動的インピーダンス整合に基づくアクチュエータのロバスト制御*

小 林 滋^{*1}, 高 森 年^{*2}

Robust Control of Actuators Based on Dynamic Impedance Matching

Shigeru KOBAYASHI and Toshi TAKAMORI

The development of an actuator system that is robust with varying load is strongly required. This paper proposes a basic and simple control method that makes it possible to obtain constant output characteristics from the actuator even when the load is changed. An actuator is considered to be an energy converter where input and output of energy consists of two variables, across variable and through variable, and the actuator is modeled to have a power source and internal impedance/admittance. If we can control the internal impedance/admittance to be zero, the whole of the power that is input will be fully output. Actually, we cannot change the internal impedance/admittance of the actuator itself, but applying this theory to the actuator control system, we can minimize the apparent internal impedance/admittance and make the output characteristics constant. The concrete implementation using a brushless dc-type DD motor is reported, and the effectiveness of this system is confirmed by experiment and simulation.

Key Words: Dynamic Impedance Matching, Robust Control, DD Actuator, Transfer Matrix, Simulation

1. 結 言

一般にアクチュエータの出力特性は加えられる負荷によって影響を受ける。もしその出力が負荷変動や動作周波数に影響されないアクチュエータを作ることができれば、負荷変動下で動的な動作を要求されるあらゆる機械制御がより容易になり、高速高精度な操作が可能となる。特に近年は多関節形ロボットの関節駆動用として、ダイレクトドライブ形(DD形)アクチュエータが数多く用いられるようになってきた。これは減速機によるバックラッシュなど機械的な剛性を下げる要因を極力排除できるという利点をもつが、半面減速機がないことより負荷変動が直接アクチュエータに伝わるため、出力特性に影響を受けやすい。このような背景から、本研究の目的は、負荷変動や通常の使用周波数域における周波数変動に対しロバストとなる自動調整機能を持った自律的なアクチュエータを作ることにある。

現在までに、負荷変動に対してロバストとなる多く

の制御方法が報告されている。例えば、フィードバックにより負荷の影響を補償する方法^{(1)~(3)}、外乱トルクオブザーバによるフィードフォワード補償をする方法⁽⁴⁾、加速度を制御する方法⁽⁵⁾、2自由度系による方法⁽⁶⁾などがあるが、インピーダンス整合の考え方から見れば、これら提唱されている方法によりアクチュエータの内部インピーダンスを減少させているとも解釈できる。

したがって本報では、まず負荷変動にかかわらず指令入力に対して動的な出力が一定となる、簡単でかつ一般的なロバスト制御方法を、動的インピーダンス整合の立場から、速度出力制御形、力出力制御形の両アクチュエータについて提案する。またこの方法の実現法を速度出力制御形ブラシレス dc 型 DD モータを用いて示すとともに、その有効性を実験とシミュレーションにより確認する。

2. 基本的な考え方

2・1 動的インピーダンス整合によるロバスト制御

一般に、エネルギー源(定電圧源、定電流源など)から取り出しうる最大パワーが負荷へ伝送されたとき、インピーダンス整合されたという。エネルギー源を制御入力、アクチュエータとその制御装置をエネルギー源

* 平成3年6月7日 ロボティクス・メカトロニクス講演会および平成4年9月25日 計測自動制御学会関西支部シンポジウムにおいて講演、原稿受付 平成4年12月25日。

*1 正員、神戸大学大学院(〒657 神戸市灘区六甲台町1-1)。

*2 正員、神戸大学工学部。

から負荷への信号伝達要素とすると、この要素内でみかけ上内部損失がない、つまり内部インピーダンスまたはアドミタンスを零にすることができれば、エネルギー源の持っていたパワーはすべて負荷に伝えられるのでインピーダンス整合が成り立つ。

