V 形機関の起振モーメントに関する研究*

(第1報, V 形6 気筒機関の起振モーメントについて)

伊藤 紀男^{*1}, 高橋 幸敬^{*2}, 冨成 敬史^{*3}
安藤 浩二^{*4}, 高橋 幸一^{*5}

Exciting Moment Analysis of V-Type Engine (1st Report, Exciting Moments of V6 Engines)

Norio ITO, Yukitaka TAKAHASHI, Takafumi TOMINARI,
Koji ANDO and Koichi TAKAHASHI

Recently a new compact VR6 engine was developed by the Volkswagen Company in Germany. The bank angle is 10° to 20°. Thus narrow angles have changed the concept of the bank angle. Hence this paper presents a new analytical method of exciting moments of a V-type engine. The traditional method enabled estimation of the exciting moments after the bank angle was decided, but our new method enables determination of the number of cylinders and all the combinations of cylinder arrangement. Then the most suitable bank angles are determined for balance of the engine under these conditions, or the exciting moments are estimated by making the bank angle a parameter. First, we describe the precession dynamics which are unavoidable in a V-type engine, and we give concrete examples of V6 and VR6 engines. The reduction of exciting moments is investigated to the 1st and 2nd orders. As a result, we may find previously unknown bank angles. Furthermore, the exciting moment of a V-type engine can be discussed systematically.

Key Words: Reciprocating Engine, Vibration, Exciting Moment, Precession Dynamics, Balance Weight, Balance Shaft, V6 Engine, VR6 Engine

1. 緒 言

単列, および多列形の多気筒往復運動機関の不釣り合いモーメントに関しては, すでに多くの解析結果が報告されている⁽¹⁾. それらによると, 機関の気筒数やクランクの配列, バンク角などによって不釣り合いモーメントの式は異なるが, 実用的な機関についてはほぼ明らかにされていると言ってよい. したがって, 現在, この分野における研究は, 機関に発生する振動や騒音を, これまで以上に低減化するための実験的な解析^{(2)~(5)}やバランサー⁽⁶⁾などに関するものが, その主なものと言える.

最近になって, ドイツのVW社から新しいタイプのコンパクトV形6気筒(VR6)機関が開発され, 実車に搭載されるようになった⁽⁷⁾. この機関の特徴は, V形機関の長所と直列形機関の長所を兼ね備えたもので, V形のバンク角が10°~20°という狭角で構成さ

れている. このようなバンク角は, 従来の解析方法からは考えにくい角度であり, バンク角に対する概念を変えるものと言える.

そこで, 著者らは, V形機関に発生する起振力や起振モーメントに関し, これまでのように, あらかじめバンク角を設定して解析を行うというのではなく, 機関の気筒数やクランクの配列を先に設定して, その機関に最適なバンク角を決定したり, バンク角を変数として起振モーメントを算出する解析方法について検討を加えた. その結果, これまでの方法では得られなかった新しいバンク角を発見する可能性が生じると同時に, V形機関に発生する起振モーメントを系統的に整理することが可能となった.

本報では, まず, V形機関に関する基本的な関係式やV形機関に宿命的に発生するすりこぎ状の運動, および振動削減用のバランスおもりについて述べる. 次に, それらの結果を, 現在, 最も実用されているV形6気筒機関に応用し, この種の機関では避け得ない残存2次モーメントや新しいVR6形機関の特長などについて論じる.

* 原稿受付 平成4年12月24日.

^{*1} 正員, 富山大学工学部 (〒930 富山市五福3190).

^{*2} 正員, (〒230 横浜市鶴見区下末吉5-14-23).

^{*3} 学生員, 富山大学大学院.

^{*4} 学生員, 福井工業大学大学院 (〒910 福井市学園3-6-1).

^{*5} 正員, 福井工業大学.

2. V 形機関の起振モーメント

多気筒機関に働く起振力は、各気筒に働く起振力を合成したものとなる。各気筒に働く起振力は、クランクの回転位相差によって異なる。ここでは、まず、単気筒機関に働く起振力や起振モーメントについて、本論文で使用する記号の説明も兼ねて簡潔に述べる。

図 1 は、直列多気筒機関の中の一つの気筒を示す。ピストンの運動方向に x 軸、クランク軸方向に z 軸、それらに垂直に y 軸をとる。図 1 (a) はクランク軸を含む断面図、図 1 (b) はクランク軸に直角な断面図である。いま、多気筒機関のほぼ中央の点を原点 O とし、この気筒の中心線が原点より z だけ離れたところに位置するものとする。ピストンピン、およびクランクピンの中心を O_P , C , 連接棒の重心を G とする。クランクの半径を r , 連接棒の長さを L とし, $\overline{GC} = L_c$, $\overline{GO_P} = L_p$ とおく。ピストン, および連接棒の質量を m_p , m_r とする。クランクの回転角を θ , 連接棒が x 軸となす角度を δ とし, これらの角度の符号は x 軸を基線として, z 軸の右回りを正と定める。本論文では, クランクの回転中心 O に関し, クランクピン C と対称な位置 Q に質量 $m_r(L_p/L)$ のバランス用おもりをあらかじめ付加し, y 軸方向の起振力を消滅させて論じる。ここで, $\lambda = r/L$, $c_p = L_p/L$ とおくと, x 軸方向に生じる起振力 $F_x(\theta)$ は, 次式で表される⁽⁸⁾。

$$F_x(\theta) = m_{rec} r \{ \ddot{\theta} G(\theta) + \omega^2 F(\theta) \} \quad \cdots \cdots (1)$$

