可変減衰形能動共鳴器による消音*

松 久 寛*¹, 辻 本 郁 夫*², 佐 藤 進*¹

Control of Antiresonance by a Variable Damping Active Resonator

Hiroshi MATSUHISA, Ikuo TSUJIMOTO and Susumu SATO

The Helmholtz resonator reduces the noise by making use of the antiresonance. The damping of the resonator must be small at the antiresonance and large at the resonance. The damping can be controlled by feedback of sound pressure detected by a microphone in the resonator to a speaker on the wall of the resonator cavity. When the feedback gain is increased, the damping becomes negative and the system becomes unstable. In order to avoid instability and to have small damping only in the vicinity of the antiresonance, a 1/3 octave band pass filter is set in the feedback loop. Theoretical and experimental investigation was carried out of duct noise, and it was found that a resonator with frequency dependent damping can reduce the noise by about 20 dB.

Key Words: Noise Control, Resonator, Feedback Control, Antiresonance, Duct, Filter

1. 緒 言

送風器などに接続された管路やエンジンなどに隣接した空間では動力機械の回転数に比例した振動数の定常音が生じる。これに対する受動形消音装置として古くからヘルムホルツ共鳴器がある。音源の周波数が狭帯域の場合には、共鳴器の減衰を小さくして主系反共振を利用すると非常に簡単な装置で優れた消音効果が得られる。しかし、この場合、有効な周波数帯域に限られるために音源周波数や主系の特性の変動に弱く、実際には減衰を小さくして積極的に反共振を利用できる例は限られる。そこで、共鳴器の体積やけい部断面積を変えることによって有効周波数帯域を可変にし、音源の周波数や主系の特性の変化に追従できるようにした準能動消音システムが研究されている⁽¹⁾⁽²⁾。この場合、主系反共振を積極的に利用できるので共鳴器の減衰が小さいほど消音効果は高くなる。しかし共鳴器の構造上の制約から減衰を下げるには限界がある。

そこで、本研究では、共鳴器にスピーカを取付けて共鳴器内の音圧をフィードバックすることにより、減

衰の低減を試みる。しかし、減衰を下げると反共振点の両側にある主系共振点での音圧がかえって高くなる危険性がある。同じく主系反共振を利用する能動動吸振器においては、動的補償器を用いることによって、アクチュエータによる反共振現象の強化と共振の抑制が可能である⁽³⁾。そこで、共鳴器においても反共振現象の強化とともに共振抑制も検討する。ここでは、動的補償器として反共振点を中心周波数とするバンドパスフィルタを用いて、反共振点近傍でのみ減衰を下げることを試みる。消音対象とする定在波の存在する空間として三次元空間でもよいが⁽⁴⁾、本報ではダクト内の音を消音対象とし、理論計算および実験で能動共鳴器の効果を確認する。

図 1 能動共鳴器

* 原稿受付 平成 4 年 9 月 10 日。

*¹ 正員, 京都大学工学部 (〒606 京都市左京区吉田本町)。*² 学生員, 京都大学大学院。

2. 理論解析

2・1 能動共鳴器の構造 音圧をフィードバックすることによってスピーカの音響インピーダンスは制御することができる。そこで、共鳴器にスピーカを取付けてフィードバックをかけると、共鳴器の見かけ上の減衰を変えることができる。この機構を図1に示し、本論文では能動共鳴器と呼ぶことにする。

2・2 能動共鳴器の音響インピーダンス スピーカのコーンの変位を ξ 、質量を m_s 、バネ定数を k_s 、速度に比例する減衰を d_s 、面積を S_s 、コイルによる駆動力を f 、また共鳴器内の音圧を均一とし、それを p_r とする。本実験での音の波長 (250 Hz で 1.36 m) はスピーカのコーンの直径 (8 cm) に比べて十分大きいので、振動板は一体となって動き、1 自由度振動系とみなすことができる。よって、コーンの力学モデルは図2のようになり、運動方程式は次式であらわされる。ただし、ここで $\dot{\cdot}$ は時間微分を表す。

$$m_s \ddot{\xi} = S_s p_r - k_s \xi - d_s \dot{\xi} + f \quad (1)$$

角周波数を ω として定常応答を考えると

$$p_r = \frac{Z_m}{S_s^2} u_s - \frac{1}{S_s} f \quad (2)$$

となる。ただし、 $Z_m = j\omega m_s + d_s + k_s/j\omega$ 、コーンの体積速度を $u_s = S_s \dot{\xi}$ とする。また、スピーカの磁束密度を B 、コイルの長さを l 、抵抗を r 、かける電圧を E 、流れる電流を i とすると、そこで生じる電磁力は

$$\begin{aligned} f &= Bli = Bl \frac{E - Bl\xi}{r} \\ &= \frac{Bl}{r} E - \frac{B^2 l^2}{r S_s} u_s \end{aligned} \quad (3)$$

