索道搬器の動吸振器による制振*

松久 寛^{*1}, 顧 榮 榮^{*2}, 王 永 金^{*2}
西原 修^{*1}, 佐藤 進^{*1}

Vibration Control of a Gondola by Passive-Type Dynamic Absorbers

Hiroshi MATSUHISA, Rongrong GU, Yongjin WANG,
Osamu NISHIHARA and Susumu SATO

The swing of a gondola lift is easily caused by wind and is very difficult to reduce. In this paper, several types of dynamic absorbers for a gondola are analyzed theoretically, and a general theory is formulated. The method of optimum tuning is obtained, and the index (equivalent mass ratio) which indicates the effect of the absorber is defined. When the dynamic absorber is located at the center of gravity of the main mass, the swing is not reduced at all. This is because the moment due to the spring of the absorber is cancelled by the moment caused by the gravity which acts on the mass of the absorber. The absorber should be located as high as possible.

Key Words: Dynamic Absorber, Vibration Control Device, Gondola, Pendulum, Mass Ratio, Wind-Induced Vibration

1. 緒 言

ロープウェーなどの索道は、日本ではスキー場や観光地で使用されているが、モノレールなどに比べて、建設費が安いなどの長所があるため、都市での交通手段として用いようと検討されはじめている。また、ニューヨークやシンガポールではすでに都市交通として利用されている。しかし、そこでの最大問題は風に弱いことにある。鋼索に懸すいされた搬器は、構造上風の抗力を受けやすく、減衰力がほとんどないために、大きな振幅になりやすい。現在は風速 15 m/s ぐらいで運転を停止しているが、都市交通として利用するには、少なくとも 20 m/s まで運行できる必要があるとされている。そこで、索道搬器(ゴンドラ)の風励振を抑える技術に関心が集まっているが、これには一般的な並進モデルは適用できず、あらたに剛体振り子の制振技術が必要となっている。

具体的な動揺対策としては、ジャイロモーメントを利用する方法⁽¹⁾⁽²⁾と、動吸振器を使う方法が考えられる。前者は古くは船のローリングを防止するのに使用

されたことがあるが⁽³⁾、現在は索道搬器用としても検討されている。すでに、6人乗り搬器用の試作機⁽⁴⁾もつくられ、風による動揺を 1/3 ぐらいに減少させることが可能とされている。しかし、搬器は外部電源と接続されていないので、バッテリーで駆動可能な省電力形のシステムを開発する必要がある。一方、動吸振器に関しては、ばね質量形のものや、振り子形のものが検討されてきた⁽⁵⁾。ばね質量形のものは、搬器の重心付近に取付けると、搬器と動吸振器の質量は一体となって動き、制振効果は生じない。また、振り子形のは、二重振り子として搬器の下部に設置し、最適に同調すると腕が長くなり、実用的でなくなる。振り子を傾けて固有振動数を低くすることによって腕の長さを短くする方法も考えられているが⁽⁶⁾、これも取付け位置の問題がある。

そこで、動吸振器の取付け位置を搬器の重心より上部にすることによって、動吸振器質量とそれの支持部の間に相対変位を生じさせ、エネルギーの吸収を可能にすることが考えられる。本論文では、従来のばね質量形、振り子形動吸振器、およびそれらの変形である円軌道形、傾斜振り子形動吸振器について、理論的に解析し、最適調整や取付け位置と制振効果の関係について論じる。また、各種動吸振器についての理論を統

* 原稿受付 平成 4 年 12 月 10 日。

^{*1} 正員、京都大学工学部(〒606 京都市左京区吉田本町)。^{*2} 京都大学工学部。

一し、一般的に最適調整や動吸振器性能を論じられることを示す。さらに、円軌道形動吸振器によるモデル実験を行った結果を示す。

2. 理論解析

2・1 ばね質量形動吸振器

2・1・1 運動方程式 図1に示すように、搬器を1自由度の振り子とし、減衰は無視する。質量を m_1 、支点から重心までの距離を l_1 、角変位を θ_1 とする。動吸振器は支点より距離 l のところにつけられ、直線運動をするとし、その変位を u とする。また、質量を m_2 、ばね定数を k 、減衰係数を c とする。支点 O を原点として xy 座標を図のように取ると、ゴンドラの重心位置 (x_1, y_1) と動吸振器の質量の位置 (x_2, y_2) は