ここに

$$G(\theta) = \sin(\theta - \delta) / \cos \delta \quad \cdots \cdots (2)$$

$$F(\theta) = \cos \theta + \lambda \cos 2\theta / \cos \delta + \lambda^3 \sin^2 2\theta / 4 \cos^3 \delta \quad \cdots \cdots (3)$$

図 1 単気筒機関の座標系と記号

$$\left. \begin{aligned} m_{rec} &= m_p + (1 - c_p) m_r \\ \sin \delta &= -\lambda \sin \theta \end{aligned} \right\} \quad \cdots \cdots (4)$$

y 軸方向の起振力 $F_y(\theta)$ は零であるが, 式 (1) の起振力 $F_x(\theta)$ は, クランクピンを通してクランク軸に作用し, 機関の中心 O に関する起振モーメントを発生させる。 y 軸, および x 軸回りの起振モーメントを M_{y0} , M_{x0} で表すと, それらは次の式で与えられる。

$$\left. \begin{aligned} M_{y0} &= F_x(\theta) \cdot z \\ M_{x0} &= F_y(\theta) \cdot z = 0 \end{aligned} \right\} \quad \cdots \cdots (5)$$

次に, V 形多気筒機関の起振モーメントについて考える。図 2 は, 図 1 と同様に, V 形多気筒機関の中の 1 つの気筒を示す。ピストンの運動方向である気筒中心線が, x 軸に対して α だけ傾いている場合を示す。このとき, 式 (1) で表される起振力 $F_x(\theta)$ は y 軸, および x 軸回りの起振モーメント M_y , M_x を発生し, それらは次式で与えられる。

$$M_y = F_x(\theta) \cos \alpha \cdot z \quad \cdots \cdots (6)$$

$$M_x = -F_x(\theta) \sin \alpha \cdot z \quad \cdots \cdots (7)$$

これらが V 形機関の起振モーメントに関する基礎式となる。ここで, M_y , M_x を無次元化したものを M_y^* , M_x^* で表すと, これらは次のようになる。

$$M_y^* = M_y / m_{rec} r \omega^2 z \quad \cdots \cdots (8)$$

$$M_x^* = M_x / m_{rec} r \omega^2 z \quad \cdots \cdots (9)$$

以後において, M_y^* , M_x^* も起振モーメントと同じ扱いをすることにする。なお, 式 (2), (3) の $G(\theta)$, $F(\theta)$ を従来の展開式で表せば, 次のようになる⁽⁹⁾。

$$\left. \begin{aligned} G(\theta) &= \sin \theta + \sum_{n=1}^{\infty} 2n A_{2n} \sin 2n\theta \\ F(\theta) &= \cos \theta + \sum_{n=1}^{\infty} (2n)^2 A_{2n} \cos 2n\theta \end{aligned} \right\} \quad \cdots \cdots (10)$$

ここに, A_{2n} は A_0 も含めて表すと, 次式となる。

図 2 V 形機関の単気筒

$$\left. \begin{aligned} A_0 &= -\frac{\lambda}{4} - \frac{3\lambda^3}{64} - \frac{5\lambda^5}{256} - \dots \\ A_2 &= \frac{\lambda}{4} + \frac{\lambda^3}{16} + \frac{15\lambda^5}{512} + \dots \\ A_4 &= -\frac{\lambda^3}{64} - \frac{3\lambda^5}{256} - \dots \\ &\dots \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (11)$$

3. バランスおもりとバランスシャフト

式(8), (9)の起振モーメント M_y^* , M_x^* は, θ の関数である $G(\theta)$, $F(\theta)$ によって変動する. $G(\theta)$, $F(\theta)$ は式(10)より, それぞれ正弦, 余弦によって展開される. このことから, 同じ位相をもつ正弦と余弦の項が, それらの係数の絶対値を等しくする場合, その項による振動成分はバランス用のおもり, またはバランスシャフトによって消滅させることができる.

いま, 等しい係数を M_0 とおいて, 次数 n の項によって生じる起振モーメントを $(M_y^*)_n$, $(M_x^*)_n$ と表す. θ_0 を初位相として, $(M_y^*)_n$, $(M_x^*)_n$ が次式で表されたとする.

$$\left. \begin{aligned} (M_y^*)_n &= M_0 \cos(n\theta + \theta_0) \\ (M_x^*)_n &= -M_0 \sin(n\theta + \theta_0) \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (12)$$

このとき, クランク軸の回転に対し, n 倍の正回転機構をもつバランスおもりを, π だけ位相をずらして配置すると, そのおもりによる起振モーメント M_y^{**} , M_x^{**} は, 次式で表される.

$$\left. \begin{aligned} M_y^{**} &= M_0 \cos(n\theta + \theta_0 + \pi) \\ M_x^{**} &= -M_0 \sin(n\theta + \theta_0 + \pi) \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (13)$$

これより, 上記おもりを付加することによって, 式(12)の起振モーメントは消滅されることになる.