となる。そして、式(2)の音圧 p_r は次のようになる。

$$p_r = \frac{1}{S_s^2} \left(Z_m + \frac{B^2 l^2}{r} \right) u_s - \frac{Bl}{r S_s} E \quad (4)$$

ここで、 $E = G p_r$ として共鳴器内の音圧をフィードバックすると次式が得られる。

$$p_r = \frac{1}{S_s} \frac{r Z_m + B^2 l^2}{r S_s + BlG} u_s \quad (5)$$

図2 スピーカの力学モデル

これより、スピーカの音響インピーダンス $Z_s = p_r/u_s$ は次式であらわされる。

$$Z_s = \frac{1}{S_s} \frac{r Z_m + B^2 l^2}{r S_s + BlG} \quad (6)$$

式(6)より、スピーカの音響インピーダンスはフィードバックゲイン G によって変えられることがわかる。

ここで、図1に示す共鳴器の体積を V_r 、けい部の断面積を S_r 、けい部の長さを L_r 、けい部の空気の変位を z 、空気の密度を ρ 、音速を c とすると、共鳴器内の音圧は次式のように表される。

$$p_r = -\rho c^2 \frac{S_r z + S_s \xi}{V_r} \quad (7)$$

L_r が波長に比して十分小さいとすればけい部内の空気は一様に並進運動すると考えられるので、共鳴器のけい部の空気の運動方程式は次式で表される。

$$\rho S_r L_r \ddot{z} = -d_r \dot{z} + S_r (p_r - p) \quad (8)$$

ここで p は共鳴器の外の音圧で、 d_r はけい部における減衰係数である。共鳴器のイナータンス $M_r = \rho L_r / S_r$ 、音響抵抗 $R_r = d_r / S_r^2$ 、音響容量 $C_r = V_r / \rho c^2$ とし、また、けい部内の空気の体積速度を $u = S_r \dot{z}$ とすると、式(5)、(7)、(8)より音圧と体積速度の関係は次のように表される。

$$p_r = Z_s u_s \quad (9)$$

$$\dot{p}_r = -(u + u_s) / C_r \quad (10)$$

$$p_r - p = R_r u + M_r \dot{u} \quad (11)$$

角周波数 ω での定常応答を考えると式(9)、(10)より次式が得られる。

$$p_r = -\frac{1}{j\omega C_r + 1/Z_s} u \quad (12)$$

よって式(11)、(12)より共鳴器外の音圧 p は次のようになる。

$$p = -Z_r u \quad (13)$$

ただし、 $Z_r = p/u$ は共鳴器の音響インピーダンスで次式で表される。

$$Z_r = j\omega M_r + R_r + \frac{1}{j\omega C_r + 1/Z_s} \quad (14)$$

ここで、 $1/Z_s = \alpha + j\omega\beta$ と置き換えると式(14)は次のように書き換えられる。

$$\begin{aligned} Z_r &= j\omega M_r + R_r + \frac{\alpha}{\alpha^2 + \omega^2 (C_r + \beta)^2} \\ &\quad + \frac{j\omega (C_r + \beta)}{\alpha^2 + \omega^2 (C_r + \beta)^2} \end{aligned} \quad (15)$$

ここで、 α 、 β は次式のように表される。

$$\alpha = \frac{(r S_s^2 + S_s BlG)(rd_s + B^2 l^2)}{(rd_s + B^2 l^2)^2 + r^2 (\omega m_s - k_s/\omega)^2} \quad (16)$$

$$\beta = -\frac{r(r S_s^2 + S_s BlG)(\omega m_s - k_s/\omega)}{(rd_s + B^2 l^2)^2 + r^2 (\omega m_s - k_s/\omega)^2} \quad (17)$$

これより、 α が零、すなわちスピーカ部分の音響抵抗

が零のとき共鳴器の減衰は変わらず、これが正のとき共鳴器の減衰は増加し、負のときは減少する。よって、フィードバックゲイン G によって共鳴器の減衰を制御できることがわかる。

2・3 共鳴器-ダクト系の応答 図3のように主系として長さ L_d 、断面積 S_d のダクトを考える。位置 x_0 で音源からゆう出（体積変位） ϕ_0 を受けるダクト内の音圧の波動方程式は次式で表される。

$$\frac{\partial^2 p}{\partial t^2} - c^2 \frac{\partial^2 p}{\partial x^2} = \frac{\rho c^2}{S_d} \frac{d^2 \phi_0}{dt^2} \delta(x - x_0) \quad \dots\dots\dots (18)$$

