外部短絡時の変圧器巻線の電気-機械結合振動*

堀 康 郎^{*1}, 藤 澤 二三夫^{*2}Electromechanical Coupling Vibration of Power Transformer
under Short Circuit Conditions

Yasuro HORI and Fumio FUJISAWA

Transformer windings are forced to move by electromagnetic force caused by short circuit current. The electromagnetic force is proportional to the square of short circuit current. When the electromagnetic force becomes very large, windings tend to be destroyed. Large displacement of windings causes the ampere-turn distribution change, resulting in electromagnetic force change. This leads to the increase in winding displacement. This paper discusses the variation of winding vibration due to the variation of electromagnetic force caused by the movement of winding. Using vibrating systems of one and three degrees of freedom, the effects of the variation of electromagnetic force are analyzed. The vibration of windings increases when the variation of electromagnetic force caused by the movement of winding is taken into account. The nonlinearity of winding stiffness and internal damping reduce the increase of winding vibration.

Key Words: Coupled Vibration, Electric Equipment, Power Transformer, Nonlinear Vibration

1. 緒 言

送電系統において短絡事故が発生すると、電力用変圧器巻線には定格電流の10倍程度の大きな短絡電流が流れることがある。このような大きな電流が流れると、変圧器巻線は電流の二乗に比例する強大な電磁力を受け、振動する。電磁力が大きいと変圧器巻線は激しく振動し、時には破壊することがある。

図1に変圧器の構造を示す。鉄心のまわりに内側巻線、外側巻線が巻かれており、絶縁リングを介して上下の締付け金具により、上下方向に締付けられている。定格電流の通常数%程度の励磁電流を除くと、内側巻線の電流と巻数の積が外側巻線の電流と巻数の積と等しく、電流の方向は逆になっている。両方の巻線に流れる電流により、磁界ができ、この磁界により巻線に電磁力が働く。電磁力は巻線の半径方向成分と軸方向成分に分けられる。ここでは、軸方向の電磁力に基づく振動を取り扱う。

変圧器巻線については古くから振動解析が行われている⁽¹⁾。CIGREレポートでは外側巻線と内側巻線が軸方向電磁力により、連成することが報告されている⁽²⁾。すなわち、巻線の振動により電磁力分布、さらには回路のインピーダンスが変化し、振動に影響する問題である。この問題に

ついては筆者らが、もっとも簡単な近似ではマシュー型の微分方程式に帰結されることを明らかにするとともに、電磁力の変化をチェビシェフ多項式に近似して解く方法を提案している⁽³⁾。ここでは、この現象に影響する因子を定量的に評価、検討したものである。

変圧器巻線の振動が大きい場合には巻線の移動により、電磁界の分布が変化し、一般に巻線の振動を大きくする方向に働く。このため、変圧器の振動解析には巻線変位による電磁力の変化、さらにはインダクタンスの変化が振動に

図1 変圧器の構造

* 平成4年1月29日 ISEM-Nagoyaにおいて講演、原稿受付 平成4年12月7日。

^{*1} 正員、(株)日立製作所日立研究所(〒319-12 日立市大みか町7-1-1)。

^{*2} 正員、岐阜大学工学部(〒501-11 岐阜市柳戸1-1)。

図2 矩形電流源による電界

及ぼす影響を調べておく必要がある。

本報告では巻線を一個の質量で近似した場合と三個の質量で近似した場合について、巻線変位による電磁力、インダクタンスの変化の振動への影響、さらには振動系の減衰、非線形性の影響などを検討した。

2. 変圧器巻線に働く電磁力と振動の計算

2. 1 変圧器巻線の磁場、電磁力

変圧器巻線は円筒状をしており、円筒電流による電磁場は楕円積分を含む式で表される⁽⁴⁾。しかし、楕円積分を含む式の微分、積分による展開が複雑で、数値計算に時間がかかること、直径が巻線の半径方向の幅に比較して十分大きい場合には2次元の電磁場に近似できること等から、以下の検討は2次元の無限長電流による電磁場を用いて行う。図2に無限長の長方形電流による電磁場を示す⁽⁴⁾。

P点のベクトルポテンシャル A_z は式(1)で表される⁽⁵⁾。

$$A_z = -\frac{\mu \sigma_s}{4\pi} \sum_{i=1}^2 \sum_{j=1}^2 (-1)^{i+j} [XY \log(X^2 + Y^2) - 3XY + X^2 \tan^{-1} \frac{Y}{X} + Y^2 \tan^{-1} \frac{X}{Y}] \quad (1)$$