次数 n の起振モーメントが式(12)とは異なり, 次式で表されたとする.

$$\left. \begin{aligned} (M_y^*)_n &= M_0 \cos(n\theta + \theta_0) \\ (M_x^*)_n &= M_0 \sin(n\theta + \theta_0) \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (14)$$

この場合は, クランク軸の回転に対し n 倍の逆回転機構をもつバランスシャフトにおもりを付加し, さらに, π だけ位相をずらして配置すると, それによる起振モーメント M_y^{**} , M_x^{**} は, 次のように表される.

$$\left. \begin{aligned} M_y^{**} &= M_0 \cos(n\theta + \theta_0 + \pi) \\ M_x^{**} &= M_0 \sin(n\theta + \theta_0 + \pi) \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (15)$$

これより, 式(14)の起振モーメントはバランスシャフトにより消滅できるが, これは歯車などによる逆回転機構を必要とするため, 実用的とはいえない.

4. すりこぎ運動の力学

V形機関には, 式(6), (7)からも明らかなよう

に, 宿命的にクランク軸回りのすりこぎ状運動が, 正転, あるいは逆転方向に生じる. ここでは, そのようなすりこぎ状運動の力学的な関係式とその運動の消滅法について述べる.

図3は, クランク軸回りのすりこぎ状運動をモデル化して示したものである. 座標系は, 第2章で定義したものと同一である. 図3(a)は zx 平面図, 図3(b)はその側面図である. リンク $\overline{B_1B_1'}$ は原点 O を通り, その両端に質量 m_1 をもつ. リンクの両端の B_1 , B_1' がそれぞれ z 軸の回りに半径 r_1 の円運動を行うとき, リンク $\overline{B_1B_1'}$ は原点 O を支点とするすりこぎ運動を行う. 点 B_1 の運動を, 図3(b)のように, 回転角を θ とし, その座標を (x_1, y_1) と表すと, $(x_1, y_1) = (r_1 \cos \theta, r_1 \sin \theta)$ となる. $d\theta/dt = \omega$, $d^2x_1/dt^2 = \ddot{x}_1$, $d^2y_1/dt^2 = \ddot{y}_1$ とすると, 次式を得る.

$$\left. \begin{aligned} \ddot{x}_1 &= -r_1(\ddot{\theta} \sin \theta + \omega^2 \cos \theta) \\ \ddot{y}_1 &= -r_1(-\ddot{\theta} \cos \theta + \omega^2 \sin \theta) \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (16)$$

これより, リンク $\overline{B_1B_1'}$ のすりこぎ運動によって生じる慣性力は, y 軸, および x 軸回りにそれぞれピッチングモーメント M_{y1} , ヨーイングモーメント M_{x1} を発生させる. 図3(a)でリンク $\overline{B_1B_1'}$ を z 軸上に投影した長さを b_1 とすると, M_{y1} , M_{x1} は, 次式によって与えられる.

$$\left. \begin{aligned} M_{y1} &= m_1 r_1 b_1 (\ddot{\theta} \sin \theta + \omega^2 \cos \theta) \\ M_{x1} &= -m_1 r_1 b_1 (-\ddot{\theta} \cos \theta + \omega^2 \sin \theta) \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (17)$$

次に, リンク $\overline{B_1B_1'}$ と同様の運動を行うリンク $\overline{B_2B_2'}$ について考える. リンク $\overline{B_2B_2'}$ も両端に質量 m_2 をもち, xy 平面上で半径 r_2 の円運動を行うものとする. ただし, リンク $\overline{B_2B_2'}$ のすりこぎ運動は, リンク $\overline{B_1B_1'}$ とは逆回転の運動で, xy 平面上での点 B_2 の回転角は $-\theta$ とする. リンク $\overline{B_2B_2'}$ の z 軸上への投影長さを b_2 とすると, リンク $\overline{B_2B_2'}$ によって生じるピッチングモーメント M_{y2} , ヨーイングモーメント M_{x2}

図3 すりこぎ状運動の解析

は、次式によって与えられる。

$$\left. \begin{aligned} M_{y2} &= m_2 r_2 b_2 (\ddot{\theta} \sin \theta + \omega^2 \cos \theta) \\ M_{x2} &= -m_2 r_2 b_2 (\ddot{\theta} \cos \theta - \omega^2 \sin \theta) \end{aligned} \right\} \dots\dots (18)$$

ここで、2つのリンク $\overline{B_1B_1'}$ と $\overline{B_2B_2'}$ の合成運動を行うリンク $\overline{BB'}$ を考える。リンク $\overline{BB'}$ の両端の質量を m 、それを z 軸上へ投影したときの長さを b とする。このとき、リンク $\overline{BB'}$ の xy 平面上での運動の主軸に沿う半径を r_m, r_n とするとき、それらは r_1, r_2 と、次の関係式が成立しなければならない。

$$\left. \begin{aligned} mbr_m &= m_1 r_1 b_1 + m_2 r_2 b_2 \\ mbr_n &= m_1 r_1 b_1 - m_2 r_2 b_2 \end{aligned} \right\} \dots\dots (19)$$

