誤差をもつ板カム機構の厳密解析法*

渡辺克巳^{*1}, 湯浅文雄^{*2}, 近野 誠^{*3}An Exact Analysis of Plate Cam Mechanisms Having Errors
in Kinematic Constants

Katsumi WATANABE, Fumio YUASA and Makoto KON'NO

A method for exactly solving the condition of contact of the cam and roller follower and analyzing the output displacement of plate cam mechanisms is presented, which have a certain error of the cam profile or a deviation of any kinematic constant from the theoretical value. By using this method, the sensitivities of the output displacement, velocity and acceleration can be evaluated as the ratios of the differences between their actual and ideal values to the deviations of the kinematic constants. Moreover, the relationship between the input angle and the output displacement of the plate cam mechanism with the translating roller follower is precisely measured and the cause for the error of the output displacement is investigated by means of sensitivity curves.

Key Words: Kinematics, Mechanism, Plate Cam, Acceleration Analysis, Sensitivity Analysis, Mechanical Error Analysis

1. 緒 言

保守・点検が容易であり、標準化が進んでいるカム機構は、加工や組立等の自動機械の構成要素として近年ますます需要が高まると共に、その高精度化と高速化が要請されている⁽¹⁾。このため、入出力関係を規定する線図(変位線図)の速度、加速度特性に対する検討も進み⁽²⁾、基礎曲線として変形等速度曲線、変形正弦曲線、変形台形曲線などが広く用いられるようになった⁽³⁾。同時に、カム輪郭のNC加工のための解析手法も発展している⁽⁴⁾⁽⁵⁾。

変位線図が決定されると、カム機構は通常、圧力角すなわち原動節(カム)から平板またはローラを持つ従動節への力の伝達を指標として設計される⁽⁶⁾。ところで、カムの輪郭には他の部品よりも大きい加工誤差があり、カムと従動節が点または線で接触するため、摩耗または変形による誤差が発生する。また各部品の対偶部にも、二次元的または三次元的誤差があり、それらを機構に統合するときに組立誤差が発生する。高精度のカム機構を実現するときには、力の伝達特性に

加えて、これらの誤差が出力変位、速度および加速度に与える影響を検討する必要がある。

この問題に対して、RaoとGavaneは出力変位、速度の理想値を用いて接触条件式の近似解を求めて⁽⁷⁾、Francoらはカムの輪郭曲線を円弧で近似して接触条件式を解いて⁽⁸⁾影響係数を算出する手順を与えた。他方、KimとNewcombeは出力変位、速度、加速度の誤差を確率論を応用して推測する手法⁽⁹⁾を、また丘らはカム輪郭のオフセット曲線の補正回転による誤差解析手法⁽¹⁰⁾を提案した。しかしこれらの手法は近似的なものであり、特に圧力角が大きい位置における機構の運動特性を解明するためには十分でないように思われる。

本論文では、機構定数およびカム輪郭が誤差をもつ板カム機構の出力変位、速度および加速度を厳密に解析する簡潔な手法を与え、それを影響係数の算出に応用する。さらに、構成部品の加工、変形、組立などによる誤差を機構定数の微小変化量として取扱い、影響係数を用いて板カム機構の出力誤差の原因の推定を試みる。

2. 輪 郭 曲 線

変位線図で規定された関数関係 $h(\phi)$ ($0^\circ \leq \phi \leq 360^\circ$)

* 原稿受付 平成4年8月10日。

*¹ 正員, 山形大学工学部 (〒992 米沢市城南 4-3-16)。*² 学生員, 山形大学工学部。*³ 山形大学工学部。

を、カム角変位 ϕ を入量、直動または揺動する従動節の変位を出力として創成するときのカムの輪郭曲線は、変位線図に従って運動している従動節に取付けられたローラまたは平板が、角変位 ϕ で回転する座標系内で包絡する曲線として決定される。

2・1 直動形板カム機構 加工時にカムに設定された回転中心と機構に組込まれたカムが運動するときの回転中心は厳密には一致しない。このことを考慮に入れて変位解析が行えるように直動形ローラ端従動節板カム機構を図1に示すようにモデル化する。

カムの回転中心 A を原点、ローラの中心 C を通る従動節の軸線 CC' に平行な直線を y 軸、それと直交する軸を x 軸とする静止直交座標系を A-xy とする。そして y 軸から軸線 CC' までの距離 (オフセット) を e 、ローラの半径を p とする。点 B を原点とするカムに固定された動直交座標系を B-uv とし、2 点 A, B 間の距離を b 、直線 AB と u 軸のなす角を β とする。