アクチュエータはエネルギー変換器と考えられ、入出各エネルギーは横断変数と通過変数(掛け合せるとパワーとなる)の2変数によって表現できる。したがって図1のようにアクチュエータは4端子回路網で考えることができ、この入出力端子に現れる変数間の関係は、 2×2 要素からなる伝達マトリックスを使って表される。なおここで X_{ai} , X_{ti} , X_{ao} , X_{to} はそれぞれ入力の変断変数と通過変数, 出力の変断変数と通過変数を表し, $Z_l(s)$ は負荷のインピーダンスを表す。

アクチュエータの制御入力を定源とする等価回路を考える。

2・1・1 出力として横断変数(速度, 角速度)を制御する場合 テブナンの定理から等価回路は図2(a)のように表される。したがって横断変数入力(電圧)により制御する場合には定横断変数源(定速度源)は

$$X_{asa}(s) = \frac{X_{ai}}{A(s)} \quad (1)$$

また内部インピーダンスは

$$Z_{ina}(s) = \frac{B(s)}{A(s)} \quad (2)$$

と表される。また通過変数入力(電流)により制御する場合、定横断変数源は

$$X_{ast}(s) = \frac{X_{ti}}{C(s)} \quad (3)$$

内部インピーダンスは

$$Z_{int}(s) = \frac{D(s)}{C(s)} \quad (4)$$

となり、式(2), (4)の内部インピーダンスを $Z_{in}(s)$

図1 アクチュエータの4端子回路網表現

図2 等価回路

と表すと、システム全体のインピーダンスは

$$Z_{at}(s) = Z_{in}(s) + Z_l(s) \quad (5)$$

となる。また式(1), (3)の定源を $X_{as}(s)$ と表すと負荷に作用する通過変数は

$$X_{to}(s) = \frac{X_{as}(s)}{Z_{in}(s) + Z_l(s)} \quad (6)$$

となる。したがって負荷に作用する横断変数は

$$X_{ao}(s) = \frac{X_{as}(s)}{\frac{Z_{in}(s)}{Z_l(s)} + 1} \quad (7)$$

となる。したがってここでインピーダンス整合する場合 $Z_{in}(s) \Rightarrow 0$ となるので、 $X_{ao}(s) = X_{as}(s)$ となり、出力として横断変数を制御したい場合、負荷に対しロバストな制御が可能となる。

2・1・2 出力として通過変数(力, トルク)を制御する場合 2・2・1項と双対の関係になり、ノードンの定理から等価回路は図2(b)のように表される。したがって横断変数入力(電圧)により制御する場合には定横断変数源(定速度, 定角速度源)は

$$X_{tsa}(s) = \frac{X_{ai}}{B(s)} \quad (8)$$

また内部アドミタンスは

$$Y_{ina}(s) = \frac{A(s)}{B(s)} \quad (9)$$

となる。

同様にして通過変数入力(電流)により横断変数出力を制御する場合には定横断変数源は

$$X_{tsi}(s) = \frac{X_{ti}}{D(s)} \quad (10)$$

内部アドミタンスは

$$Y_{int}(s) = \frac{C(s)}{D(s)} \quad (11)$$

となり、式(9), (11)の内部アドミタンスを $Y_{in}(s)$ とすると、システム全体のアドミタンスは

$$Y_{at}(s) = Y_{in}(s) + Y_l(s) \quad (12)$$

となる。式(8), (11)の定源を $X_{ts}(s)$ とすると負荷に作用する通過変数は

$$X_{ao}(s) = \frac{X_{ts}(s)}{Y_{in}(s) + Y_l(s)} \quad (13)$$

となる。したがって負荷に作用する通過変数は

$$X_{to}(s) = \frac{X_{ts}(s)}{\frac{Y_{in}(s)}{Y_l(s)} + 1} \quad (14)$$

となる。ここでインピーダンス整合する場合 $Y_{in}(s) \Rightarrow 0$ となるので、 $X_{to}(s) = X_{ts}(s)$ となり、出力として通過変数を制御したい場合、負荷に対しロバストな制御が可能となる。