$$x_1 = l_1 \sin \theta_1 \quad \cdots \cdots (1)$$

$$y_1 = l_1 \cos \theta_1 \quad \cdots \cdots (2)$$

$$x_2 = l \sin \theta_1 + u \cos \theta_1 \quad \cdots \cdots (3)$$

$$y_2 = l \cos \theta_1 - u \sin \theta_1 \quad \cdots \cdots (4)$$

となる。これより、両者の速度は次のように与えられる。

$$\dot{x}_1 = l_1 \dot{\theta}_1 \cos \theta_1 \quad \cdots \cdots (5)$$

$$\dot{y}_1 = -l_1 \dot{\theta}_1 \sin \theta_1 \quad \cdots \cdots (6)$$

$$\dot{x}_2 = l \dot{\theta}_1 \cos \theta_1 + \dot{u} \cos \theta_1 - u \dot{\theta}_1 \sin \theta_1 \quad \cdots \cdots (7)$$

$$\dot{y}_2 = -l \dot{\theta}_1 \sin \theta_1 - \dot{u} \sin \theta_1 - u \dot{\theta}_1 \cos \theta_1 \quad \cdots \cdots (8)$$

運動エネルギー T は次のようになる。

$$T = \frac{1}{2} m_1 l_1^2 \dot{\theta}_1^2 + \frac{1}{2} m_2 (l^2 \dot{\theta}_1^2 + \dot{u}^2 + u^2 \dot{\theta}_1^2 + 2l\dot{u}\dot{\theta}_1) \quad \cdots \cdots (9)$$

位置エネルギー V は静止時を基準にとり、重力加速度を g とすると

$$V = m_1 g l_1 (1 - \cos \theta_1) + m_2 g \{ l (1 - \cos \theta_1) + u \sin \theta_1 \} + \frac{1}{2} k u^2 \quad \cdots \cdots (10)$$

となり、散逸関数 F は

$$F = \frac{1}{2} c \dot{u}^2 \quad \cdots \cdots (11)$$

となる。これらより、 m_1 に働く外力を $P e^{i\omega t}$ としたときのラグランジュの運動方程式より次の式が得られる。

$$m_1 l_1^2 \ddot{\theta}_1 + m_2 (l^2 \ddot{\theta}_1 + 2u\ddot{\theta}_1 + u^2 \ddot{\theta}_1 + l\ddot{u}) + m_1 g l_1 \sin \theta_1 + m_2 g (u \cos \theta_1 + l \sin \theta_1) = P l_1 e^{i\omega t} \quad \cdots \cdots (12)$$

$$m_2 (l \ddot{\theta}_1 + \ddot{u}) + m_2 g \sin \theta_1 - m_2 u \dot{\theta}_1^2 + c \dot{u} + k u = 0 \quad \cdots \cdots (13)$$

θ_1 および u を微小量として、この式の高次項を省略し、線形化すると次式が得られる。

図1 ばね質量形動吸振器

$$(m_2 l^2 + m_1 l_1^2) \ddot{\theta}_1 + m_2 l \ddot{u} + (m_2 l + m_1 l_1) g \theta_1 + m_2 g u = P l_1 e^{i\omega t} \quad \cdots \cdots (14)$$

$$m_2 l \ddot{\theta}_1 + m_2 \ddot{u} + c \dot{u} + m_2 g \theta_1 + k u = 0 \quad \cdots \cdots (15)$$

これより、変位の複素振幅 Θ_1 、 U は次のように求められる。

$$\Theta_1 = (-m_2 \omega^2 + k + i\omega c) P l_1 / Z \quad \cdots \cdots (16)$$

$$U = (m_2 l \omega^2 - m_2 g) P l_1 / Z \quad \cdots \cdots (17)$$

$$Z = \{ -(m_1 l_1^2 + m_2 l^2) \omega^2 + (m_1 l_1 + m_2 l) g \} \times (-m_2 \omega^2 + k + i\omega c) - (-m_2 l \omega^2 + m_2 g)^2$$

