条件を満たす機構には、著者らが開発した 6 自由度空間パラレルマニピュレータ⁽¹¹⁾のほか、Stewart Platform⁽⁸⁾、HEXA⁽¹²⁾、3 自由度パラレルマニピュレータ⁽⁹⁾⁽¹⁰⁾などがある。

2.2 運動伝達性 図 1 に示すように機構の自由度を N とし、静止節と出力節を結ぶ連節に番号 1, 2, ..., N を付す。連節 i の入力変位を θ_i として、機構入力変位を $\theta = [\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_N]^T$ で、その時間微分を $\dot{\theta} = [\dot{\theta}_1, \dot{\theta}_2, \dots, \dot{\theta}_N]^T$ で表す。ここで、連節 i 内の入力変位 θ_i 以外の θ の成分をすべて固定し、 $\dot{\theta}_j = 0 (j=1, 2, \dots, N, j \neq i)$ の状態を考える。このとき、 $\dot{\theta}_i$ によって生じる連節 k と出力節の対偶点 P_k の速度を $v_{k,i} (k=1, 2, \dots, N)$ と表すことにする。一方、対偶点 P_k における連節 k から出力節への作用力の方向は機構の形状により一意に定まり、この力ベクトルを f_k で表すことにする。このとき、

$$f_j \cdot v_{j,i} = 0 \quad (j=1, 2, \dots, N, j \neq i) \quad \dots\dots\dots (1)$$

である。

したがって、機構内のすべての入力節を同時に駆動するときに出力節に伝達される動力 P は

$$P = \sum_{i=1}^N f_i \cdot v_{i,i} = \sum_{i=1}^N |f_i| |v_{i,i}| \cos \alpha_i \quad \dots\dots\dots (2)$$

で表される。ここに α_i は力 f_i と速度 $v_{i,i}$ のなす角で、連節 i のみを駆動するときの 1 自由度機構の圧力角に対応する角である。式 (2) において、 f_i は出力節の負荷により、 $v_{i,i}$ は出力運動により、 α_i は機構の寸法・形状により定まる。動力 P が最大となるのは $\cos \alpha_i = 1 (i=1, 2, \dots, N)$ のときであり、各入力節の動力を効率的に伝達するために、ここでは $|\cos \alpha_i|$ の最小値を最大にすることを考える。

したがって、パラレルマニピュレータの運動伝達性を次式の伝達指数 TI で評価することにする。

$$TI = \min(|\cos \alpha_1|, |\cos \alpha_2|, \dots, |\cos \alpha_N|) \quad \dots (3)$$

TI は 0~1 の間で変化する無次元量であり、 TI が大

きいほど運動伝達性に優れ、 $TI=0$ のとき機構はパラレルマニピュレータ特有の特異点⁽⁷⁾ となり、運動を行うことはできない。以上のように式 (3) で定義される TI は、緒言で述べた運動伝達性の評価指数に要求される (1)~(3) の項目を満たしており、機構設計時や制御時にきわめて有効な指数になると考えられる。

3. 対偶作用力

本章では具体的な寸法を有するパラレルマニピュレータ機構において出力節に種々の外力が加わったときの対偶作用力を求め、圧力角および TI との関係について検討を加える。

3.1 3 自由度平面パラレルマニピュレータ 図 2 に示す 3 自由度平面パラレルマニピュレータ機構を取上げる。節 $J_{1,i}, J_{2,i} (i=1, 2, 3)$ が入力節であり、それらの角変位を $\theta = [\theta_1, \theta_2, \theta_3]^T$ で表す。出力節の位置を出力節上の点 P の静止座標系 $O-XY$ 上の位置 (X_p, Y_p) で表し、姿勢を出力節に固定された動座標系 $P-x_p y_p$ の x_p 軸が X 軸となす角 φ で表す。連節 i から出力節への作用力の方向は $\vec{J}_{2,i} \vec{J}_{3,i}$ であり、入力 θ_i に対応する出力節の瞬間中心 C_i を用いて圧力角 α_i を求めると同図中に示す角となる。また、この機構では出力節の位置および姿勢 (X_p, Y_p, φ) が与えられた場合図 3 に示す八つの逆運動学解が存在し、それぞれ運動学的・力学的特性が異なる。この逆運動学解の選択の問題については次章において述べる。