これより、 m, b に値を与えることにより、式 (19) の r_m, r_n の値は決定する。リンク $\overline{BB'}$ の点 B の座標を (x, y) とすると、次のように表される。

$$\left. \begin{aligned} x &= r_m \cos \theta \\ y &= r_n \sin \theta \end{aligned} \right\} \dots\dots (20)$$

式 (20) より、次式を得る。

$$\frac{x^2}{r_m^2} + \frac{y^2}{r_n^2} = 1 \dots\dots (21)$$

r_m, r_n は互いに異なる定数であるから、点 B の運動はだ円運動となる。だ円の長軸は $2r_m$ 、短軸は $2r_n$ である。回転の方向は式 (19) によって決まる。

以上のことから、すりこぎ状の運動には、リンクの両端が z 軸の回りに円運動する場合とだ円運動する場合があることになる。だ円運動をするすりこぎ状運動は、互いに逆回転する 2つの円運動のリンクに分けることができる。したがって、合成運動が円運動となる場合は、 π の位相差をもたせてクランク軸上にバランスおもりを付加することにより、ピッチングモーメント M_y 、およびヨーイングモーメント M_x は完全に消滅できる。また、合成運動がだ円運動となる場合は、 m_1 側を正回転側とすれば、クランク軸上にバランスおもりを設置し、逆回転側の m_2 側には、逆回転機構をもつバランスの設置が必要となる。 m_1, m_2 が逆の場合もまったく同様に扱うことができる。

図 4 V 形機関のバンク角 α_0

5. V 形 6 気筒機関とバンク角

本論文で扱う V 形機関は、気筒数と同数のクランクピンをもち、V 形に並んだ 2 列の直列機関が回転軸を共通にするものである。

図 4 は、2 列の直列機関のシリンダ中心線 x_1, x_2 とバンク角 α_0 の関係を一般化して示したものである。 $\alpha_0=0$ の場合が直列機関であり、 $\alpha_0=\pi$ の場合が水平対向機関である。機関の回転軸を z 軸とし、それと直交する平面内に基準軸 x, y をとる。 x 軸が 2 つのシリンダ中心線となす角を α_1, α_2 とすると、次の関係がある。

$$\alpha_0 = \alpha_2 - \alpha_1 \dots\dots (22)$$

まず、V 形に並んだ 2 つの直列機関を、それぞれ図 1 のような座標系をもつ独立した機関と考える。このとき、それぞれの機関に発生する y 軸回りの起振モーメントを M_{y01}, M_{y02} とする。 x 軸回りの起振モーメントは発生しない。次に、2 つの機関が、図 4 のような位置関係にあるとき、各機関に発生する起振モーメントは、 y 軸、および x 軸回りの起振モーメント M_y, M_x として合成され、次のように求められる。

$$\left. \begin{aligned} M_y &= M_{y01} \cos \alpha_1 + M_{y02} \cos \alpha_2 \\ M_x &= -M_{y01} \sin \alpha_1 - M_{y02} \sin \alpha_2 \end{aligned} \right\} \dots\dots (23)$$

表 1 V 形 6 気筒機関の配列の組合せ

Case	1	2	3	4	5	6
I	F ₁ F ₂ F ₃	F ₁ F ₃ F ₂	F ₂ F ₁ F ₃	F ₂ F ₃ F ₁	F ₃ F ₁ F ₂	F ₃ F ₂ F ₁
II	F ₁ F ₂ F ₃	F ₁ F ₃ F ₂	F ₂ F ₁ F ₃	F ₂ F ₃ F ₁	F ₃ F ₁ F ₂	F ₃ F ₂ F ₁
III	F ₁ F ₂ F ₃	F ₁ F ₃ F ₂	F ₂ F ₁ F ₃	F ₂ F ₃ F ₁	F ₃ F ₁ F ₂	F ₃ F ₂ F ₁
IV	F ₁ F ₂ F ₃	F ₁ F ₃ F ₂	F ₂ F ₁ F ₃	F ₂ F ₃ F ₁	F ₃ F ₁ F ₂	F ₃ F ₂ F ₁
V	F ₁ F ₂ F ₃	F ₁ F ₃ F ₂	F ₂ F ₁ F ₃	F ₂ F ₃ F ₁	F ₃ F ₁ F ₂	F ₃ F ₂ F ₁
VI	F ₁ F ₂ F ₃	F ₁ F ₃ F ₂	F ₂ F ₁ F ₃	F ₂ F ₃ F ₁	F ₃ F ₁ F ₂	F ₃ F ₂ F ₁

図 5 直列 3 気筒機関の基準配列

V形機関では、式(23)の1次、および2次の起振モーメントが、バランス用おもりなどによって消滅できる気筒配列やバンク角が望ましいことになる。

5・1 V6機関の配列の組合せ V形6気筒機関(以後、V6機関と呼ぶ)は、2つの直列3気筒機関をV形に配置したものである。本論文では、機関に発生する起振力は、式(1)で、 ω^2 の値に比較して $\ddot{\theta}$ の値は小さいため、 ω^2 の項、すなわち $F(\theta)$ の変化についてのみ考察を進める。