ここで安定性の観点から、 Z_{in} , Y_{in} の実部が負である場合は、式(5), (12)からシステムがいわゆる負性

抵抗をもつこととなり、不安定となるので $\operatorname{Re}\{Z_{in}(j\omega)\} \geq 0$, $\operatorname{Re}\{Y_{in}(j\omega)\} \geq 0$ であることが必要である。

2.2 動的インピーダンス整合の実現法 アクチュエータ自体は固有の内部インピーダンスをもっている。したがって能動回路を持つ制御装置も含めたアクチュエータシステムで、みかけ上のインピーダンスを整合させ、指令入力に負荷にそのまま伝達されるようにする。また、これも見かけ上の定源を周波数によらず一定に保つことができれば、動的にもインピーダンス整合が成り立つこととなる。

まず内部インピーダンスを変える方法としては、 X_{ao} に係数 k_{aa} を掛け X_{ai} に加える場合

$$\begin{bmatrix} X_{ai} \\ X_{ti} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A - k_{aa} & B \\ C & D \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X_{ao} \\ X_{to} \end{bmatrix} \quad (15)$$

X_{to} に係数 k_{ta} を掛け X_{ai} に加える場合

$$\begin{bmatrix} X_{ai} \\ X_{ti} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A & B - k_{ta} \\ C & D \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X_{ao} \\ X_{to} \end{bmatrix} \quad (16)$$

X_{ao} に係数 k_{at} を掛け X_{ti} に加える場合

$$\begin{bmatrix} X_{ai} \\ X_{ti} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A & B \\ C - k_{at} & D \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X_{ao} \\ X_{to} \end{bmatrix} \quad (17)$$

X_{to} に係数 k_{tt} を掛け X_{ti} に加える場合

$$\begin{bmatrix} X_{ai} \\ X_{ti} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A & B \\ C & D - k_{tt} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X_{ao} \\ X_{to} \end{bmatrix} \quad (18)$$

このように伝達マトリックスの各要素を、フィードバックの掛け方により個別に変更できる。したがってこれら操作を単独または複数用いることにより、内部インピーダンスまたは内部アドミタンスを零に近づけることができる。

またこのようにして作った定源が周波数に依存する、つまり s の関数として表されるとき、この関数中に s を含まないようにできれば、周波数によらず動的に安定な定源をつくることができる。

定源中の s を見かけ上、消す方法としては、例えば式(1)の定源において、

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} AX_{ai} \\ X_{ti} \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X_{ao} \\ X_{to} \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{bmatrix} X_{ai} \\ X_{ti} \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} A/A & B/A \\ C & D \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X_{ao} \\ X_{to} \end{bmatrix} \quad (19) \end{aligned}$$

で示されるごとく、入力側で $A(s)$ を掛け合せるのである。なおこの操作を行っても内部インピーダンス自体は変化しない。

次に具体的な例として、電圧を指令入力としてアクチュエータの速度制御をしたい場合を考える。この速度制御回路も含めたシステムを、一つのアクチュエータシステムとみなし、入力電圧 e_c によって角速度出

表 1 記号と使用した値

Jr	rotor inertia moment	0.00085 kgm ²
Cr	rotor viscous resistant coefficient	0.025 Nms/rad.
Ra	armature resistance	0.9 Ω
La	armature inductance	0.0054 H
Ka	torque constant	0.91 Nm/A
Kb	back emf constant	0.61 Vs/rad
Ki	amplifier gain	7
Ks	controller gain after summing	0.893
i_a, e_a	armature current and voltage	
ω_a, t_a	armature angular velocity and torque