本論文では、カム角変位 ϕ が零のときに出力変位 s が最小になるとして、点 B を中心としこの位置のローラに接する円を基礎円と考え、その半径を R とする。

変位線図の関数関係 $h(\phi)$ が与えられたときに、

$$h_0 = \sqrt{(R+p)^2 - (b-e)^2} \quad (1)$$

とおけば、実現させようとする出力変位 (理想変位) は

$$s = h(\phi) + h_0 \quad (2)$$

となる。

座標系 B-uv に関するローラの中心 C の位置 (u_c , v_c) は次のように表される。

$$\begin{cases} u_c = s \sin(\phi + \beta) + e \cos(\phi + \beta) - b \cos \beta \\ v_c = s \cos(\phi + \beta) - e \sin(\phi + \beta) + b \sin \beta \end{cases} \quad (3)$$

よってカムの輪郭曲線は、ローラの幾何学形状とし

図1 直動形ローラ端従動節板カム機構

ての、点 C (u_c , v_c) を中心とする半径 p の円:

$$(u - u_c)^2 + (v - v_c)^2 = p^2 \quad (4)$$

が包絡する曲線として次式で与えられる。

$$\begin{cases} u = u_c \pm p v^{(1)} / \sqrt{(u^{(1)})^2 + (v^{(1)})^2} \\ v = v_c \mp p u^{(1)} / \sqrt{(u^{(1)})^2 + (v^{(1)})^2} \end{cases} \quad (5)$$

ここで $u^{(1)}$ および $v^{(1)}$ はそれぞれ u_c および v_c の ϕ に関する導関数である。

このようにして包絡されたカムの輪郭曲線は、点 B を極、 u 軸を始線とする極座標 (r , θ) を用いて、

$$r = r(\theta) \quad (6)$$

と表すことができる。ここに、

$$\begin{cases} \theta = \tan^{-1}(v/u) \\ r = \sqrt{u^2 + v^2} \end{cases} \quad (7)$$

さらに、 ϕ に関する u , v の 1 および 2 階の導関数をそれぞれ $u^{(1)}$, $v^{(1)}$ および $u^{(2)}$, $v^{(2)}$ とすれば、輪郭曲線の曲率半径 ρ は次式で与えられる。

$$\rho = \frac{\{(u^{(1)})^2 + (v^{(1)})^2\}^{3/2}}{u^{(1)}v^{(2)} - u^{(2)}v^{(1)}} \quad (8)$$

式(5)と(8)はカムの NC 加工用のデータを算出する式として有用である。

2・2 揺動形板カム機構 図2に示すローラ端従動節が所要の変位線図に従って揺動する板カム機構のカムの輪郭曲線を求める。

静止、動直交座標系およびカムとローラに関する記号は直動形の場合と同様とする。従動節の回転中心 D を x 軸上の点 ($-a$, 0) に固定し、D からローラの中心 C までの距離を d とする。さらに、基礎円の半径を R とし、

$$\phi_0 = \cos^{-1} \left\{ \frac{(a+b)^2 + d^2 - (R+p)^2}{2(a+b)d} \right\} \quad (9)$$

とおけば、実現させようとする出力変位は、

$$\phi = h(\phi) + \phi_0 \quad (10)$$

となり、ローラの中心は次のように表される。

図2 揺動形ローラ端従動節板カム機構

$$\left. \begin{aligned} u_c &= d \cos(\phi + \beta - \phi) - a \cos(\phi + \beta) \\ &\quad - b \cos \beta \\ v_c &= -d \sin(\phi + \beta - \phi) + a \sin(\phi + \beta) \\ &\quad + b \sin \beta \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (11)$$

よって揺動形板カム機構のカムの輪郭曲線は、従動節が直動する場合と同様に $u_c^{(1)}$, $v_c^{(1)}$ を算出すれば式(5)で与えられる。

3. 変位解析

式(6)で与えられる輪郭曲線をもつカムが図1または2に示すように組み込まれた板カム機構の入出力関係解析する。実際の機構の機構定数 b, β, e, p または a, b, β, d, p は加工, 組立, 変形などによる誤差のため, 一般には第2章のそれらと異なる値をとるが, 記述を簡潔にするために同じ記号を用いる。当然のことであるが, これらの値がカムの輪郭曲線を求めたときの理論値に一致している機構の出力変位の解析結果は理想変位に一致する。

3.1 直動形板カム機構 直線 AB の角変位 ϕ をカム角変位とし, x 軸からローラ中心 C までの距離 s を出力変位とする。カムとローラの接点 T の極座標を (r, θ) とし, この点における輪郭曲線の法線と従動節運動方向 CC' のなす角 (圧力角) を α とする。さらに接点 T における輪郭曲線の接線が u 軸となす角を δ とする。

x 軸および y 軸の方向, 向きを表す単位ベクトルをそれぞれ i および j とする。ベクトル閉回路方程式:

$$\overrightarrow{AC} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BT} + \overrightarrow{TC} \dots\dots\dots (12)$$

$$\overrightarrow{AC} = ei + sj$$

$$\overrightarrow{AB} = b \cos \phi i + b \sin \phi j$$

$$\overrightarrow{BT} = r \cos(\phi + \beta + \theta) i + r \sin(\phi + \beta + \theta) j$$

$$\overrightarrow{TC} = p \sin(\phi + \beta + \delta) i - p \cos(\phi + \beta + \delta) j$$