出力節の位置および姿勢を与え、出力節上の点 P に次の (1)~(3) の 3 通りの外力 $[F, M] = [F_x, F_y, M]$ が働く場合を考える。ここに F_x, F_y は外力 F の X, Y 軸成分、 M は XY 平面直角方向のモーメントである。

$$(1) \quad [F, M] = [1, 0, 0]$$

$$(2) \quad [F, M] = [0, 1, 0]$$

$$(3) \quad [F, M] = [0, 0, 1]$$

なお、ここでは F_x, F_y, M に対する対偶作用力の大小

図 1 各連節と出力節の対偶点における速度と作用力

図 2 3 自由度平面パラレルマニピュレータ

小, すなわち比を知るのが目的であるので, F_x, F_y, M は単位の大きさの力およびモーメントとしている。さて, 逆運動学解析を行い, 各対偶の位置を求めるとともに力およびモーメントの釣合いより各対偶作用力を求める。対偶 $J_{3,i}$ における対偶作用力 f_i を $f_i = f_i \bar{f}_i$ ($|\bar{f}_i|=1$) で表すことにする。ここで, f_i を上記の外力条件(1)と(2)のそれぞれに対して求め, 合計六つの $|f_i|$ のなかの最大値を $f_{F,\max}$ と表し, 条件(3)の下での三つの $|f_i|$ のなかの最大値を $f_{M,\max}$ と表す。種々の寸法を有する機構について, 種々の位置・姿勢における $f_{F,\max}, f_{M,\max}$ を求め, 圧力角 α_i および TI との関係調べた。

一例として, 図4に示すように静止対偶 $J_{1,i}$ が半径 $R=1$ の円上に, 出力節上の対偶 $J_{3,i}$ が半径 $r=0.5$ の円上に等間隔に配置され, $\overline{J_{1,i}J_{2,i}} = \overline{J_{2,i}J_{3,i}} = 1$ の寸法を有する機構について, 解析結果を示すことにする。出力節の位置 P を対偶 $J_{3,i}$ を通る円の中心とし, 姿勢角 φ は線分 $J_{3,1}J_{3,2}$ が X 軸となす角として, これらを次のように与えた。

$$X_p = \pm 0.2l \quad (l=1, 2, \dots)$$

$$Y_p = \pm 0.2m \quad (m=1, 2, \dots)$$

$$\varphi = \pm 30^\circ n \quad (n=1, 2, \dots)$$

l, m, n は逆運動学解が存在する範囲とし, 逆運動学解は図4に示すもの〔図3(c)〕を採用した。

まず, α_i と f_i の関係を述べる。結果の一例として $|\cos \alpha_i|$ と外力条件(1), (2)の下の $|f_i|$ のうちの大きいほうの数値 $f_{1,F,\max}$ および条件(3)の下の $|f_i|$ ($=f_{1,M,\max}$) の関係を図5に示す。同図より, $|\cos \alpha_i|$ が大きくても対偶作用力は必ずしも小さくならないことがわかる。そこで, 図中●印の点を取上げて $|\cos \alpha_i|$ が大きいにもかかわらず, $f_{1,F,\max}$ が大きくなる理由について検討を行うことにする。この点は $X_p = -0.4, Y_p = 1.4, \varphi = -30^\circ$ であり, $|\cos \alpha_1| = 0.8806, |\cos \alpha_2| = 0.1226, |\cos \alpha_3| = 0.0731$ で, $|\cos \alpha_3|$ がきわめて小さ

い。この点における出力節の速度と力の釣合いは

$$\begin{bmatrix} \dot{X}_p \\ \dot{Y}_p \\ \dot{\varphi} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -0.479 & -0.963 & 0.271 \\ 3.721 & 4.180 & -6.021 \\ 8.387 & 7.766 & -11.874 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{\theta}_1 \\ \dot{\theta}_2 \\ \dot{\theta}_3 \end{bmatrix} \quad \cdots (4)$$

$$\begin{bmatrix} f_1 \\ f_2 \\ f_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -0.809 & 6.281 & 14.155 \\ 1.195 & -5.187 & -9.637 \\ 0.354 & -7.851 & -15.484 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} F_x \\ F_y \\ M \end{bmatrix} \quad \cdots (5)$$

となる。式(4)および(5)より, 点 P に Y 軸方向の負荷が加わった状態で連節 $i=3$ のみを駆動するとき, 点 P がほぼ Y 軸方向に運動し, 各連節に大きな力が生じることがわかる。このとき $|\cos \alpha_i|$ が小さいので $|f_i|$ は大となるが, ほとんど有効な仕事に使われない。その有効に使われない力の成分は内力として出力節に加わるから, 出力節における力の釣合いを保つために $|f_i|$ および $|f_2|$ も大となる。したがって, $f_{1,F,\max}$ は $|\cos \alpha_3|$ が小さいために大きくなるがわかる。