図 3 インピーダンス整合回路をもつブラシレス dc 型 DD モータの信号伝達線図

力 ω_r を制御する場合、その入出力の関係は

$$e_c = (AB) \begin{pmatrix} \omega_r \\ t_r \end{pmatrix} \quad (20)$$

と表される。このとき見かけのインピーダンスを変えることにする。また現実的には、システムのモデル誤差や出力やパラメータの測定誤差も考えなければならない。したがって $Z_{in}(s)$ を零に近づける具体的な実現法は次のようである。アクチュエータ単体の式(13)の $A(s)$, $B(s)$ に相当する伝達マトリックス要素を $A'(s)$, $B'(s)$ とするとき、出力 2 変数, ω_r , t_r から、係数をそれぞれ $K_{arf}(s)$, $K_{trf}(s)$ とするフィードバックを入力 e_c にかえることにより、アクチュエータシステムの見かけ上の内部インピーダンスは

$$Z_{in}(s) = \frac{B'(s) - K_{trf}(s)}{A'(s) - K_{arf}(s)} = \frac{B(s)}{A(s)} \quad (21)$$

と表される。つまり安定性を保つために $\operatorname{Re}\{Z_{in}(s)\} > 0$ をみたすため、 $K_{trf}(s)$ を $B'(s)$ に近づけ、分子を零に近づけるとともに、分母の $K_{arf}(s)$ の実部を負係数でかえることにより分母を大きくし、 $Z_{in}(s)$ を零に近づけるのである。

なお制御入出力の関係を表す伝達関数は

$$\begin{aligned} G_t(s) &= \frac{\omega_r}{e_c} = \frac{1}{A(s) + \frac{B(s)}{Z_t(s)}} \\ &= \frac{1}{A(s)} \cdot \frac{1}{1 + \frac{Z_{in}(s)}{Z_t(s)}} \quad (22) \end{aligned}$$

となる。なお周波数によらず動的にも出力が一定とな

る定角速度源を作るためには、入力 e_c に A をかけて入力すると、伝達関数は

$$G_z(s) = \frac{\omega_r}{e_c} = \frac{A(s)}{A(s) + \frac{B(s)}{Z_i(s)}} = \frac{1}{1 + \frac{Z_{in}(s)}{Z_i(s)}} \quad (23)$$

となり、 $Z_{in}(s)$ が零に近づくとき、負荷にも動作周波数にもよらず、伝達関数が一定値となり、動的インピーダンス整合が成り立つことを示している。

3. ブラシレスdc型DDモータへの適用

ブラシレスdc型DDモータを用いて、2・2節にて提案している制御法を適用したシステムを構成する。図3はその信号伝達線図を、また式(13) $A(s)$, $B(s)$ は次のように表される。また主な記号は表1に示す。

$$A(s) = \frac{(sJr + Cr)(Ra + sLa)}{KaKsKi} + \frac{(sJr + Cr)Kia}{KaKs} + \frac{Kb}{KsKi} - K_{\omega rf}(s) \quad (24)$$

図4 オープンループ周波数特性(実験結果)
■ = 0.0023 kgm², ○ = 0.023 kgm²

図5 速度フィードバックのみ加えた周波数特性
($K_{\omega rf} = -0.75$ sV/rad)

$$B(s) = \frac{Ra + sLa}{KaKsKi} + \frac{Kia}{KaKs} - K_{trf}(s) \quad (25)$$

ここで $K_{trf}(s)$, $K_{\omega rf}(s)$ はそれぞれ

$$K_{trf}(s) = K_{trfa} + sK_{trfb}, \quad (26)$$

$$K_{trfa} = \frac{Ra + KiaKi}{KaKsKi} \times m,$$

$$K_{trfb} = \frac{La}{KaKsKi} \times n$$

$$K_{\omega rf}(s) = K_{\omega rfa} + sK_{\omega rfb} \quad (27)$$

とする。

またここで負荷として、一般によく現れる線形な慣性負荷と粘性負荷とバネ負荷を考えることにし、その慣性モーメントを Jl , 粘性抵抗係数を Cl , バネ定数を Kl とすると、負荷インピーダンス $Z_i(s)$ は

$$Z_i(s) = \frac{1}{sJl + Cl + \frac{kl}{s}} \quad (28)$$

と表される。このとき式(15), (21)からこのシステムにおける特性方程式は

$$as^2 + \beta s + \gamma + \sigma \frac{1}{s} = 0 \quad (29)$$

図6 図5の状態にトルクフィードバック附加時の周波数特性
($K_{\omega rfa} = -0.75$ sV/rad, $m = n = 0.8$.)