の両辺の x 軸および y 軸成分を等置することにより次式が得られる。

$$\begin{aligned} e &= b \cos \phi + r \cos(\phi + \beta + \theta) \\ &\quad + p \sin(\phi + \beta + \delta) \dots\dots\dots (13) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} s &= b \sin \phi + r \sin(\phi + \beta + \theta) \\ &\quad - p \cos(\phi + \beta + \delta) \dots\dots\dots (14) \end{aligned}$$

ローラとカムの接点 T における輪郭曲線の接線の傾き角 δ は, 偏角 θ に関する動径 r の導関数:

$$r' = \frac{u(u^{(1)} + vv^{(1)})}{r \cos^2 \theta (v^{(1)} - u^{(1)} \tan \theta)} \dots\dots\dots (15)$$

を用いれば次式で与えられる。

$$\tan \delta = \frac{r' \sin \theta + r \cos \theta}{r' \cos \theta - r \sin \theta} \dots\dots\dots (16)$$

よって, 式(13)と(16)から δ を消去することにより, 接点 T の位置に対応する偏角 θ の値を決定する条件式が次のように導出される。

$$\begin{aligned} &\sqrt{r^2 + r'^2} \{ r \cos(\theta + \phi + \beta) + b \cos \phi - e \} \\ &\quad + p \{ r \cos(\theta + \phi + \beta) + r' \sin(\theta + \phi + \beta) \} = 0 \end{aligned} \dots\dots\dots (17)$$

カム角変位 ϕ の与えられた値に対して式(17)を満足する偏角 θ の解を区間縮小法を用いて求め, 式(16)で δ の値を決定すれば, 式(14)を用いて出力変位 s の値を算出することができる。

圧力角 α の値は次式で算出される。

$$\alpha = \phi + \beta + \delta - \pi \dots\dots\dots (18)$$

この手法による直動形ローラ端従動節板カム機構の変位解析の流れ図を図3に示す。

3.2 初期値の選定

流れ図から明らかなように, この解析手法は2重の繰返しループで構成されている。カム角変位 ϕ の指定された値に対して, 内側のループでは, カムの変位線図の変数 ξ を未知量として,

図3 直動形ローラ端従動節板カム機構の変位解析手順の流れ図

原点 B を通り u 軸と θ の角をなす直線とカムの輪郭曲線の交点の u, v 座標を求める。外側のループにおいては、この u, v 座標から決定される (r, θ) がローラとカムの接触条件を満足するか否かを判定し、満足しないときには、 θ の値を修正して繰返し計算を行う。

よって、 θ および ξ の初期値 θ_{0i} および ξ_{0i} には、ローラの幾何学形状である円の包絡線としてカムの輪郭曲線を決定するときの接点の偏角の値およびそれに対応するカム角変位の値が有効であると判断される。

そして収束判定基準値 ε_1 および ε_2 は必要に応じて小さく与えるものとする。

3.3 揺動形板カム機構 従動節の中心線 DC の角変位を出力角変位 ϕ とし、他の記号は直動形板カム機構の場合と同様とする。

ベクトル閉回路方程式：

$$\overrightarrow{DC} = \overrightarrow{DA} + \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BT} + \overrightarrow{TC} \cdots \cdots (19)$$

$$\overrightarrow{DC} = d \cos \phi \mathbf{i} + d \sin \phi \mathbf{j}$$

$$\overrightarrow{DA} = a \mathbf{i}$$

$$\overrightarrow{AB} = b \cos \phi \mathbf{i} + b \sin \phi \mathbf{j}$$

$$\overrightarrow{BT} = r \cos (\phi + \beta + \theta) \mathbf{i} + r \sin (\phi + \beta + \theta) \mathbf{j}$$

$$\overrightarrow{TC} = p \sin (\phi + \beta + \delta) \mathbf{i} - p \cos (\phi + \beta + \delta) \mathbf{j}$$

の両辺の x 軸および y 軸成分を等置することにより次式が得られる。

$$d \cos \phi = a + b \cos \phi + r \cos (\phi + \beta + \theta) + p \sin (\phi + \beta + \delta) \cdots \cdots (20)$$

$$d \sin \phi = b \sin \phi + r \sin (\phi + \beta + \theta) - p \cos (\phi + \beta + \delta) \cdots \cdots (21)$$