ここで、 p はダクト内の音圧、 δ はディラックのデルタ関数である。 x_0 で単位ゆう出を受けたときの x での音圧を与えるグリーン関数は次式で与えられる。

$$G(x, x_0) = \sum_{m=1}^{\infty} \frac{-\rho c^2 \omega^2 P_m(x_0) P_m(x)}{(\omega_m^2 - \omega^2) \Delta_m} \quad \dots\dots\dots (19)$$

ここで、 ω_m はダクトの m 次の固有角周波数、 P_m は m 次の固有関数、また $\Delta_m = S_d \int_0^L P_m^2 dx$ である。方程式(18)の解はこのグリーン関数を用いて次式のように表すことができる。

$$p = G(x, x_0) \phi_0 \quad \dots\dots\dots (20)$$

そして、図3のようにダクトが位置 x_0 で音源からのゆう出 ϕ_0 と位置 x_1 で共鳴器からのゆう出 ϕ_1 を受ける場合、ダクト内の音圧は同様に次式で表される。

$$p(x) = G(x, x_0) \phi_0 + G(x, x_1) \phi_1 \quad \dots\dots\dots (21)$$

共鳴器の取付け位置 x_1 での音圧は次式のようになる。

$$p(x_1) = G(x_1, x_0) \phi_0 + G(x_1, x_1) \phi_1 \quad \dots\dots\dots (22)$$

また、式(13)より共鳴器取付け位置 x_1 の音圧は、共鳴器の音響インピーダンスを使って、次のようにも表すことができる。

$$p(x_1) = Z_r u = j\omega Z_r \phi_1 \quad \dots\dots\dots (23)$$

式(22)、(23)より次式が得られる。

$$\phi_1 = \frac{G(x_1, x_0)}{j\omega Z_r - G(x_1, x_1)} \phi_0 \quad \dots\dots\dots (24)$$

これを式(21)に代入するとダクト内の音圧は次のように得られる。

$$P(x) = \{j\omega Z_r G(x, x_0) - G(x, x_0) G(x_1, x_1) + G(x, x_1) G(x_1, x_0)\} \phi_0 / \{j\omega Z_r - G(x_1, x_1)\} \quad \dots\dots\dots (25)$$

この式(25)がダクト内の任意の点 x での音圧を与え

図3 共鳴器-ダクト系

るが、共鳴器の減衰が零の場合は Z_r を与えると $p(x)$ を零にするような ω が存在し、それが反共振点である。また逆に、 ω を与えられると $p(x)$ を零にする Z_r が決められる。すなわち共鳴器のけい部の断面積や空洞部の体積などを変化させることによって、任意の加振振動数 ω のところを反共振点にし、主系の音圧を下げるができる。共鳴器を音源の近くに設置すれば式(25)の分子第2項と第3項が相殺するので、第1項の Z_r が零になればよい。すなわち共鳴器の固有振動数を加振振動数に一致させれば反共振になる。共鳴器の位置が音源から離れると、第2、3項は相殺しないが反共振点はその近傍にて得られる。

ところで、一般的には減衰が存在するが、その場合は、反共振点での振幅は共鳴器の音響抵抗 R_r に比例する。しかし、この音響抵抗を物理的に下げるには共鳴器の構造上の限界がある。そこで2・2節で述べたように共鳴器に音圧フィードバックをかけ、そのゲイン G を変え、式(15)の実部 $R_{rf} = R_r + \alpha / [\alpha^2 + \omega^2 (C_r + \beta)^2]$ を零に近づけることによって、見かけ上の減衰を下げるができる。

一方、反共振点の左右にある共振点での音圧は、減衰に反比例する。よって減衰を下げると共振点では音圧は増大する。実際、ほとんどの機器においては主成分以外にノイズを含んでいるので、主成分は反共振にして零に近づけることができて、共振点で音圧が上がり全体としてはかえって音圧が増大する可能性もある。そこで、本研究では、フィードバック回路にフィルタを入れることによって反共振点近傍でのみ減衰を下げることを考える。

3. 数値解析と実験

3・1 実験装置 図4に実験装置の概略を示す。共鳴器のけい部の断面積は可変であり、それによって共鳴器の固有振動数を変えることができる。実験装置の諸元はダクトは両端開放で $L_d = 0.69$ m, $S_d = 0.01$ m²,