次に, 伝達指数 TI と最大対偶作用力 $f_{F,\max}, f_{M,\max}$ の関係を図6に示す。図5の場合と異なり, TI が大きくなり1に近いほど対偶作用力は一様に小さくなっており, 式(3)で定義した TI が機構の静力学的特性をよく表していることがわかる。なお, ここで示した以外の7通りの逆運動学解についても, また寸法を種々に変更した機構についても同様の結果であった。

3・2 6自由度空間パラレルマニピュレータ

図7に示す Stewart Platform⁽⁶⁾ すなわち, 各連節が球対偶で静止節と出力節に連結され, 連節内の直進対偶が駆動対偶である形式の6自由度空間パラレルマニピュレータを取上げる。出力節の位置および姿勢は出力節上の点 P の静止座標系 $O-XYZ$ 上の位置 (X_p, Y_p, Z_p) と出力節上に固定された座標系 $P-x_p y_p z_p$ の $O-XYZ$ に対するロール角, ピッチ角およびヨー角⁽¹³⁾ ($\varphi_R, \varphi_P, \varphi_Y$) で表す。各連節から出力節への作用力の方向は $\overline{J_{1,i}J_{2,i}} (i=1, 2, \dots, 6)$ の方向であるから, 圧力角 α_i は連節 i のみを駆動したときの $J_{2,i}$ の運動方向

図3 3自由度平面パラレルマニピュレータの逆運動学解

図4 3自由度平面パラレルマニピュレータ

と $\overline{J_{1,i}J_{2,i}}$ のなす角となる。

具体的に図8に示す機構定数を有する3種類の機構A, B, Cを取上げる。静止節側の球対偶 $J_{1,i}$ は同図に示すように $Z=0$ において半径 $R=2$ の円上に配置され、出力節側の球対偶 $J_{2,i}$ は $z_p=0$ において半径 $r=1$ の円上の $\beta_{2,i}$ で定められる位置に配置されている。これらの機構に対して、4通りの出力節の姿勢

$$\varphi_R=0^\circ, \varphi_P=0^\circ, \varphi_Y=0^\circ$$

$$\varphi_R=30^\circ, \varphi_P=0^\circ, \varphi_Y=0^\circ$$

$$\varphi_R=0^\circ, \varphi_P=30^\circ, \varphi_Y=0^\circ$$

$$\varphi_R=0^\circ, \varphi_P=0^\circ, \varphi_Y=30^\circ$$

を与え、それぞれに対して

$$X_p=0.1l \quad (l=1, 2, \dots)$$

$$Y_p=0.1m \quad (m=1, 2, \dots)$$

$$Z_p=0.1n \quad (n=1, 2, \dots)$$

のように出力節の位置を変え、それぞれの位置・姿勢において次の6通りの外力 $[F, M]=[F_x, F_y, F_z, M_x, M_y, M_z]$ を出力節上の点Pに加えたときの $J_{2,i}$ における対偶作用力 f_i (各駆動対偶の発生力に等しい) および TI を求めた。

$$(1) [F, M]=[1, 0, 0, 0, 0, 0]$$

$$(2) [F, M]=[0, 1, 0, 0, 0, 0]$$

$$(3) [F, M]=[0, 0, 1, 0, 0, 0]$$

$$(4) [F, M]=[0, 0, 0, 1, 0, 0]$$

$$(5) [F, M]=[0, 0, 0, 0, 1, 0]$$

$$(6) [F, M]=[0, 0, 0, 0, 0, 1]$$

ここで $\overline{J_{1,i}J_{2,i}}$ の最小値 l_B を2とし、各駆動対偶変位

はその40%まで得られるものとし、 $2 \leq \overline{J_{1,i}J_{2,i}} \leq 2.8$ とする。それぞれの位置・姿勢において外力条件(1)~(3)の下での18個の $|f_i|$ の値のなかで最大のものを $f_{F,max}$ 、条件(4)~(6)の下での最大値を $f_{M,max}$ と表す。