ローラとカムの接点 T の極座標 (r, θ) と T における輪郭曲線の接線の傾き角 δ の関係は式(16)で与えられる。

式(20)および(21)の両辺を 2 乗して加えて得られる式は次のように整理される。

$$\begin{aligned} & a\{b \cos \phi + r \cos (\phi + \beta + \theta) \\ & + p \sin (\phi + \beta + \delta)\} + br \cos (\beta + \theta) \\ & + bp \sin (\beta + \delta) + rp \sin (\delta - \theta) \\ & + (a^2 + b^2 - d^2 + p^2 + r^2)/2 = 0 \cdots \cdots (22) \end{aligned}$$

よって式(22)と(16)から δ を消去することにより、接点 T の位置に対応する偏角 θ の値を決定する条件式が次のように導出される。

$$\begin{aligned} & \sqrt{r^2 + r'^2} [r\{b \cos (\theta + \beta) + a \cos (\theta + \phi + \beta)\} \\ & + ab \cos \phi + (r^2 + a^2 + b^2 - d^2 + p^2)/2] \\ & + p[r\{r + a \cos (\theta + \phi + \beta) + b \cos (\theta + \beta)\} \\ & + r'\{a \sin (\theta + \phi + \beta) + b \sin (\theta + \beta)\}] = 0 \\ & \cdots \cdots (23) \end{aligned}$$

カム角変位 ϕ の与えられた値に対して式(23)を満足する偏角 θ の解を区間縮小法を用いて求め、式(16)で δ の値を決定すれば、式(20)または(21)を用いて出力角変位 ϕ の値を算出することができる。

圧力角 α の値は次式で算出される。

$$\alpha = \phi - \phi - \beta - \delta + \pi \cdots \cdots (24)$$

4. 速度および加速度解析

4.1 直動形板カム機構 動直交座標系 B- uv に関するローラとカムの接点 T の座標を (u, v) とすれば、直動形板カム機構の出力変位 s は次のように表される。

$$\begin{aligned} s &= b \sin \phi + u \sin (\phi + \beta) + v \cos (\phi + \beta) \\ &- p \cos (\phi + \beta + \delta) \cdots \cdots (25) \end{aligned}$$

$d\phi/dt=1$ とするときの従動節の速度 $s^{(1)}$ および加速度 $s^{(2)}$ は、式(25)の両辺を ϕ でそれぞれ 1 回および 2 回微分することにより次のように求まる。

$$\begin{aligned} s^{(1)} &= b \cos \phi + (u^{(1)} - v) \sin (\phi + \beta) \\ &+ (u + v^{(1)}) \cos (\phi + \beta) \\ &+ p(1 + \delta^{(1)}) \sin (\phi + \beta + \delta) \cdots \cdots (26) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} s^{(2)} &= -b \sin \phi \\ &+ (u^{(2)} - u - 2v^{(1)}) \sin (\phi + \beta) \\ &+ (2u^{(1)} + v^{(2)} - v) \cos (\phi + \beta) \\ &+ p\delta^{(2)} \sin (\phi + \beta + \delta) \\ &+ p(1 + \delta^{(1)})^2 \cos (\phi + \beta + \delta) \cdots \cdots (27) \end{aligned}$$

ただし $\delta^{(1)}$ および $\delta^{(2)}$ は δ の ϕ に関する 1 回および 2 回の導関数であり次式で与えられる。

$$\begin{aligned} \delta^{(1)} &= (v^{(2)} \cos \delta - u^{(2)} \sin \delta) \\ &/ (v^{(1)} \sin \delta + u^{(1)} \cos \delta) \cdots \cdots (28) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \delta^{(2)} &= [\{v^{(3)} - v^{(1)}(\delta^{(1)})^2 - 2u^{(2)}\delta^{(1)}\} \\ &\times \cos \delta - \{u^{(3)} - u^{(1)}(\delta^{(1)})^2 + 2v^{(2)}\delta^{(1)}\} \sin \delta] \\ &/ (v^{(1)} \sin \delta + u^{(1)} \cos \delta) \cdots \cdots (29) \end{aligned}$$