ここに、 $X = x_i - x_p$, $Y = y_j - y_p$

x_i : 電流源の x 軸両端座標 ($i=1,2$)

y_j : 電流源の y 軸両端座標 ($j=1,2$)

x_p, y_p : 観測点の座標

A_z : ベクトルポテンシャル

σ_s : 電流密度

μ : 透磁率

巻線の軸方向の電磁力を決める半径方向の磁束密度はベクトルポテンシャルより式(2)で与えられ、P点に別の電流源がある場合にはその電流源に加わる電磁力は式(3)で与えられる。

$$B_x = \frac{\mu \sigma_s}{4\pi} \sum_{i=1}^2 \sum_{j=1}^2 (-1)^{i+j} \left[X \log(X^2 + Y^2) + 2 \tan^{-1} \frac{X}{Y} \right] \quad (2)$$

$$F_y = B_x I_p \quad (3)$$

図3 電磁力と%インピーダンスの変化

ここに、 B_x : 半径方向の磁束密度

F_y : 軸方向の電磁力

I_p : 観測点の電流

巻線の内側には強磁性体の鉄心があるので、この影響は鏡像としてイメージ電流源を与えることにより考慮できる。巻線のインダクタンスは式(1)に同様に電流を掛けて積分することにより、求められる。図3に変圧器巻線の電磁力とインダクタンス(%インピーダンス)の計算結果を示す。この場合のインダクタンスは短絡時に巻線に定格電流を流した場合の電圧と定格電圧との比である%インピーダンスで示した。

一般に内側巻線と外側巻線の軸方向の高さは一致しているので、それぞれの巻線に働く合計電磁力は0になるが、軸方向に互いに巻線が動くと、ほぼ巻線変位に比例する電磁力が発生する。一方、巻線の%インピーダンスは巻線の変位が大きくなるに従い、大きくなっている。この図から巻線の変位により、電磁力並びに%インピーダンスが変化することがわかる。

巻線振動の解析のために、図3における電磁力を巻線変位の一次式で、インダクタンスを二次式で近似的に表すことにする。そこで、式(3)をy方向に微分することにより、巻線変位による電磁力の変化分は式(4)となる。

$$\frac{\partial F_y}{\partial y_j} = I_p \frac{\partial B_x}{\partial y_j} = \frac{\mu \sigma_s I_p}{2\pi} \sum_{i=1}^2 \sum_{j=1}^2 (-1)^{i+j} \tan^{-1} \frac{X}{Y} \quad (4)$$

同様にインダクタンスの一次および二次の変化分はそれぞれ、式(5)、式(6)となる。

$$\frac{\partial L}{\partial y_j} = C \frac{\partial A_z}{\partial y_j} = -C B_x \quad (5)$$

$$\frac{\partial^2 L}{\partial y_j^2} = C \frac{\partial^2 A_z}{\partial y_j^2} = -D \frac{\partial F_y}{\partial y_j} \quad (6)$$

ここに、 L : インダクタンス

C, D : 定数

以上の式を用いることにより、巻線の電磁場を2次元とした場合の電磁力、インダクタンスとそれらの変化分を解析的に求めることができる。

図4 変圧器巻線の断面

図5 1自由度振動系

図6 3自由度振動系

2. 2 巻線の振動計算

図4に解析の対象とする巻線の断面を示す。外部短絡の状態を想定し、内側巻線と外側巻線には大きさが等しく、方向が反対の電流が流れる。

図5に変圧器の内側巻線を1個の質量の1自由度系に近似した場合の電気回路と巻線振動系を示す。ここでkは巻線の1/2高さの部分のばねと巻線の上または下の支持用絶縁物のばねとの直列ばねのばね定数である。図6に内側巻線を3個の質量からなる3自由度系に近似した場合を示す。ここでk₁は巻線の1/6高さの部分のばねと巻線の上または下の支持用絶縁物のばねとの合成ばねのばね定数、k₂は巻線の1/3高さの部分のばねのばね定数である。図5、図6でインダクタンスが巻線変位の関数に、加振力が巻線変位、電流の関数になっている。ここで、外側巻線はともに十分に剛で振動しないとして解析を行う。1自由度系の場合の方程式群は式(7)および(8)になる。