図4 実験装置

基本固有振動数は 250 Hz である。共鳴器は $V_r=0.004$ m^3 , $L_r=0.02$ m, $S_r=0\sim0.02$ m^2 , スピーカは $m_s=0.023$ kg, $d_s=0.5$ N·sec/m, $k_s=682$ N/m, $S_s=0.005$ m^2 , $r=7.3$ Ω , $Bl=5.0$ T·m である。また、フィルタは 1/3 オクターブバンドパスフィルタでその伝達関数は

$$H(j\omega)=\frac{-\omega_f^2\omega^2}{(\omega_f^2-\omega^2+2j\zeta\omega_f\omega)^2} \cdots \cdots \cdots (26)$$

で表される。ただし、 $\zeta=0.15$, ω_f はバンドパスフィルタの中心周波数である。

3.2 数値計算 まず、共鳴器内の音圧をマイクロフォンとスピーカによってフィードバックした場合の減衰の変化を考える。フィードバックをかけた場合の共鳴器の減衰は式(15)の実部、すなわち音響抵抗 R_{rr} で表される。ここで、フィードバックの効果を見るために共鳴器にスピーカを取付けない場合とスピーカを取付けてフィードバックをかけた場合の音響抵抗の比 $\lambda=R_{rr}/R_r$ を導入する。

$$\lambda=\frac{R_{rr}}{R_r}=1+\frac{\alpha}{R_r(\alpha^2+\omega^2(C_r+\beta)^2)} \cdots \cdots \cdots (27)$$

この音響抵抗比 λ を、数値計算によって求めた結果を図 5 に示す。つぎに、その共鳴器をダクトに取付けた場合の共鳴器-ダクト系の周波数応答[式(25)より与えられる $p(x)/\phi_0$, ただし x はダクトの中央とする]を図 6 に示す。また、そのときの安定性を調べるために共鳴器-ダクト系の根軌跡を図 7 に示す。なお数値計算には上述の実験装置の値を用いる。

まず、図 5 より、スピーカを取付けることによって全体に共鳴器の減衰が増えるのがわかる。そして、ゲインを変えて減衰を減少させていくと $G=-9.46\times 10^{-3}$ のとき 150 Hz 付近の共鳴器-ダクト系の共振点で減衰が 0 になり、 $G=-1.39\times 10^{-2}$ のとき 250 Hz の反共振点での減衰を 0 にすることができる。ただし、このとき反共振点以下の周波数では減衰が負の値をとっている。そして、この共鳴器をダクトに取付けた場合、図 6 より共鳴器の減衰が下がると共に主系の反共振の谷は深くなっているのがわかる。しかし、それと共に共振点のピークは高くなり $G=-9.46\times 10^{-3}$ では発振している。また、 $G=-1.39\times 10^{-2}$ のとき反共振点での減衰はほぼ 0 になっているが、反共振点以下の減衰が負の部分では安定性に問題がある。そこで、図 7 に共鳴器-ダクト系の根軌跡を示すが、軌跡が虚軸を横切るのは $G=-9.46\times 10^{-3}$ のときで、それ以上ゲインが大きくなると系は不安定になるのがわかる。よって、単純に共鳴器の音圧をフィードバックすることにより共鳴器の減衰を下げることは、共振点での音圧が

増大するだけでなく安定性を損なうこともあり、反共振の谷はあまり深くすることはできない。

そこでスピーカへのフィードバックに反共振点を中心とする 1/3 オクターブバンドパスフィルタをかけて、反共振点付近でのみ減衰を下げることを考える。ここでも同じように、図 8 に共鳴器の減衰の変化を、図 9 に共鳴器-ダクト系の周波数応答を、図 10 に共鳴器-ダクト系の根軌跡を示す。

まず、図 8 より、フィルタを用いることによって、共振点の減衰は下げずに、反共振点近傍でのみ減衰を下げられることがわかる。この例では $G=-1.08\times 10^{-2}$ で 250 Hz の反共振点での減衰を 0 にできる。またそのとき、150 Hz, 350 Hz 付近の共振点での減衰は逆に大きくなっているのがわかる。図 9 より、共鳴器-ダクト系の周波数応答は、共鳴器の減衰が下がると共に反共振の谷も深くなるが、共振点の音圧は高くないことがわかる。また、図 10 の根軌跡をみると、4 次のフィルタが入ったので軌跡は 10 本に増えているが、軌跡が全体的に左へ移動し虚軸を横切るのは 2 本だけになり、その虚軸上でのゲインは $G=-6.10\times 10^{-2}$ で、反共振点での減衰を零にする $G=-1.08\times 10^{-2}$ 近傍では系の安定性が保たれていることがわかる。よって、共鳴器の音圧をバンドパスフィルタを通してフィードバックすることによって、安定性を損なうことなく反共振の谷を深くすることができる。