ここで、無次元化のため次の記号

$$\left. \begin{aligned} \mu &= m_2 / m_1, \quad \gamma = l / l_1, \quad \Omega^2 = g / l_1 \\ \omega_a^2 &= k / m_2, \quad \zeta = c / 2 m_2 \Omega, \quad f = \omega_a / \Omega \\ h &= \omega / \Omega, \quad \Theta_{st} = P / (m_1 g), \quad U_{st} = P l_1 / (m_1 g) \end{aligned} \right\} \quad \cdots \cdots (18)$$

を導入すると主系と動吸振器の変位は次のようになる。

$$\Theta_1 = \frac{A + i 2 \zeta B}{C + i 2 \zeta D} \Theta_{st} \quad \cdots \cdots (19)$$

$$|\Theta_1| = \sqrt{\frac{A^2 + 4 \zeta^2 B^2}{C^2 + 4 \zeta^2 D^2}} \Theta_{st} \quad \cdots \cdots (20)$$

$$U = \frac{E}{C + i 2 \zeta D} U_{st} \quad \cdots \cdots (21)$$

$$|U| = \sqrt{\frac{E^2}{C^2 + 4 \zeta^2 D^2}} U_{st} \quad \cdots \cdots (22)$$

ここで

$$A = f^2 - h^2$$

$$B = h$$

$$C = (1 - h^2)(f^2 - h^2) - \mu(\gamma f^2 - 1)(\gamma h^2 - 1)$$

$$D = \{1 + \mu \gamma - (1 + \mu \gamma^2) h^2\} h$$

$$E = -(1 - \gamma h^2)$$

である。

2・1・2 最適調整 式(20)は主系角変位の周波数

応答を表すが、二自由度振動系として二つの共振点と一つの反共振点をもつ。また、減衰比 ζ の値にかかわらず二つの定点 P, Q を通るので、その二定点の高さをそろえ、そこで最大値になるような動吸振器と主系の固有振動数比 f_{opt} と減衰比 ζ_{opt} を求める⁽³⁾。

まず、定点を通る、すなわち、式(20)が ζ に関する恒等式になるという条件より、P, Q 点の振動数、すなわち、 h_p, h_q が求められる。

$$\left. \begin{aligned} h_{p,q} &= \sqrt{a \mp \sqrt{a^2 - b}} \\ a &= \frac{1+f^2(1+\mu\gamma^2)}{2+\mu\gamma^2} \\ b &= \frac{2(1+\mu\gamma)f^2-\mu}{2+\mu\gamma^2} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (23)$$

そして、P, Q 点の高さが等しいことより最適となる動吸振器と主系の固有振動数比 $f \equiv f_{opt}$ が求められる。

$$f_{opt} = \frac{\sqrt{1+2\mu\gamma+\mu^2\gamma^3}}{1+\mu\gamma^2} \approx \frac{\sqrt{1+2\mu\gamma}}{1+\mu\gamma^2} \dots\dots\dots (24)$$

そのときの二定点 P, Q の振動数 h_p, h_q は

$$h_p^2 = \frac{(1+\mu\gamma)(2+\mu\gamma^2) - (1-\gamma)\sqrt{\mu^2\gamma^2+2\mu}}{(1+\mu\gamma^2)(2+\mu\gamma^2)} \dots\dots\dots (25)$$

$$h_q^2 = \frac{(1+\mu\gamma)(2+\mu\gamma^2) + (1-\gamma)\sqrt{\mu^2\gamma^2+2\mu}}{(1+\mu\gamma^2)(2+\mu\gamma^2)} \dots\dots\dots (26)$$

となる。そして、P, Q 点での主系の振幅は

$$|\Theta_{1p}| = |\Theta_{1q}| = \frac{\sqrt{2+\mu\gamma^2}}{(1-\gamma)\sqrt{\mu}} \Theta_{st} \dots\dots\dots (27)$$

となる。

次に、P, Q 点で振幅が最大になる減衰比 ζ を求める。すなわち

$$\left. \frac{\partial |\Theta_1|}{\partial h} \right|_{h=h_p, h_q} = 0 \dots\dots\dots (28)$$