$$\frac{d}{dt}[\{L_s + L(x)\}I] + (R_s + R)I = E \sin(\omega t + \phi) \dots (7)$$

$$m \frac{d^2 x}{dt^2} + 2c \frac{dx}{dt} + 2kx = F(x, I) + kx_0 \dots (8)$$

ここに、L_s: 電源のインダクタンス

L(x): 変圧器のインダクタンス

I: 電流

E: 電源電圧

R_s: 電源の抵抗

R: 変圧器の抵抗

図7 1自由度系の巻線の変位

ω: 電源の角周波数

φ: 電源電圧の位相角

F(x, I): 電磁力

x₀: 巻線の初期位置

m, c, k, x: 1自由度系としての質量、減衰係数、ばね定数、変位(図5参照)

すなわち、巻線の変位xにより、インダクタンス、電磁力が変化している。また、振動系の特性の影響を調べるため、1自由度系についてはばね力が非線形の場合の式を式(9)に示す。ばね力としては巻線の絶縁物の特性に合わせ、ハードスプリングとした。式中の係数αにより非線形の度合いを変えている。

$$m \frac{d^2 x}{dt^2} + 2c \frac{dx}{dt} + 2kx \frac{(1 + \alpha x^2)}{(1 + \alpha x_0^2)} = F(x, I) + 2kx_0 \dots (9)$$

ここに、α: 定数

3自由度系の場合の方程式群は式(10)～(13)となる。ここではx₁, x₂, x₃により電磁力、インダクタンスが変化している。この場合には巻線自体の変位を巻線上部、中央部、下部の3点で表しているの、巻線の軸方向の伸び、縮みが考慮できる。

$$\frac{d}{dt}[\{L_s + L(x_1, x_2, x_3)\}I] + (R_s + R)I = E \sin(\omega t + \phi) \dots (10)$$

$$\frac{m}{3} \frac{d^2 x_1}{dt^2} + c_1 \frac{dx_1}{dt} + c_2 \left(\frac{dx_1}{dt} - \frac{dx_2}{dt} \right) + k_1 x_1 + k_2 (x_1 - x_2) = F_1(x_1, x_2, x_3, I) + k_1 x_0 \dots (11)$$

$$\frac{m}{3} \frac{d^2 x_2}{dt^2} + c_2 \left(-\frac{dx_1}{dt} + 2 \frac{dx_2}{dt} - \frac{dx_3}{dt} \right) + k_2 (-x_1 + 2x_2 - x_3) = F_2(x_1, x_2, x_3, I) \dots (12)$$

$$\frac{m}{3} \frac{d^2 x_3}{dt^2} + c_1 \frac{dx_3}{dt} + c_2 \left(\frac{dx_3}{dt} - \frac{dx_2}{dt} \right) + k_1 x_3 + k_2 (x_3 - x_2) = F_3(x_1, x_2, x_3, I) + k_1 x_0 \dots (13)$$

ここに、x_i (i=1,3), k_i (i=1,2), c_i (i=1,2), F_i (x₁, x₂, x₃, I) (i=1,3)は図6に示す3自由度系としての変位、ばね定数、減衰係数、電磁力である。

3. 計算結果と検討

前述の計算式を連立させ、ルンゲクッタ法により巻線の変位を計算した。図7に1自由度系の計算例を示す。

図7は電磁力、インダクタンスの変化の影響を調べたものである。巻線は軸方向に初期に1 cm (約0.004%)ずれているものとして計算した。図7からわかるように電磁力、インダクタンスの変化を考慮した場合としない場合では軸方向の最大変位が約3倍異なることがわかる。自由振動と思われる周期は巻線変位の影響を考慮しない場合、36 ms となっており、系の固有振動数29 Hz (周期34.4 ms) が現われていると考えられる。これに対し、巻線変位の影響を考慮した場合には第一のピークと第二のピークの間が41 ms となっており、自由振動の周波数が低く現われている。この原因は図3からわかるように巻線の変位が増加すると電磁力がさらに変位を増加させる方向に働くことから、電磁力の変化が負のばねとして作用しているためと考えられる。

表1に巻線変位による電磁力変化、インダクタンス変化を考慮した場合としない場合の4通りのケースについての軸方向の最大変位と最大電磁力とインダクタンスを示す。このうち、最大電磁力は巻線変位による電磁力変化を考慮しない場合の電磁力を基準に示し、インダクタンスは巻線変位によるインダクタンスの変化を考慮しない場合のインダクタンスを基準にして、それぞれ拡大率で示した。