図7 図6の状態に加速度フィードバック附加時の周波数特性
($K_{\omega rfa} = -0.75$ sV/rad, $K_{\omega rfb} = -0.005$ s²/V/rad, $m = n = 0.8$.)

図 8 負荷変化時の根位置の変遷
(図 6 の状態に対応する)

図 9 負荷変化時の根位置の変遷
(図 7 の状態に対応する)

ここで

$$\begin{aligned}\alpha &= \left(\frac{La}{KaKsKi} - Ktrfb \right) JI + \frac{JrLa}{KaKsKi} \\ \beta &= \left(\frac{Ra + KiaKi}{KaKsKi} - Ktrfa \right) JI \\ &\quad + \left(\frac{La}{KaKsKi} - Ktrfb \right) Cl \\ &\quad + \frac{Rajr + LaCr}{KaKsKi} + \frac{JrKia}{KaKs} - K\omega rfb \\ \gamma &= \frac{CrRa}{KaKsKi} + \frac{CrKia}{KaKs} + \frac{Kb}{KsKi} \\ &\quad + \left(\frac{La}{KaKsKi} - Ktrfb \right) Kl \\ &\quad + \left(\frac{Ra + KiaKi}{KaKsKi} - Ktrfa \right) Cl - K\omega rfa \\ \sigma &= \left(\frac{Ra + KiaKi}{KaKsKi} - Ktrfa \right) Kl\end{aligned}$$

となる。

ここで $Z_{in}(s)$ を零に近づけるべく、式(21)の分母をできるだけ大きな絶対値にするため、 $K\omega rfa$ を負でできるだけ大きくする。これにより $0^\circ < \angle \{A(j\omega)\} < 90^\circ$ であり、前項で述べたように $-90^\circ \leq \angle \{Z_{in}(j\omega)\} \leq 90^\circ$ を満たしながら、式(21)の分母を零に近づけるため、式(26)の m, n を 1 を上回らない範囲で 1 に近づける必要がある。このことにより式(29)の負荷に関係する項の係数は、すべて正で小さい値となり、負荷に影響されにくい入出力の関係ができていくことがわかる。またトルクフィードバックがなければ負荷の影響を完全には消せないことも示している。このとき式(29)からわかるようにシステムの減衰係数が小さくなっていくので、振動をおさえるため一般に $K\omega rfb$ を負で設定し、その大きさを調節する。この調整によりサーボ剛性もあげられる。また周波数に影響されない定角速度源を作るため司令入力 e_c に $A(s)$ を掛け合せ入力する。

4. 実験とシミュレーションによる評価

3章で示したブラシレス DC モータにおける動的インピーダンス整合の実現法を実際により確かめた。

モータの角速度は、ロータ位置検出用として取付けられている 2048 pulse/rev のエンコーダの出力を処理して測定し、またこの信号を不完全微分することで加速度を測定した。またトルク検出用としては、モータ出力端、負荷との接点となるところに、ひずみゲージ式ねじり動力計を取付けこの信号を使用した。

図 4 から 7 にいろいろなフィードバックを加えたときのモータの出力特性を示す。図 4 はオープンループ時の特性、図 5 は角速度フィードバックの実部、 $K\omega rfa$ のみを加えた場合、図 6 はこの $K\omega rfa$ とトルクフィードバックの実部と虚部 $Ktrfa$, $Ktrfb$ とを、図 7 はこれら $K\omega rfa$, $K\omega rfb$, $Ktrfa$, と角速度フィードバックの虚部、 $Ktrfb$ をそれぞれ加えたものである。