を満足する ζ が最適減衰 ζ_{opt} である。式(28)に式(20)を代入すると、次式が得られる。

$$\begin{aligned} & (AA' + 4\zeta^2 BB')(C^2 + 4\zeta^2 D^2) - (A^2 + 4\zeta^2 B^2) \\ & \times (CC' + 4\zeta^2 DD') = 0 \dots\dots\dots (29) \end{aligned}$$

ここで、' は $\partial/\partial h$ を表し、

$$A' = -2h$$

$$B' = 1$$

$$C' = -2(1+f^2)h + 4h^3 - 2\gamma\mu(\gamma f^2 - 1)h$$

$$D' = 1 + \mu\gamma - 3(1 + \mu\gamma^2)h^2$$

である。式(29)、および(20)より、

$$\zeta_{opt} = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{AA' - |\Theta_1/\Theta_{st}|^2 CC'}{-BB' + |\Theta_1/\Theta_{st}|^2 DD'}} \dots\dots\dots (30)$$

となる。しかし、P 点で傾きが零となる $\zeta_{opt} \equiv \zeta_{popt}$ と Q 点で傾きが零となる $\zeta_{opt} \equiv \zeta_{qopt}$ はわずかに異なる。これらの値はどちらをとっても現実的な調整において

は大差は生じないので、両者の相加平均を最適調整時の ζ_{opt} として使うのも一つ方法である。

$$\zeta_{opt} = \frac{1}{2}(\zeta_{popt} + \zeta_{qopt}) \dots\dots\dots (31)$$

2・1・3 等価質量比 動吸振器の効率を表す等価質量比 μ_e を式(19)より定義する。式(19)の分母の実部 C において $f=1, h=1$ とおくことより

$$\mu_e = \mu(1-\gamma)^2 \dots\dots\dots (32)$$

が得られる。この式(32)を式(27)に代入すると、主系の P, Q 点での振幅は次のようになる。

$$|\Theta_{1p}| = |\Theta_{1q}| = \sqrt{1 + \frac{2-\mu(1-2\gamma)}{\mu_e}} \Theta_{st} \dots\dots (33)$$

この式(33)において、現実的には μ は 0.1 より小さい値をとり、 γ はなるべく小さい値のほうがよいが、0.5 あたりの値をとる。したがって、振幅は $\sqrt{1+2/\mu_e} \Theta_{st}$ と近似でき、等価質量比によって振幅が与えられるといえる。式(32)より γ が 1 のとき、すなわち動吸振器を搬器の重心に設置すればまったく効果がなく、 γ が 1 より外れると制振効果が出てくる。現実的には、搬器の上部に取付けることができるが、 $\gamma=1/2$ のときでも $\mu_e=0.25\mu$ であるので、なるべく上部に取付ける必要がある。

ところで、動吸振器を主系の重心に取付ける($l=l_1$)と制振効果がないことの物理的な理由であるが、式(14)から式(15)に l を乗じたものを引けば、次の主系の回転に関する運動方程式が得られる。

$$m_1 l_1^2 \ddot{\theta}_1 + m_1 g l_1 \theta_1 - c l \dot{u} + m_2 g u - k l u = P l_1 e^{i\omega t} \dots\dots\dots (34)$$

第 1 項は慣性項、第 2 項は重力による復元モーメント、第 3 項は動吸振器の減衰によるモーメント、第 4 項は動吸振器質量にかかる重力によって生じるモーメント、第 5 項は動吸振器のばねより生じるモーメントである。最適に同調すると、動吸振器の固有振動数と主系の固有振動数がほぼ一致するので $k/m_2=g/l_1$ が成

図 2 主系の周波数応答

立ち、第4項と第5項が相殺する。したがって、主系と動吸振器は、同じ固有振動数をもつ二つの系がダンパだけで結合していることになり、両者は一体となって振動し、減衰力は働かなくなる。