最大変位は電磁力変化を考慮すると約3倍、インダクタンス変化を考慮すると約10%減となることがわかる。僅かではあるが、インダクタンスの変化は振動を抑制する方向に働いていることがわかる。インダクタンスの変化はケース1で26%、ケース3で4%増加しており、これにより電流が制限され、変位が減少したものと考えられる。なお、実際に巻線に働く電磁力は力の拡大率に電流の2乗を掛けたものになるが、電流の最大の時間と力の拡大率が最大

表1 1自由度系の振幅、電磁力、インダクタンス

Case number	1	2	3	4
Variation of force	Yes	Yes	No	No
Variation of inductance	Yes	No	Yes	No
Maximum amplitude (cm)	14.0	15.2	5.5	5.6
Magnification of force	13.5	14.4	1	1
Magnification of inductance	1.26	1	1.04	1

図8 電流および電磁力の変化

になる時間が一致しないので、最大の電磁力は表1の値より小さくなる。

図8に実際に巻線に働く電磁力と電流、電流の2乗を示す。巻線変位による電磁力変化を考慮しない場合の最大電磁力を F_0 、最大電流を I_0 とし、比で示した。

巻線が変位しない場合には電流の2乗が電磁力に比例した量になる。すなわち、巻線が変位することにより、巻線に働く実際の電磁力は電流の2乗の曲線から最大で、約3倍になっており、波形もかなり異なったものになっていることがわかる。しかし、表1の力の拡大率10数倍よりはかなり小さくなっている。

次に巻線のばね力が非線形の場合の計算結果を表2に、非線形のばね特性を図9に示す。式(9)の α の値を変えて計算したもので、y方向の最大変位を示した。 α が大きくなるほど、ばねの非線形性が強くなり、ハードスプリングになる。具体的に α を大きくするには、巻線を含む絶縁物を締め付ける圧力を増すのが一つの方法である。yの正

表2 非線形ばねの影響 (cm)

α	Upward	Downward
0	14.1	-3.5
0.0001	13.9	-4.8
0.0002	13.8	-6.1
0.0005	13.6	-9.5
0.001	13.2	-13.7
0.002	12.8	-17.3
0.005	11.8	-17.9
0.01	10.5	-14.8
0.02	9.5	-10.9
0.05	7.6	-6.7
0.1	6.3	-5.4

図9 非線形ばねの特性

図10 減衰の影響

表 3 3 自由度系の各部変位

Initial axial position		$x_0=1\text{cm}$			$x_0=0$		
Variation of force		Yes	Yes	No	Yes	Yes	No
Variation of inductance		Yes	No	No	Yes	No	No
Maximum displacement of upper portion (cm)	Upward	12.8	13.7	5.4	9.2	9.9	2.8
	Downward	-10.4	-11.6	-2.2	-15.0	-16.3	-4.9
Maximum displacement of center portion (cm)	Upward	6.2	6.5	3.8	0	0	0
	Downward	-0.8	-0.9	0.2	0	0	0
Maximum displacement of lower portion (cm)	Upward	19.5	21.0	7.6	15.0	16.3	4.9
	Downward	-5.6	-6.1	-1.0	-9.2	-9.9	-2.8

図 1-1 巻線を 3 自由度系にした時の振動

図 1-2 電磁力、インダクタンスが変化しないときの振動

方向の変位は α の増加により減少しており、負の方向の変位はいったん増加したのち、減少に転じている。巻線の持つ固有振動数と電磁力の周波数の関係により、異なると考えられるが、多くの条件による計算では一般にハドスプリングになると振動が小さくなるようである。

次に巻線の振動系の減衰の影響について調べた。振動系の減衰比率 ζ を変化させて計算した結果を図 1-10 に示す。電磁力、インダクタンスの変化を考慮した場合でも、振動系の減衰の増加によって振動が小さくなることからわかる。

1 自由度系では巻線が変形せず剛体としているが、実際には巻線の剛性は無限大ではなく電磁力により伸び縮みする。この動きは当然、インダクタンス、電磁力の変化を引き起こす。また、1 自由度系では内側巻線と外側巻線の軸方向の高さが一致している場合には巻線に働く軸方向の電磁力は 0 となり、振動しないことになる。そこで、巻線を上部、中間部、下部の 3 自由度系として解析を行った。振動系のモデル化にあたっては、先の 1 自由度系と固有振動数、減衰比率などを一致させるようにした。図 1-1 に図 7 と比較するため、内側巻線と外側巻線が軸方向に 1 cm ずれた場合についての振動の計算結果を示す。