図5は、直列3気筒機関の気筒の基準配列を示す。図5(a)はクランクの構成を、図5(b)はそのときのクランクピンの位相を表す。基準気筒を z 軸の正側より、 $F_1=F(\theta)$ と表せば、次の気筒は $F_2=F(\theta+120^\circ)$ 、第3の気筒は $F_3=F(\theta-120^\circ)$ と表される。いま、 (i, j, k) を互いに異なる数1, 2, 3の順列の1つとすると、基準配列とV形をなすもう一方の直列3気筒の配列は (F_i, F_j, F_k) で表される。 (F_i, F_j, F_k) には6種類の配列がある。このような配列のV6機関に発生するピッチングモーメント M_y^* 、ヨーイングモーメント M_x^* は、次式で表される。

$$\left. \begin{aligned} M_y^* &= (F_1 - F_3) \cos \alpha_1 + (F_i - F_k) \cos \alpha_2 \\ M_x^* &= -(F_1 - F_3) \sin \alpha_1 - (F_i - F_k) \sin \alpha_2 \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (24)$$

基準配列の並べ方も6種類あるため、V6機関の気筒配列の組合せは全部で36とおりとなる。表1にそれらの組合せのすべてを示す。行と列の番号をI, II, ..., 1, 2...で表し、各組合せの上段が基準気筒の配列を、下段がほかの気筒の配列を示す。ここでは、各行において下段の気筒配列を固定し、上段の配列を周期的に変化させている。すべての組合せについて解析を行ったが、各行の特徴は表1の第1列で代表されることがわかった。そこで、第1列の6種類の配列をCase I, II, ..., VIと呼び、それぞれについての解析結果を示す。

5・2 Case I 式(24)をCase Iに適用すると、次式が得られる。

$$\left. \begin{aligned} M_y^* &= (F_1 - F_3)(\cos \alpha_1 + \cos \alpha_2) \\ M_x^* &= -(F_1 + F_3)(\sin \alpha_1 + \sin \alpha_2) \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (25)$$

$F_1 \neq F_3$ であるから、 $M_y^* = 0$ 、 $M_x^* = 0$ を同時に満足させるためには、次式が成立しなければならない。

$$\left. \begin{aligned} \cos \alpha_1 + \cos \alpha_2 &= 0 \\ \sin \alpha_1 + \sin \alpha_2 &= 0 \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (26)$$

式(22)を利用して整理すると、バンク角に関して、次式を得る。

$$\cos \alpha_0 = -1 \dots\dots\dots (27)$$

これより、 $\alpha_0 = 180^\circ$ となり、水平対向形機関となる。

α_1 の値に無関係に起振モーメントは零となる。V6機関では、Case Iは理想的な気筒配列と言えるが、機関構造上の問題や組付け、整備上の問題などが残る。

5・3 Case II

5・3・1 1次の起振モーメント 式(24)をCase IIに適用すると、次式が得られる。

$$\left. \begin{aligned} M_y^* &= (F_1 - F_3) \cos \alpha_1 + (F_1 - F_2) \cos \alpha_2 \\ M_x^* &= -(F_1 - F_3) \sin \alpha_1 - (F_1 - F_2) \sin \alpha_2 \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (28)$$

式(22)を用いて、式(28)の1次成分を求め、それらを $(M_y^*)_1$ 、 $(M_x^*)_1$ と表すと、次式を得る。

$$\left. \begin{aligned} (M_y^*)_1 &= 3 \cos \left(\alpha_1 + \frac{\alpha_0}{2} \right) \cos \frac{\alpha_0}{2} \cos \theta \\ &\quad - \sqrt{3} \sin \left(\alpha_1 + \frac{\alpha_0}{2} \right) \sin \frac{\alpha_0}{2} \sin \theta \\ (M_x^*)_1 &= -\sqrt{3} \cos \left(\alpha_1 + \frac{\alpha_0}{2} \right) \sin \frac{\alpha_0}{2} \sin \theta \\ &\quad + 3 \sin \left(\alpha_1 + \frac{\alpha_0}{2} \right) \cos \frac{\alpha_0}{2} \cos \theta \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (29)$$

ここで、一般に、 D_1, D_2, E_1, E_2 を係数として、1次の起振モーメントが、次式で表されたとする。

$$\left. \begin{aligned} M_y^* &= D_1 \cos \theta + E_1 \sin \theta \\ M_x^* &= -(D_2 \sin \theta + E_2 \cos \theta) \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (30)$$