2・1・4 周波数応答 図2に最適調整された動吸振器をもつ系の周波数応答を示す。パラメータは6人乗りのゴンドラを想定し、 $l_1=4\text{ m}$ 、 $m_1=1\text{ トン}$ とする。実機の主系の減衰比は1%以下であるが、ここでは1%とする。動吸振器のない場合の共振点での無次元振幅 $|\theta_1|/|\theta_{st}|$ は50になる。動吸振器をつけた場合 $|\theta_1|/|\theta_{st}|$ は、 $\mu_e=0.025$ で9、 $\mu_e=0.05$ で6.4になる。したがって、動吸振器は十分効果があり、 μ_e の影響も制振効果に顕著に現れることがわかる。

2・1・5 過渡応答 図3に初期変位に対する時間応答を示す。風による外力の変動成分の無次元量 Z/m_1g を平均値零、標準偏差 $\sigma=0.0886$ の正規乱数で、0.3秒を時間刻みとしたときの応答を図4に示す。これらのシミュレーションはアダムス法で数値計算した。

2・2 振り子形動吸振器 図5に示すように、動

吸振器としての付加系振り子の支点を主系の支点の上方 l のところに取る。主系と動吸振器の角変位を θ_1 、 θ_2 、腕の長さを l_1 、 l_2 、質量を m_1 、 m_2 とする。主系および付加系質量の位置は

$$x_1 = l_1 \sin \theta_1 \quad \dots\dots\dots (35)$$

$$y_1 = l_1 \cos \theta_1 \quad \dots\dots\dots (36)$$

$$x_2 = l_1 \sin (\theta_1 + \theta_2) - l \sin \theta_1 \quad \dots\dots\dots (37)$$

$$y_2 = l_2 \cos (\theta_1 + \theta_2) - l \cos \theta_1 \quad \dots\dots\dots (38)$$

となる。付加系の減衰を c 、主系に働く外力を $P e^{i\omega t}$ とし、ラグランジュの運動方程式をつくって線形化すると

$$\begin{aligned} & (m_1 l_1^2 + m_2 l_2^2 + m_2 l^2 - 2 m_2 l l_2) \ddot{\theta}_1 \\ & + (m_2 l_2^2 - m_2 l l_2) \ddot{\theta}_2 + (m_1 l_1 + m_2 l_2 - m_2 l) g \theta_1 \\ & + m_2 l_2 g \theta_2 = P l_1 e^{i\omega t} \quad \dots\dots\dots (39) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & (m_2 l_2^2 - m_2 l l_2) \ddot{\theta}_1 + m_2 l_2^2 \ddot{\theta}_2 + c l_2^2 \dot{\theta}_2 + m_2 g l_2 \theta_1 \\ & + m_2 g l_2 \theta_2 = 0 \quad \dots\dots\dots (40) \end{aligned}$$

となる。この式を次の記号

$$\gamma = (l_2 - l)/l_1, \quad \omega_a^2 = g/l_2 \quad \dots\dots\dots (41)$$

および式(18)の記号を用いて無次元化すると、主系と付加系の角変位を与える式は式(19)、(21)と同じものになり、最適同調、等価質量比も式(24)、(30)、(32)で

図3 初期変位に対する応答

図4 ランダム入力に対する応答

図5 振り子形動吸振器 図6 円軌道形動吸振器

図7 傾斜振り子形動吸振器

図 8 初期変位による応答の実験結果

与えられる。なお、振り子は支点から腕で支えなくても、図 6 に示すような半径 l_2 の円軌道上で動く質点でも実現される。これを円軌道形動吸振器と呼ぶことにする。

2.3 傾斜振り子形動吸振器 付加系振り子を主系の下部に取付けた二重振り子の場合、主系の周期が長いため、付加系振り子の腕も長くなり、実用上都合が悪い。そこで、短い腕で長周期を得るために、図 7 に示すように振り子を傾斜させる方法がある。腕の長さ l_2 の付加系振り子を水平面より角度 α だけ傾けて取付けた場合の付加系振り子の固有振動数は