3.3 実験結果 次に図 4 の実験装置で行った実験結果を示す。まず、音源としてスピーカよりホワイトノイズを発生させたときの共鳴器-ダクト系の周波数応答を図 11 に示す。ただし、反共振点はダクトの基本振動数 250 Hz に一致させている。図 11(a) は、スピーカを取付けていない通常のヘルムホルツ共鳴器を取付けた場合で、図 11(b) はスピーカを取付けた共鳴器に音圧をフィルタなしでフィードバックした場合で、図 11(c) はスピーカを取付けた共鳴器にバンドパスフィルタを用いて反共振点近傍でのみ音圧をフィードバックした場合である。図 11(a) にみられるように、通常の共鳴器ではけい部の抵抗をあまり小さくできないうえにけい部の断面積に比例する放射抵抗もあるため減衰を小さくすることはむずかしく、反共振点の谷はそれほど深くできない。そこで、共鳴器にスピーカを取付けて音圧をフィードバックすることによって共鳴器の減衰を見かけ上小さくすることを考えるわけであるが、音圧をそのままフィードバックした場合、確かに減衰は小さくなるが図 11(b) のようにゲインをある程度大きくすると共振点で発振するためにそれ以上反共振点の谷を深くすることはできない。そこで、

共振点での発振を防ぐために反共振点を中心とするバンドパスフィルタを通して音圧をフィードバックしたのが図 11(c)で、この場合、フィードバックによる共振点での発振が起こることがないため、反共振点での共鳴器の減衰を 0 になるまでフィードバックゲインを大きくすることができるので、反共振の谷はかなり深くすることができ、反共振点での音圧はフィードバックをかけないときと比べて 20 dB 程度小さくなっているのがわかる。

音源の主成分である周波数が変動したとき、共鳴器のけい部断面積をダクトの音圧と共鳴器の音圧の位相

差が 90 度になるように⁽⁵⁾変化させて共鳴器の固有振動数を音源周波数と一致させ、反共振状態を得ることができる。そこで共鳴器のけい部断面積を変化させて反共振点を動かしたときの反共振点での音圧を、フィードバックをかけない場合とフィードバックをかけた場合について図 12 に示す。ただし、この場合、音源周波数に追従させたバンドパスフィルタを用いている。これより、音源の周波数が変動して、それに反共振点を追従させた場合でも、従来の係数可変形共鳴器を用いる場合と比べて、フィードバックをかけることにより、15~20 dB 程度消音効果が増しているのがわか

図 5 フィードバック付き共鳴器の減衰特性 (フィルタなし)

図 8 フィードバック付き共鳴器の減衰特性 (フィルタあり)

図 6 共鳴器-ダクト系の周波数応答 (フィルタなし)

図 9 共鳴器-ダクト系の周波数応答 (フィルタあり)

図 7 共鳴器-ダクト系の根軌跡 (フィルタなし)

図 10 共鳴器-ダクト系の根軌跡 (フィルタあり)

図 11 共鳴器-ダクト系のホワイトノイズに対する応答の実験結果

図 12 共鳴器-ダクト系の反共振点を变化させた場合の定常応答の実験結果

る。

4. 結 言

本研究では、能動共鳴器の音圧フィードバックによる特性の変化を調べ、反共振現象の強化を検討した。その結果、フィードバックをかけることにより共鳴器

の減衰を見かけ上減少させられることがわかった。さらにバンドパスフィルタをとおしてフィードバックをかけることにより、反共振点で減衰が小さく、共振点では減衰の大きい能動共鳴器を実現できることを数値計算と実験によって確かめた。これによって従来形の共鳴器よりも 20 dB 程度消音効果を増すことができる。また、これをけい部断面積可変形共鳴器に適用することによって周波数の変動する音源に対しても 15~20 dB の消音効果の向上が得られた。

文 献

- (1) 任・松久・阿部・佐藤, 体積可変共鳴器による管路の準能動消音, 機論, 56-531, C (1990), 119.
- (2) 泉・高見・成清, けい部開口断面積を制御する可変共鳴形消音装置, 音響学会誌, 47-9 (1991), 647.
- (3) 西原・松久・佐藤, 能動的動吸振器における周波数依存評価関数の応用, 機講論, No. 910-39 (III A), (1991), 144.
- (4) 阿部・松久・佐藤, 係数可変形共鳴器による室内音の準能動消音, 機講論, No. 904-4 (1990-11), 121.
- (5) Sato, S. and Matsuhisa, H., Semi-active Noise Control by a Resonator with Variable Parameters, *Proc. of Inter-noise 90* (1990), 1305.