このとき、次の2つの条件式を満足すると、式(30)で表される起振モーメントは式(12)の形となり、バランス用のおもりによって消滅できることになる。

$$M_0 = \sqrt{D_1^2 + E_1^2} = \sqrt{D_2^2 + E_2^2} \dots\dots\dots (31)$$

$$\tan \theta_0 = -\frac{E_1}{D_1} = \frac{E_2}{D_2} \dots\dots\dots (32)$$

これらの条件を式(29)に適用すると、次の2つの関係式が得られる。

$$\left. \begin{aligned} &\left\{ 3 \cos \left(\alpha_1 + \frac{\alpha_0}{2} \right) \cos \frac{\alpha_0}{2} \right\}^2 \\ &\quad + \left\{ \sqrt{3} \sin \left(\alpha_1 + \frac{\alpha_0}{2} \right) \sin \frac{\alpha_0}{2} \right\}^2 \\ &= \left\{ \sqrt{3} \cos \left(\alpha_1 + \frac{\alpha_0}{2} \right) \sin \frac{\alpha_0}{2} \right\}^2 \\ &\quad + \left\{ 3 \sin \left(\alpha_1 + \frac{\alpha_0}{2} \right) \cos \frac{\alpha_0}{2} \right\}^2 \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (33)$$

$$\left. \begin{aligned} \tan \theta_0 &= \frac{\sqrt{3} \sin \left(\alpha_1 + \frac{\alpha_0}{2} \right) \sin \frac{\alpha_0}{2}}{3 \cos \left(\alpha_1 + \frac{\alpha_0}{2} \right) \cos \frac{\alpha_0}{2}} \\ &= \frac{3 \sin \left(\alpha_1 + \frac{\alpha_0}{2} \right) \cos \frac{\alpha_0}{2}}{\sqrt{3} \cos \left(\alpha_1 + \frac{\alpha_0}{2} \right) \sin \frac{\alpha_0}{2}} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (34)$$

式(22)、(33)、(34)より、次式を得る。

$$\tan^2 \frac{\alpha_0}{2} = 3 \dots\dots\dots (35)$$

これより, $\alpha_0 = \pm 120^\circ$ となるが, $\alpha_0 = -120^\circ$ は balancer が逆転形となるため, 正転形である $\alpha_0 = +120^\circ$ が最適バンク角となる。 α_1 は任意であるため, $\alpha_1 = -60^\circ$ として, 次の値の組を得る。

$$(\alpha_1, \alpha_2, \alpha_0) = (-60^\circ, 60^\circ, 120^\circ) \dots\dots\dots (36)$$

式 (36) より, 式 (29) を書き換えると, 次式を得る。

$$\left. \begin{aligned} (M_y^*)_1 &= \frac{3}{2} \cos \theta \\ (M_x^*)_1 &= -\frac{3}{2} \sin \theta \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (37)$$

したがって, 次式で表される起振モーメントをもつ balancer おもりを付加することにより, 1 次の起振モーメントは完全に消滅させることができる。

図 6 Case II の気筒配列

(a) ピッチングモーメント

(b) ヨーイングモーメント

図 7 Case II の起振モーメント

$$\left. \begin{aligned} M_y^{**} &= \frac{3}{2} \cos (\theta + 180^\circ) \\ M_x^{**} &= -\frac{3}{2} \sin (\theta + 180^\circ) \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (38)$$

おもりはクランク軸上に取付けることができる。

5・3・2 2 次の起振モーメント 次に, 式 (28) の 2 次の成分を $(M_y^*)_2, (M_x^*)_2$ で表し, これらの消滅方法について考える。 $F(\theta)$ の 2 次の項の係数 A_2 は, 式 (11) で与えられるが, ここでは λ^3 以上の微小項を省略して扱う。式 (36) の値を用いて, 式 (28) を整理すると, 次式を得る。

$$\left. \begin{aligned} (M_y^*)_2 &= \frac{3}{2} \lambda \cos 2\theta \\ (M_x^*)_2 &= \frac{3}{2} \lambda \sin 2\theta \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (39)$$

これは, 式 (14) と同じ形である。これを消滅させるためには, 2 倍の回転数をもつ逆回転形の balancer シャフトにおもりを取付けなければならず, 実用的とは言えない。

図 6 は, Case II の気筒配列の状態を参考として示す。図 6 (a) はクランク軸の形状, 図 6 (b) はクランクの位相である。図 7 は, Case II の起振モーメントの振動パターンを示す。図 7 (a) は M_y^* , 図 7 (b) は M_x^* の振動パターンである。図中には, 機関の起振モーメント (120° V6), balancer おもりの起振モーメント (Balance weight), balancer おもりを付加したときの機関の起振モーメント (with balance weight) の 3 つの振動パターンが示されている。

5・4 Case III

5・4・1 1 次の起振モーメント 式 (24) を Case III に適用すると, 次式が得られる。

$$\left. \begin{aligned} M_y^* &= (F_1 - F_3) \cos \alpha_1 + (F_2 - F_3) \cos \alpha_2 \\ M_x^* &= -(F_1 - F_3) \sin \alpha_1 - (F_2 - F_3) \sin \alpha_2 \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (40)$$

Case II と同様にして, 1 次の成分について整理し, 式 (31), (32) の条件式より, 次式を得る。

$$2 \cos \alpha_0 + 1 = 0 \dots\dots\dots (41)$$

これより, $\alpha_0 = -120^\circ$ が最適なバンク角となり, $\alpha_1 = 60^\circ$ とすると, 次の値の組が得られる。

$$(\alpha_1, \alpha_2, \alpha_0) = (60^\circ, -60^\circ, -120^\circ) \dots\dots\dots (42)$$

このとき, 式 (40) は次のように表される。

$$\left. \begin{aligned} (M_y^*)_1 &= \frac{3}{2} \cos (\theta + 60^\circ) \\ (M_x^*)_1 &= -\frac{3}{2} \sin (\theta + 60^\circ) \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (43)$$