$$\omega^2 = \frac{g \sin \alpha}{l_2} \quad (42)$$

となる。付加系振り子の角変位を θ_2 とすると、主系および付加系の質量の位置は

$$x_1 = l_1 \sin \theta_1 \quad (43)$$

$$y_1 = l_1 \cos \theta_1 \quad (44)$$

$$\begin{Bmatrix} x_2 \\ y_2 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \cos \theta_1 & \sin \theta_1 \\ -\sin \theta_1 & \cos \theta_1 \end{Bmatrix} \begin{Bmatrix} l_2 \sin \theta_2 \\ l + l_2 \cos \theta_2 \sin \alpha \end{Bmatrix} \quad (45)$$

$$z_2 = -l_2 \cos \theta_2 \cos \alpha \quad (46)$$

となる。これよりラグランジュの運動方程式を立て、次の記号

$$\gamma = (l_2 \sin \alpha + l) / l_1, \quad \omega_a^2 = g \sin \alpha / l_2 \quad (47)$$

と式 (18) の記号を用いて無次元化すると、他の動吸振器と同様に主系と付加系の変位は式 (19), (21) となる。最適調整、等価質量比も同じ式 (24), (30), (32) で与えられる。

3. 実験

例として、図 6 に示す円軌道形動吸振器の模型で実験を行った。 $l_1 = 1 \text{ m}$, $m_1 = 8 \text{ kg}$, $m_2 = 0.8 \text{ kg}$ であり、円軌道の半径も 1 m であり、動吸振器取付け位置として $\gamma = 0.25 (\mu_e = 0.056)$, $0.5 (\mu_e = 0.025)$, $1 (\mu_e = 0)$ の 3 通りを選んだ。初期変位による応答を図 8 に示す。理論解析のように、取付け位置を主系の重心近くにする ($\gamma = 1$)、制振効果はほとんどなく、上方に取付けるほど ($\gamma = 0.5$, $\gamma = 0.25$) 制振効果は大きくなる。ただし、本実験では動吸振器の減衰は動吸振器と軌道の摩擦に依存しており、最適には同調されていない。

4. 結 言

本研究で索道搬器の動吸振器による制振機構について論じたが、これは索道搬器に限定する必要はなく、振り子の受動制振機構の一般論と言える。従来の並進運動系の動吸振器による制振との違いは、主系の傾きによって動吸振器の質量も主系と同様に重力を受けることにある。動吸振器を主系の重心に取付けると、主系に働くモーメントのうち、動吸振器変位によるばね力によるものと、動吸振器の重力によるものが互いに相殺する。結局、主系と動吸振器は、同じ固有振動数をもつ二つの系がダンパで結合されたものになり、一体として振動する。しかし、動吸振器の位置を主系の重心から離せば動吸振器から主系にモーメントが作用する。

そこで、本論文では、動吸振器の取付け位置をパラメータとして解析した。索道搬器に適応可能な動吸振器、すなわち、ばね質量形、振り子形、円軌道形、傾斜振り子形動吸振器による制振を、統一した理論式で説明した。最適調整と、制振効果を示す等価質量比を求めた。等価質量比は、動吸振器と主系の質量比 μ に $(1 - \gamma)^2$ (γ は支点から動吸振器取付け点までの距離を主系の腕の長さで除したもの) を乗じたものになる。したがって、動吸振器はなるべく上部に取付けることによって制振できることがわかる。

なお、本研究には安全索道(株)の尾竹嘉三氏と川島毅氏の協力を得たことを付記する。

文 献

- (1) 西原・松久・佐藤, ジャイロモーメントを用いる制振機構, 機論, 57-534, C (1991), 497.
- (2) 松岡・西田, ジャイロモーメントの利用によるゴンドラの横揺れを防止制御, 機論, No. 920-55, B (1992), 178.
- (3) Den Hartog, *Mechanical Vibrations*, (1950), 122, 103, McGraw-Hill.

- (4) Kanki H. and Nekomoto Y. and Monobe H., *Development of CMG Active Vibration Control Device for Gondola, The First Int. Conference on Motion and Vibration Control (MOVIC)*, (1992), 310.
 - (5) 佐藤・千島, 振り子式動吸振器による索道搬器の動揺低減について, 機講論, No. 910-17, C (1991), 528.
 - (6) 佐藤・細川・千島, 傾斜振り子式減衰装置による索道搬器の動揺制御, 機講論, No. 920-55, A (1992), 592.
-