$u_c^{(k)}$ および $v_c^{(k)}$ ($k=1 \sim 4$) をそれぞれ式(3)の u_c および v_c の ϕ に関する k 階の導関数とする。このとき、 u, v の ϕ に関する導関数 $u^{(1)}, v^{(1)}; u^{(2)}, v^{(2)}$ および $u^{(3)}, v^{(3)}$ は、式(4)および u, v を定数と見なし式(4)の両辺を ϕ で微分して得られる式：

$$(u - u_c)u_c^{(1)} + (v - v_c)v_c^{(1)} = 0 \cdots \cdots (30)$$

の 2 式を ϕ でそれぞれ 1, 2 および 3 回微分して得られる連立方程式の解として決定される。

$$\left. \begin{aligned} & (u - u_c)u^{(1)} + (v - v_c)v^{(1)} \\ & = (u - u_c)u_c^{(1)} + (v - v_c)v_c^{(1)} \\ & u_c^{(1)}u^{(1)} + v_c^{(1)}v^{(1)} = -(u - u_c)u_c^{(2)} \\ & - (v - v_c)v_c^{(2)} + (u_c^{(1)})^2 + (v_c^{(1)})^2 \end{aligned} \right\} \cdots \cdots (31)$$

$$\left. \begin{aligned} (u-u_c)u^{(2)}+(v-v_c)v^{(2)} &= (u-u_c)u_c^{(2)} \\ &+ (v-v_c)v_c^{(2)} - (u^{(1)}-u_c^{(1)})^2 - (v^{(1)}-v_c^{(1)})^2 \\ u_c^{(1)}u^{(2)}+v_c^{(1)}v^{(2)} \\ &= -(u-u_c)u_c^{(3)} - (v-v_c)v_c^{(3)} \\ &- (2u^{(1)}-3u_c^{(1)})u_c^{(2)} - (2v^{(1)}-3v_c^{(1)})v_c^{(2)} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (32)$$

$$\left. \begin{aligned} (u-u_c)u^{(3)}+(v-v_c)v^{(3)} \\ &= (u-u_c)u_c^{(3)} + (v-v_c)v_c^{(3)} \\ &- 3(u^{(1)}-u_c^{(1)})(u^{(2)}-u_c^{(2)}) \\ &- 3(v^{(1)}-v_c^{(1)})(v^{(2)}-v_c^{(2)}) \\ u_c^{(1)}u^{(3)}+v_c^{(1)}v^{(3)} \\ &= -(u-u_c)u_c^{(4)} - (v-v_c)v_c^{(4)} \\ &- (3u^{(1)}-4u_c^{(1)})u_c^{(3)} - (3v^{(1)} \\ &- 4v_c^{(1)})v_c^{(3)} - 3(u^{(2)}-u_c^{(2)})u_c^{(2)} \\ &- 3(v^{(2)}-v_c^{(2)})v_c^{(2)} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (33)$$

4・2 揺動形板カム機構 揺動形板カム機構の出力角変化 ψ の余弦および正弦は次のように表される。

$$\left. \begin{aligned} \cos \psi &= \{a + b \cos \phi + u \cos (\phi + \beta) \\ &- v \sin (\phi + \beta) + p \sin (\phi + \beta + \delta)\} / d \\ \sin \psi &= \{b \sin \phi + u \sin (\phi + \beta) \\ &+ v \cos (\phi + \beta) - p \cos (\phi + \beta + \delta)\} / d \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (34)$$

ゆえに、 $d\phi/dt=1$ とするときの従動節の角速度 $\psi^{(1)}$ および角加速度 $\psi^{(2)}$ は、式(34)の第1式の両辺を ϕ でそれぞれ1および2回微分することにより次のように求まる。

$$\begin{aligned} \psi^{(1)} &= \{b \sin \phi - (u^{(1)} - v) \cos (\phi + \beta) \\ &+ (u + v^{(1)}) \sin (\phi + \beta) \\ &- p(1 + \delta^{(1)}) \cos (\phi + \beta + \delta)\} / d \sin \psi \quad \dots (35) \\ \psi^{(2)} &= \{b \cos \phi - d(\psi^{(1)})^2 \cos \psi \\ &- (u^{(2)} - u - 2v^{(1)}) \cos (\phi + \beta) \\ &+ (2u^{(1)} + v^{(2)} - v) \sin (\phi + \beta) \\ &- p\delta^{(2)} \cos (\phi + \beta + \delta) \\ &+ p(1 + \delta^{(1)})^2 \sin (\phi + \beta + \delta)\} / d \sin \psi \quad \dots (36) \end{aligned}$$

ただし、 $\sin \psi$ が零または零に近い値の場合には、式(34)の第2式の両辺を ϕ で微分して得られる式を用いるものとする。

5. 影響係数解析

圧力角が大きい機構においてはカムとローラの接触応力が大きくなりカムの摩耗、変形が顕著に生じる。他方、機構定数の微小変位量とそれによる出力変位の変化量の比(影響係数)が大きい機構においては、加工、変形、組立などによる誤差が入出力関係の精度を著しく低下させる。よって機構設計の段階で圧力角および影響係数を算出し、機構の力および運動の伝達特性を