TI と $f_{F,max}$ および $f_{M,max}$ の関係を図9に示す。同図よりいずれの機構においても TI が大きければ対偶作用力が小さくなることがわかり、 TI の有用性が確認できる。また、機構C (図9中の□印) においては TI が小さくても力に対する対偶作用力 $f_{F,max}$ は小さく、モーメントに対する $f_{M,max}$ のみが大きい位置・姿勢が数多く存在することがわかる。このような位置・姿勢において TI の数値が小さいのは、負荷モーメントのいずれかの成分に対して対偶作用力の少なくとも一つが大きくなることに起因している。また、このような負荷モーメントと対偶作用力の比を表す数値には長さの次元があるため、機構設計時にその数値が大きいことを判断することは困難である。これに対して、 TI

図7 6自由度空間パラレルマニピュレータ

図5 $|\cos \alpha|$ と $f_{F,max}$, $f_{M,max}$ の関係

図6 TI と $f_{F,max}$, $f_{M,max}$ の関係

	mech. A	mech. B	mech. C
$\beta_{2,1}$	30°	330°	0°
$\beta_{2,2}$	150°	210°	180°
$\beta_{2,3}$	150°	90°	120°
$\beta_{2,4}$	270°	330°	300°
$\beta_{2,5}$	270°	210°	240°
$\beta_{2,6}$	30°	90°	60°
R	2		1

図8 機構定数

は無次元量であり、機構設計時の評価指数としてきわめて有効であるといえる。

4. 作業領域

4.1 3自由度平面パラレルマニピュレータ 図4に示す3自由度平面パラレルマニピュレータの運動伝達性を考慮した作業領域について検討を加える。姿勢角 φ を一定に保った状態で幾何学的条件のみによって定まる点Pの取り得る領域は三つの円弧で囲まれた領域となる⁽¹⁰⁾。しかし、この領域の内部には特異点をはじめ、運動伝達性が劣って使用に適さない領域が存在し、実際に使用可能な領域は制限される。例えば図3(a)の解について、 $\varphi=30^\circ$ を一定としたときの作業領域と伝達指数 TI を求めれば図10のようになる。同図より、作業領域内の位置によって運動伝達性が大きく異なることがわかる。

ところで、圧力角の許容最大値は使用される速度と力の大きさに依り、自動機械用のカム機構やリンク機構における圧力角の許容最大値は、出力節が揺動する板カム機構で 45° 、出力節が直線運動する板カム機構で 30° 、低次対偶からなるリンク機構では 50° とされている⁽¹⁴⁾。マニピュレータは自動機械用のカム機構、リンク機構に比べてかなり低速度で使用されと考え、 $\max(\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_N)=60^\circ$ とし、本論文では $TI \geq \cos 60^\circ = 0.5$ を運動伝達性の条件とする。そこで、運動伝達性を考慮し、 $TI \geq 0.5$ を満たす領域を図3に示し

図9 TI と $f_{F,max}$, $f_{M,max}$ の関係

図10 3自由度平面機構の作業領域と TI [解(a)]

たすべての逆運動学解に対して求め、(a), (b), (d), (h)について示せば図11の斜線部となる。ここで(c)の $TI \geq 0.5$ を満たす領域は(b)の斜線部の作業領域を原点O回りに -120° 、(e)は(b)をO回りに 120° 、(f)は(d)をO回りに 120° 、(g)は(d)をO回りに -120° 回転させたものと同じである。また、図10および11のそれぞれの作業領域の下括弧内に示した数値は斜線部の作業領域の面積を表す。図11より、逆運動学解の取り方によって運動伝達性を考慮した作業領域の大きさおよび形状は幾何学的条件のみによって求められる作業領域と大きく異なることがわかる。したがって、運動計画時には運動中に運動伝達性の条件が満足される適切な逆運動学解を選択する必要がある。

実際に逆運動学解の選択を行う場合、現在の出力節の位置・姿勢および逆運動学解すなわち機構形状から入力節を動かすのみで所望の機構形状へ移ることが可能か否かを知る必要がある。二つの逆運動学解間の遷移が可能なのは二つの解が一致したときである。例えば図4の機構で図3の(a)と(b)の解間の遷移が可能なのは $J_{1,3}$, $J_{2,3}$ および $J_{3,3}$ が一直線となる点のうち運動伝達性の条件が満たされる点の集合つまり図11(a)の弧ABとなる。弧AB間の一点を通過させ解(a)から(b)あるいは(b)から(a)へ解の遷移を行えば、この機構は $\varphi=30^\circ$ において図11の(a)と(b)の和集合で表される領域に解(a)あるいは(b)によって到達可能となる。また八つの逆運動学解間の遷移の可能性について検討したところ、図4の機構は図10で