比較のために負荷としては 2 種類の、またその比が 1:10 の慣性負荷を用い、それぞれのフィードバックの係数値は同じものを使った。

また図 4 のモータ単体特性以外は、見かけ上の周波数変化によらず定角速度源をもつように入力側で補正を行ったものである。ここで $Ktrfa$ と $Ktrfb$ を 0.8 に選んだ理由は、出力測定の不完全さ、モデル化の不完全さのためであり、0.8 以上にすると 1 Hz 以下でも不安定となることがあるためである。

これら結果から図 4 と 5 を比較して速度フィードバックの実部のみを加えた場合、負荷変動に対するロバスト性は 1 Hz 程度まで改善されるものの、負荷が小さいときには高い周波数で振動的となる。図 5 と 6 の比較より、トルクフィードバックを加えて負荷の影響を小さくおさえることにより、負荷の大小によらず出

力特性が一定になる域を, 10 Hz 程度まで広げることができたが, 小負荷においては高い周波数域で, より一層振動的となる。図 6 と 7 の比較により角速度フィードバックの虚部を加えることにより, 小負荷においても比較的安定に動作することを示している。

慣性負荷を 0.001 kgm^2 から 0.05 kgm^2 まで変化したときの, 式(28)式から求まる特性根の移動状況を表したものが, 図 8, 9 である。図 8 は図 6 に相当する条件のときのもので, 負荷が小さいときには根が虚部を持ち, 過渡応答が振動的となっていることを示している。これに対し図 9 は図 7 の条件に相当し過渡応答時の振動がなくなっていることを示している。

5. 結 論

負荷変動や動作周波数変動に対して, 制御出力がロバストとなるアクチュエータ制御システムを提案した。アクチュエータを入出力エネルギー変数の関係から, 4 端子回路網とみなしてモデル化し, 負荷をふくめたシステムにて検討を加え, 次の事項を明らかにした。

(1) 理論的には目的のロバストシステムが達成される条件は, 制御装置をふくめたアクチュエータシステムを, 信号源から負荷への信号伝達要素とみなし, この要素の内部インピーダンス/アドミタンスを零にするとともに, 負荷からみた定源を動作周波数によらず一定にする。

(2) 安定性の観点からは, 内部インピーダンス/アドミタンスが負性抵抗をもたないように内部インピーダンス/アドミタンスの実部が正または零となるようにする。この動的インピーダンス整合法を用いた具体的な実現法を示し, 角速度出力制御型のブラシレス dc 型 DD モータを用いた評価実験とシミュレーションにより, この方法が有効であることを示した。なおここで明らかになったのは

(3) 現実にはアクチュエータのモデル誤差や不完全な出力測定のため, 完全にインピーダンス整合を達成するのはむずかしいが, 2 出力であるトルクと角速度からのフィードバックを用いることで内部インピーダンスを小さくすることは可能である。

(4) システムを振動的にしないためには, 角速度フィードバックの微分項を用いなければならない。

文 献

- (1) 池辺・中田・横田・横山, 計測自動制御学会論文集, 16-3(1980), 391.
- (2) 大槻・平井・池辺, 計測自動制御学会論文集, 21-10(1985), 1080.
- (3) 中野, 計測自動制御学会論文集, 24-12(1988), 1349.
- (4) Ohishi, K., Nakao, M., Ohnishi, K. and Miyachi, K., *IEEE Trans., IE34* (1987), 44.
- (5) 堀, 電気学会論文誌 D, 108-7(1988), 672.
- (6) 梅野・堀, 電気学会論文誌 D, 108-11(1989), 825.
- (7) Kobayashi, S. and Takamori, T., *Proc. of 6th Int. Conf. CARS & FOF*, Vol. 2, (1991), 562.