検討しておくことが必要になってくる。

圧力角 α の値は式(18)および式(24)で容易に算出されるが、影響係数を直接算出する式を導出することは極めて難しい。そこで本論文においては、数値微分法により影響係数を算出する手順を与え、解析例および出力誤差の原因の推定を通してその有用性を示す。

5・1 解析手順 従動節が直動および揺動する板カム機構の機構定数はそれぞれ

$$b, \beta, e, p$$

および

$$a, b, \beta, d, p$$

である。

これらの定数および基礎円半径 R が選定されると、与えられた変位曲線 $h(\phi)$ を満足するカムの輪郭曲線は式(2), (3), (5)または式(5), (10), (11)により、カム角変位 ϕ を補助変数として動座標系 B- uv に関して表示される。すなわちカムの輪郭曲線の方程式(6)が決定されることになる。

従動節が直動する板カム機構において、理想値からそれぞれ微小量 $\Delta b, \Delta \beta, \Delta e$ または Δp だけ変化したときの機構定数 b, β, e または p の値を

$$\left. \begin{aligned} b^* &= b + \Delta b, \quad \beta^* = \beta + \Delta \beta \\ e^* &= e + \Delta e, \quad p^* = p + \Delta p \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (37)$$

とする。

機構定数 (b, β, e, p) 、基礎円半径 R および変位線図の関数関係 $h(\phi)$ で決まる輪郭曲線をもつカムを、機構定数が (b^*, β^*, e^*, p^*) の機構で使用するときの出力変位 s^* は、条件式：

$$\begin{aligned} \sqrt{r^2 + r'^2} \{r \cos (\theta + \phi + \beta^*) + b^* \cos \phi - e^* \\ + p^* \{r \cos (\theta + \phi + \beta^*) \\ + r' \sin (\theta + \phi + \beta^*)\}\} = 0 \quad \dots\dots\dots (38) \end{aligned}$$

を偏角 θ について解き、式(16)で δ の値を決定すれば、次式で算出される。

$$\begin{aligned} s^* &= b^* \sin \phi + r \sin (\phi + \beta^* + \theta) \\ &- p^* \cos (\phi + \beta^* + \delta) \quad \dots\dots\dots (39) \end{aligned}$$

ゆえに機構定数 b, β, e および p に対する出力変位 s の影響係数 $\partial s / \partial b, \partial s / \partial \beta, \partial s / \partial e$ および $\partial s / \partial p$ は $(\Delta b, \Delta \beta, \Delta e, \Delta p) = (\Delta b, 0, 0, 0), (0, \Delta \beta, 0, 0), (0, 0, \Delta e, 0)$ および $(0, 0, 0, \Delta p)$ とするときの s^* の値と理想変位 s の値の差をそれぞれ $\Delta b, \Delta \beta, \Delta e$ または Δp で割った値として求めることができる。

加工の最終段階での切込み量の誤差によるカム輪郭の法線方向誤差は、それと接触しているローラの半径差と同一の方向で従動節に作用する。よって、この誤差の出力変位に対する影響は p の微小減少による誤

差の影響として取り扱うことができる。また、それらの影響係数は、幾何学解析により $1/\cos \alpha$ の曲線に一致することが容易に示される。

他方、カムの輪郭曲線は、理想変位に従って運動する円の包絡線として決定されるので、その中に含まれている定数の誤差と見なすことができるカム輪郭の誤差が出力変位に与える影響は、そのときの輪郭曲線の方程式を $r^*(\theta)$ とし、式(17)の r を r^* で置き換えたときの条件式を偏角 θ について解くことにより、前述と同様の手順により求めることができる。

従動節が揺動する板カム機構の影響係数等も同様に算出することができる。

5.2 変位影響係数の例 カムの代表的変位線図を図4に示す。 H は最大変位であり、 ϕ_1, ϕ_2 および ϕ_3 はそれぞれ上昇の終点(第1休止の始点)、第1休止の終点(下降の始点)および下降の終点(第2休止の始点)に対応するカム角変位の値である。上昇および下降の区間にサイクロイド曲線を用いる場合の変位線図の関数関係は次式で与えられる。

$$h(\phi) = \begin{cases} \frac{H}{\pi} \left\{ \frac{\pi\phi}{\phi_1} - \frac{1}{2} \sin \frac{2\pi\phi}{\phi_1} \right\} & (0^\circ \leq \phi < \phi_1) \\ H & (\phi_1 \leq \phi < \phi_2) \\ \frac{H}{\pi} \left\{ \frac{\pi(\phi_3 - \phi)}{\phi_3 - \phi_2} - \frac{1}{2} \sin \frac{2\pi(\phi_3 - \phi)}{\phi_3 - \phi_2} \right\} & (\phi_2 \leq \phi < \phi_3) \\ 0 & (\phi_3 \leq \phi < 360^\circ) \end{cases} \quad \dots\dots\dots (40)$$