図11 3自由度平面機構の各逆運動学解の作業領域

図 12 l_b と $\overline{S}_G$, $\overline{S}_T$ の関係

示した領域の任意の点から他の任意の点へ $\varphi=30^\circ$ を保ったまま移動可能であることがわかった。

4・2 6 自由度空間パラレルマニピュレータ 図 8 の機構 A について、 $\overline{J}_{1,i}\overline{J}_{2,i}$ の最小値 l_b を種々に変え、 $l_b \leq \overline{J}_{1,i}\overline{J}_{2,i} \leq 1.4l_b$ として作業領域を調べた。 $\varphi_R = \varphi_P = \varphi_V = 0$ としたときの作業領域を $Y=0$ で切った断面積 S の l_b に対する変化を図 12 に示す。ここで幾何学的な条件のみを考慮した断面積を S_G 、運動伝達性を考慮し $TI \geq 0.5$ の条件を加えたものを S_T として求め、それぞれを $(\Delta l)^2 = (0.4l_b)^2$ で除して無次元化したものを $\overline{S}_G$, $\overline{S}_T$ と表している。これらの $\overline{S}_G$, $\overline{S}_T$ は入力ストローク量 Δl が作業領域に有効に反映されているか否かを表す。図 12 より $l_b=4.75$ 付近で運動伝達性を考慮した作業領域 $\overline{S}_T$ は最大となること、 $2 \leq l_b \leq 4.5$ では幾何学的条件のみで定まる作業領域 $\overline{S}_G$ 内のすべての点で運動伝達性の条件 ($TI \geq 0.5$) が満足されていることがわかる。また図 12 より $l_b=1.5$ および $l_b=5$ では $\overline{S}_G$ に対して $\overline{S}_T$ は小さいことがわかる。これは、図 13 に示すように $l_b=1.5$ ではその下部の領域の、 $l_b=5$ ではその上部の領域の運動伝達性が劣る ($TI < 0.5$) からである。

5. 結 論

パラレルマニピュレータの運動伝達性の評価について検討を加え、次の結論を得た。

(1) パラレルマニピュレータの入力節から出力節へ伝達される動力に着目し、パラレルマニピュレータにおける運動伝達性を表す指数 (TI と表す) を定義した。 TI は、0~1 の間で変化する無次元量であること、

図 13 Stewart Platform の作業領域

機構の幾何学的条件のみで定まること、パラレルマニピュレータ特有の特異点を評価できること ($TI=0$)、の特徴を有する。

(2) 出力節に負荷として力およびモーメントが作用するときの対偶作用力と TI の関係を具体的に調べたところ、 TI が大きければ対偶作用力は小さくなることがわかり、パラレルマニピュレータの運動伝達性を TI で評価することの有効性が確認された。

(3) パラレルマニピュレータの運動伝達性を考慮した作業領域を解析したところ、逆運動学解が複数存在する機構の場合には逆運動学解の選択により作業領域の大きさおよび形状が大きく異なり、運動伝達性を考慮して適切な逆運動学解を選択する必要があること、大きな作業領域を得るためには運動伝達性を考慮して機構定数を決定する必要があることがわかった。

文 献

- (1) Alt, H., *WERKSTATTSTECHNIK*, 26-4 (1932), 61.
- (2) 舟橋・小川, 機論, 34-262 (1968), 1151.
- (3) Bagci, C., *Trans. ASME, Ser. B*, 93-1 (1971), 90.
- (4) Sutherland, G. and Roth, B., *Trans. ASME, Ser. B*, 95-2 (1973), 589.
- (5) 下嶋・小川・川野, 機論, 44-383 (1978), 2497.
- (6) 渡辺・舟橋, 機論, 50-452, C (1984), 662.
- (7) 武田・舟橋・平原, 第 9 回日本ロボット学会学術講演会予稿集, (1991), 61.
- (8) Stewart, D., *Proc. Instn. Mech. Engrs.* 1965-66, Vol. 180, Pt. 1, No. 15 (1965-1966), 371.
- (9) Sugimoto, K., *Trans. ASME, J. of M. T. A. D.*, 109 (1987), 3.
- (10) Gosselin, C. and Angeles, J., *Trans. ASME, J. of M. T. A. D.*, 110 (1988), 35.
- (11) 舟橋・堀江・久保田・武田, 機論, 56-523, C (1990), 829.
- (12) Pierrot, F., Dauchez, P. and Fournier, A., *J. of Robotic Systems*, 8-6 (1991), 829.
- (13) 広瀬, ロボット工学, (1987), 145, 裳華房.
- (14) Hain, K., *Applied Kinematics*, (1967), 241, McGraw Hill.