したがって, Case II と同様, balancer おもりによって 1 次の起振モーメントは消滅できる。

5・4・2 2次の起振モーメント Case IIの場合と同様にして、式(42)の値について、2次の起振モーメントを求めると、次式が得られる。

$$\left. \begin{aligned} (M_y^*)_2 &= \frac{3}{2}\lambda \cos(2\theta + 60^\circ) \\ (M_x^*)_2 &= \frac{3}{2}\lambda \sin(2\theta + 60^\circ) \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (44)$$

これより、回転数が2倍の逆回転形バランスシャフト機構により、2次の起振モーメントは消滅可能となるが、実用的ではない。

Case IIIの起振モーメントの振動パターンは、同じバンク角をもつCase IIと同様の波形となる。

5・5 Case IV

5・5・1 1次の起振モーメント 式(24)をCase IVに適用すると、次式が得られる。

$$\left. \begin{aligned} M_y^* &= (F_1 - F_3) \cos \alpha_1 + (F_2 - F_1) \cos \alpha_2 \\ M_x^* &= -(F_1 - F_3) \sin \alpha_1 - (F_2 - F_1) \sin \alpha_2 \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (45)$$

図8 Case IVの気筒配列

(a) ピッチングモーメント

(b) ヨーイングモーメント

図9 Case IVの起振モーメント

1次成分について整理し、2つの条件式を用いると、次式を得る。

$$2 \cos \alpha_0 - 1 = 0 \dots\dots\dots (46)$$

これより、 $\alpha_0 = -60^\circ$ となり、 $\alpha_1 = 30^\circ$ とすると、次の値の組が得られる。

$$(\alpha_1, \alpha_2, \alpha_0) = (30^\circ, -30^\circ, -60^\circ) \dots\dots\dots (47)$$

このとき、式(45)は次式となる。

$$\left. \begin{aligned} (M_y^*)_1 &= \frac{3}{2} \cos(\theta + 90^\circ) \\ (M_x^*)_1 &= -\frac{3}{2} \sin(\theta + 90^\circ) \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (48)$$

したがって、Case IVもバランスおもりにより、1次の起振モーメントは消滅できる。

5・5・2 2次の起振モーメント 式(47)により、2次の起振モーメントを求めると、次式を得る。

$$\left. \begin{aligned} (M_y^*)_2 &= \frac{3}{2}\lambda \cos(2\theta - 90^\circ) \\ (M_x^*)_2 &= \frac{3}{2}\lambda \sin(2\theta - 90^\circ) \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (49)$$

これより、2次を消滅させるためには、逆回転形のバランスシャフト機構が必要となる。

図8は、Case IVの気筒の配列を示す。図8(a)はクランク軸の形状、図8(b)はクランクの位相を示す。図9は、Case IIと同様に、Case IVの起振モーメント M_y^* 、 M_x^* の振動パターンを示す。

5・6 Case V

5・6・1 1次の起振モーメント Case VはCase IVとほぼ同様の結果が得られ、次の値の組が1つの解となる。

$$(\alpha_1, \alpha_2, \alpha_0) = (-30^\circ, 30^\circ, 60^\circ) \dots\dots\dots (50)$$

これらの値を用いて、1次の起振モーメントを求めると、次式を得る。

$$\left. \begin{aligned} (M_y^*)_1 &= \frac{3}{2} \cos(\theta - 30^\circ) \\ (M_x^*)_1 &= -\frac{3}{2} \sin(\theta - 30^\circ) \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (51)$$

これより、1次の起振モーメントはバランスおもりによって消滅可能となる。

5・6・2 2次の起振モーメント これまでの場合と同様な計算を行うと、2次については、次式が得られる。

$$\left. \begin{aligned} (M_y^*)_2 &= \frac{3}{2}\lambda \cos(2\theta + 30^\circ) \\ (M_x^*)_2 &= \frac{3}{2}\lambda \sin(2\theta + 30^\circ) \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (52)$$

2次を消滅させるためには、逆回転形のバランスシャフト機構が必要となる。Case Vの起振モーメントの振動パターンは、Case IVと同様の波形となる。

5.7 Case VI 式 (24) を Case VI に適用すると、次式を得る。

$$\left. \begin{aligned} M_y^* &= (F_1 - F_3)(\cos \alpha_1 - \cos \alpha_2) \\ M_x^* &= -(F_1 - F_3)(\sin \alpha_1 - \sin \alpha_2) \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (53)$$

$F_1 \neq F_3$ であるから、 $M_y^* = 0$ 、 $M_x^* = 0$ となるためには $\alpha_1 = \alpha_2$ であればよい。このとき $\alpha_0 = 0$ となり、直列 6 気筒機関となる。起振モーメントは発生しない。

以上の結果より、V 6 機関では、表 1 の組合せにおいて、Case I と VI の水平対向形と直列形を除くと、バランスおもりによって、1 次の起振モーメントが消滅できるバンク角は 60° と 120° のみであることがわかった。しかし、2 次の起振モーメントを消滅させるためには逆転形のバランスシャフトを必要とし、現実的ではない。そのため、V 6 機関では残存の起振モーメントは無視できないものとなる。