変位線図および機構形状に関する定数を

$$\phi_1 = 90^\circ, \phi_2 = 180^\circ, \phi_3 = 300^\circ$$

$$H = 48, R = 28.4, p = 20$$

$$b = 0, \beta = 0^\circ, e = 24.2$$

とする。ただし長さの単位は mm である。この機構のカムの輪郭曲線を図5に、圧力角の曲線を図6に示す。そして、5.1節の手順で算出された影響係数を図7に示す。ただし角度の機構定数の影響係数 $\partial s / \partial \beta$ は、他の影響係数と一緒に取り扱うことを考えて、それを基礎円半径 R で割って無次元化している。また、縦軸の記号 $\partial s / \partial Z_i$ 中の Z_i は機構定数 b, β, e および p

図4 カム機構の代表的変位線図

を表す。

例えば、駆動軸と板カムとの間の位相誤差に関する影響係数 $\partial s / \partial \beta$ は圧力角 α の絶対値が大きくなるに従って大きくなっているが、偏心による誤差に関する影響係数 $\partial s / \partial b$ は、上昇区間における極値の位置が圧力角の極値の位置から離れている。よって板カム機構の

図5 板カムの輪郭曲線の例

図6 圧力角の曲線

図7 変位影響係数の曲線

運動特性を改善するためには、圧力角と共に影響係数も考慮にいれる必要があることが分かる。

5.3 速度・加速度影響係数の例 本論文の手法を用いれば従動節の速度・加速度の影響係数も厳密に求めることができる。変位線図の休止区間におけるこれらの値は零または零に近い値であり、下降区間における速度および加速度の影響係数の曲線は上昇区間のそれらと線対称になるので上昇区間($0^\circ \leq \phi < 90^\circ$)における曲線を図8および9に示す。

6. 実験

実際の機構には、加工、変形、組立などの種々の誤差が付きまとう。それらの誤差がカム機構の機構定数またはカムの輪郭曲線の定数の微小変化量として取り扱うことができる場合には、出力変位に与える影響は影響係数を用いて容易に算出することができることを示す。

図8 速度影響係数の曲線

図9 加速度影響係数の曲線

6.1 実験方法および結果 カムの形状寸法および機構定数が5.2節に示す値をもつ直動形ローラ端従動節板カム機構を設計し、回転角の測定にはロータリエンコーダ(ニコン RH_A 36000), 直進変位の測定にはリニヤゲージ(小野側器 GS 001)を用いた板カム機構の出力変位測定装置(図10)を製作した。

従動節の第2休止の位置からの変位と変位線図の関数の差を出力誤差 ϵ とする。入力軸の偏心および従動節の直進運動の精度が $3/1000$ mm であることを確認した後に、入力軸にカムを固定し、カム角変位 ϕ の 0° から 2° 刻みに 360° までの値 ϕ_i において板カム機構の静的入出力関係を精密に測定した。 $\phi = \phi_i$ のときの出力誤差の値 ϵ_i を図11に示す。

ローラの半径 p は 19.99 mm とほぼ理論値どおりであったが、入力軸の中心からローラの中心の移動軌跡までの距離すなわち直進従動節のオフセット e は 24.15 mm と理論値より 0.05 mm 小さかった。NCフライス盤で加工したカムをジグから取り外し、それを実験装置に取り付けるときにどうしても偏心および位相誤差が生じる。また最終切込み量をカムの輪郭を計測しながら微調整することができなかったため、機構定数 b, β およびカム輪郭に誤差が生じていると判断された。

6.2 最小2乗法による誤差推定 機構定数 $b,$

図10 出力変位測定装置

図 11 出力誤差

図 12 機構定数の誤差を考慮に入れたときの出力誤差

β , e および p の微小変化量をそれぞれ Δb , $\Delta\beta$, Δe および Δp とすれば, これらによって生じる出力変位の誤差は, $c_1 = \partial s / \partial b$, $c_2 = \partial s / \partial \beta$, $c_3 = \partial s / \partial e$, $c_4 = \partial s / \partial p$ とおくと次式で与えられる.

$$\Delta s = c_1 \Delta b + c_2 \Delta \beta + c_3 \Delta e + c_4 \Delta p \quad \cdots \cdots (41)$$

ところで, 出力誤差の測定値 ε_i にはカム輪郭の誤差による成分も含まれており, それを取り除かないと近似式(41)が有効でなくなる. しかし, カム輪郭の誤差は工作技術に左右されて種々変化するので, それが機構の入出力関係に与える影響を, 機構定数の出力変位に対する影響係数のような簡潔な量として, 設計段階で求めておくことは一般には難しい.