巻線の下部と中央部は最初から上方に動くが、上部はいったん、下方に動き、そのあと上方に動いており、巻線が最初圧縮されることがわかる。縮んだ量は約 3.0 cm に達している。これは図 7 の最大変位の約 2 倍であり、巻線自体の軸方向の伸縮によるインダクタンス、電磁力の変化を無視できないと考えられる。また、巻線の最初の上方向への最

図 1-3 上下対称時の振動

大の移動量は下部が 1.9 cm、中央が 6 cm、上部が 1.2 ~ 8 cm となっており、同一時間ではないものの、平均すると 1.2 ~ 6 cm となり、図 7 とほぼ同等になっている。

図 1-2 に電磁力、インダクタンスの変化を考慮しない場合で内側巻線と外側巻線が軸方向に 1 cm ずれた場合についての振動の計算結果を示す。図 1-1 と比較すると波形は似ているものの、絶対値は $1/2$ 弱になっている。図 7 の 1 自由度系と比べるとその差は少なくなっている。この 3 自由度振動系の固有振動数は計算により、一次が 2.9 Hz、二次が 58.4 Hz、三次が 81.6 Hz である。

図 1-1、図 1-2 の巻線上部、下部ではいずれも周期 1.8 ms

s (5.5 Hz) が観測されており、二次の固有振動が現われたものと考えられる。一方、巻線中央部では周期 38 ms (26.3 Hz) が観測されており、一次の固有振動と推定される。

図 13 に $x_0 = 0$ の場合、すなわち、内側巻線と外側巻線の位置が軸方向に一致している場合の振動の計算結果を示す。図 13 には電磁力、インダクタンスの影響を考慮した場合と考慮しない場合の計算結果を示した。振動は巻線の中央部を中心にして上下対称になっている。巻線下部でみると最初約 15 cm 上方に動いた後、下方に約 9 cm 動いている。電磁力、インダクタンスの変化を考慮しないときには、変位は約 $1/3$ になっている。振動の周期は約 20 ms (50 Hz) となっており、図 11、図 12 と同様に二次の固有振動が現われたものと考えられる。すなわち、巻線全体は上下方向に一次の振動で動くとともに、二次の振動で巻線の圧縮、伸張が行われることがわかる。

表 3 に各種の条件における 3 自由度系の振動の最大変位を示す。電磁力を考慮すると約 3 倍、インダクタンスを考慮すると約 0.9 倍になっている。巻線の圧縮量でみると、電磁力を考慮して約 30 cm、考慮しないで約 10 cm となっており、巻線の初期位置 x_0 には関係しないことがわかる。

4. 結 言

短絡時の変圧器巻線の振動による電磁力、インダクタン

スの変化を調べ、振動変位の影響が大きいことを明らかにした。インダクタンス、電磁力を変位の関数として振動解析を行い、(1) 電磁力の変化を考慮すると振動が大きくなること、(2) 電磁力の変化を考慮することにより、一次の自由振動の周波数が低下すること、(3) 巻線のインダクタンスの変化が振動を抑制する方向に働くこと、(4) ばねがハードスプリングの場合およびばねの内部減衰が大きい場合振動が小さくなること、(5) 外側巻線と内側巻線が軸方向にずれた場合、巻線の平均の変位は大きくなるものの、巻線の圧縮量は変わらないことなどを明らかにした。

文 献

- (1) Y. Tournier et al., A Study of the Dynamic Behavior of Transformer under Short Circuit Conditions, CIGRE Report No. 143-a, (1962)
- (2) Y. Tournier et al., Supplement to Paper No. 134, CIGRE Report No. 134-a, (1962)
- (3) Y. Hori and K. Okuyama, Axial Vibration Analysis of Transformer Windings under Short Circuit Conditions, IEEE Trans. Vol. PAS-99, No. 2, March/April (1980)
- (4) 奥山・ほか 3 名、変圧器漏れ磁界と損失、日立評論 50-2(1968), 61
- (5) 竹山説三、電磁気学現象理論、(1962), 253, 丸善