6. VR 形 6 気筒機関とバンク角

VR 形機関は V 形機関の 1 種であるが、その詳細については明らかにされていない。ここでは、VR 形 6 気筒機関 (以後、VR 6 機関と呼ぶ) が、現在、最も多く実用されている 60° V 6 機関に比較して、振動学的に改善されているものであるかどうかについて検討を加える。

VR 形機関の V 形をなす 2 列の直列機関のピストン運動方向は、V 形機関と同様に、図 1 の直列機関の x 軸方向に対して、バンク角の $1/2$ だけ左右対称に傾けられている。したがって、式 (23) で、 $\alpha_1 = -\alpha_0/2$ 、 $\alpha_2 = \alpha_0/2$ において書き換えると、次式を得る。

$$\left. \begin{aligned} M_y &= M_{y01} \cos \left(-\frac{\alpha_0}{2} \right) + M_{y02} \cos \left(\frac{\alpha_0}{2} \right) \\ M_x &= -M_{y01} \sin \left(-\frac{\alpha_0}{2} \right) - M_{y02} \sin \left(\frac{\alpha_0}{2} \right) \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (54)$$

式 (54) のピッチングモーメント M_y は、次の条件を満たすとき、その値は零となる。

$$M_{y01} + M_{y02} = 0 \dots\dots\dots (55)$$

M_{y01} 、 M_{y02} は、それぞれ V 形をなす 2 列の直列機関のピッチングモーメントであるから、式 (55) を満足させるためには、2 つの直列機関が互いに逆配列の関係にあればよい。一方、ヨーイングモーメント M_x は、バンク角 α_0 が大きくなると、そのモーメントも大きくなる。したがって、ヨーイングモーメントに限って言えば、バンク角は小さくしなければならない。しかし、V 形機関の構造上、その値には限度があり、従来の V 6 機関や直列 6 気筒機関に比較して、不利にならないようにバンク角を決定する必要がある。

図 10 VR 6 機関のバンク角とヨーイングモーメント M_x^*

VR 6 機関は、2 つの直列 3 気筒機関を基本にしながらも、直列 6 気筒機関に近い形式のものである。2 つの直列 3 気筒の気筒配列順位を (F_1, F_2, F_3) 、 (F_3, F_2, F_1) として考察する。このとき、式 (24) より、VR 機関に関し、次式を得る。

$$\left. \begin{aligned} M_y^* &= 0 \\ M_x^* &= 2(F_1 - F_3) \sin \left(\frac{\alpha_0}{2} \right) \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (56)$$

図 10 は、式 (56) を用いて、VR 6 機関のバンク角を $10^\circ \sim 50^\circ$ まで変化させた場合のヨーイングモーメント M_x^* の振動パターンを示す。図中には、比較のため実用 60° V 6 機関の 1 次のヨーイングモーメントを消滅させたときの振動パターンが示してある。VR 6 機関ではバンク角が約 20° 以上になると、 60° V 6 機関より大きな振動パターンを示すことがわかる。VR 6 機関で、1 次のヨーイングモーメントを消滅させるための balancer 機構は理論的には可能であるが、現実的ではないので、ここでは考えない。

以上により、VR 6 機関は、 60° V 6 機関に比較して、ピッチングモーメントが完全に消滅できる点はすぐれたものと言えるが、直列形 6 気筒機関には及ばないことがわかる。

7. 結 論

本論文は、自動車に用いられている V 形機関の起振モーメントに関し、そのバンク角を変数とする基本関係式や balancer、そして V 形機関に特有のすりこぎ状運動について解析を行った。V 形機関の中で、最も多く実用されている V 6 機関や最近開発された VR 6 機関についても検討を加え、次の結論を得た。

- (1) V 形機関において起振モーメントの原因となるすりこぎ状運動の消滅方法を明らかにした。
- (2) V 6 機関で、1 次の起振モーメントを balancer おもりによって消滅できるバンク角は、 60° と 120°

の 2 種類である。いずれの場合も 2 次成分に関しては、逆転形バランスシャフトによって消滅できるが、構造上の問題から実用的ではない。したがって、V 6 機関では残存の 2 次成分が問題として残る。

(3) VR 6 機関は、ピッチングモーメントを生じない。ヨーイングモーメントに関しては、バンク角が約 15° であることから、 60° V 6 機関とほぼ同じ大きさであると言える。

(4) 水平対向機関は、V 形機関の特別な場合であることを示した。

文 献

- (1) たとえば、日本機械学会編、機械工学便覧、(1979)、14-31、日本機械学会。
- (2) 岡村・ほか 3 名、自動車技術、39-12(1985)、1348。
- (3) 米沢・荻田、機論、50-449, C(1984)、234。
- (4) 窪田・ほか 3 名、自動車技術会論文集、23(1981)、42。
- (5) 今市・ほか 2 名、機論、41-348(1975)、2333。
- (6) 本下・ほか 2 名、自動車技術、30-9(1976)、711。
- (7) Krüger H., Motortech. Z., 51-10(1990)、410。
- (8) 高橋・ほか 4 名、機論、55-512, C(1989)、925。
- (9) たとえば、自動車技術会編、自動車工学便覧、(1987)、4-1-40。