そこで, 他の誤差に影響されないで測定できる出力変位の変化幅(出力誤差の最大値と最小値の差)とカム輪郭を決定する定数の一つである最大変位 H との差 $\Delta\varepsilon$ をカム輪郭の加工誤差と考え, H を $\Delta\varepsilon$ 修正したときのカムによる出力変位と測定値の差を改めて出力誤差 ε_i とする. そして $\phi = \phi_i$ における式(41)の値を Δs_i とし, この値と ε_i の差の 2 乗和:

$$Q = \sum_{i=1}^n (c_{1i} \Delta b + c_{2i} \Delta \beta + c_{3i} \Delta e + c_{4i} \Delta p - \varepsilon_i)^2 \quad \cdots \cdots (42)$$

が最小になるときの Δb , $\Delta \beta$, Δe および Δp の値を機構定数 b , β , e および p の誤差と見なすことにする.

上記の手順で決定された誤差(長さの単位は mm)

$$\Delta H = -0.04, \quad \Delta b = -0.035, \quad \Delta \beta = 0.38^\circ$$

$$\Delta e = -0.20, \quad \Delta p = -0.02$$

を考慮に入れたときの機構の出力変位と実測された出力変位の差は図 12 に示すように十分に小さくなった. よって, 影響係数を用いれば, 板カム機構のように多数のパラメータをもつ機構の出力誤差の原因を効率良く推定できることが分かる.

ただし, 板カム機構のオフセットの誤差が -0.20 mm とその実測値 -0.05 mm よりも大きく算出さ

れたのは, カム輪郭が, 最大変位の -0.04 mm の誤差に加えて, それを円形工具で創成するときのオフセットの 0.15 mm の誤差に相当する誤差を有していたためであると判断された. また, 図 12 で誤差が負になっているのは理想出力変位の最大変位を調整したためであり, 変動成分の約 0.02 mm の振幅は本実験の加工および測定の精度と同程度の大きさである.

7. 結 言

機構定数またはカム輪郭が誤差をもつ場合の板カム機構の出力変位, 速度および加速度の厳密解法について検討した. 得られた結果は次のとおりである.

(1) 直動または揺動する従動節のローラと任意の輪郭をもつ駆動カムの接触条件を, 機構定数をパラメータとして含む形でカムの輪郭の極座標に関する方程式として導出し, その解法手順を与えた.

(2) カムに固定された座標系に関するローラの中心およびローラとカム輪郭の接点の座標とそれらの微分係数を知って, 従動節の速度および加速度を算出する手順を与えた.

(3) 以上の手順を応用すれば, 板カム機構の変位, 速度および加速度の影響係数を数値微分法によって算出し, 構成部品の加工, 変形, 組立などによる誤差が入出力関係に与える影響を検討しながら機構を設計することができる.

(4) 影響係数を係数とする機構定数の微小変化量の一次式と出力誤差の差の二乗和を最小にすることにより, 板カム機構の出力変位の誤差の原因を効率良く推定することができる.

卒業研究の一部として本論文の解析および実験に協力された秋葉紀雄(東根工業高校), 大沼靖孝(明電舎)の両氏に感謝の意を表す.

文 献

- (1) 西岡, カム設計の最近の動向, 機械設計, **30**-15(1986), 26.
- (2) Chen, F. Y., *Mechanics and Design of Cam Mechanisms*, (1982), 71, Pergamon Press.
- (3) 牧野, C言語によるカム曲線の計算と作図, 機械設計, **33**-3(1989), 64.
- (4) Cal-Tzur, Z., Shpitalni, M. and Malkin, S., Design and Manufacturing Analyses for Integrated CAD/CAM of Cams, *Trans. ASME. J. Eng. Ind.*, **111**-4 (1989), 307.
- (5) 米田・鈴木・海野, 非円形形状 NC 輪郭研削加工のための数値解析, 精密工学会誌, **56**-5(1990), 867.
- (6) Rothbart, H., *CAMS*, (1956), 60, John Wiley & Sons.
- (7) Rao, S. S. and Gavane, S. S., Analysis and Synthesis of Mechanical Error in Cam-follower Systems, *Trans. ASME. J. Eng. Ind.*, **104**-1 (1982), 52.
- (8) Giordana, F. and Rognoni, V., On the Influence of Measurement Errors in the Kinematic Analysis of Cams, *Mech. Mach. Theory*, **14**-3 (1978), 327.
- (9) Kim, H. R. and Newcombe, W. R., Stochastic Error Analysis Cam Mechanisms, *Mech. Mach. Theory*, **13**-6 (1978), 631.
- (10) 丘・尾崎・佐藤・鈴木・大穂・有浦, オフセット曲線による平面カムの輪郭・加工・誤差影響解析, 機論, **57**-541, C (1991), 2978.