剛性可変ばねの試作とその変位制御問題への応用*

尾田 十八^{*1}, 王 安 麟^{*2}, 松本 徳之^{*3}Trial Formation of Variable-Stiffness Spring and Its Application
to Displacement Control Problems

Juhachi ODA, Anlin WANG and Noriyuki MATSUMOTO

This paper presents the trial formation of a variable-stiffness spring and its application to displacement control problems. The variable-stiffness spring is a coiled spring which can vary its spring constant on account of a mechanical system composed of a stepping motor, gears, trapezoidal screws, joints, and a circular plate. It is used as an actuating device of an intelligent adaptive beam. The results of the deflection control experiment of this beam subjected to static and dynamic loads are presented.

Key Words: Rigidity, Control Device, Vibration Control, Adaptive Control, Coiled Spring, Variable Stiffness Spring, Intelligent Adaptive Structure

1. 緒言

宇宙における大型展開構造物等に代表される知的適応構造物は外力等の外部環境条件の変化に対し、その構造物の幾何学的形態、あるいは力学的特性を変化させることにより最適にその機能を維持することができる。この分野の研究はこれまで前者の構造形態可変問題についてのものが大部分を占めてきたが⁽¹⁾⁻⁽³⁾、最近では後者に関する研究も行われ始めており⁽⁴⁾、理論的に確立されたモデルに対して実際に知的適応の実験を行うことは重要な課題となってきた。

また、より一般的な問題として、多くの機械構造物は外部から動的な荷重を受けると振動を起しやすく、安全性や精度の面で大きな弊害になることから、このような構造物への制振技術の開発が求められている。ここで制振法は受動的制振法と能動的制振法の2つに大別され、これまでは外部からの制振エネルギーの供給の必要のない前者について多くの研究がなされてきた。一方、後者は制振対象の振動を検出するセンサー

と、この信号に基づいて制振エネルギーを発生するアクチュエータ、および制御回路より構成される装置であり、受動的制振法よりも大きな制振効果が期待できる^{(5),(6)}。この制振法は近年の現代制御理論の研究およびコンピュータ技術の発達によって状態フィードバック制御則を決定するリカッチ方程式をパーソナルコンピュータでも解くことが可能となり、すでに実用段階に達しつつあるが、このようなシステムを有する構造ももちろん知的適応構造物と呼べる。

そこで本研究では知的適応構造物の製作上基本的に重要な機械要素として、また能動的制振装置として任意のばね剛性を示すアクチュエータとなりうるもの、すなわち剛性可変ばねの製作を試みる。次にこの剛性可変ばねを使用した構造適応実験として、まずその位置が準動的に変化する外荷重を受けるはりの負荷点の変位を一定値に制御する実験を、続いて動的な外荷重を受けるはりの制振実験を能動的制振法を用いて行い、それらの結果を通して試作ばねの有効性はもちろん、その知的適応構造要素としての重要性を明らかにする。

2. 剛性可変ばね

2.1 ばね構造と原理 図1に試作した任意のばね

* 平成4年12月16日 第2回設計工学・システム部門講演会において講演、原稿受付 平成4年12月25日。

*1 正員、金沢大学工学部 (〒920 金沢市小立野 2-40-20)。

*2 正員、金沢大学大学院。

*3 学生員、金沢大学大学院。

剛性を示す剛性可変ばね（尾田・他：特許出願 No. 4-237697）を示す。この装置はステッピングモータ、平歯車、台形ねじ等で構成された機械装置で、その構造の中心となるばね部には取り扱いが簡便で特性の単純なコイルばね（以下単にばねと呼ぶ）を用いている。次にこの装置の中心部の原理図および写真を図2、図3に示す。まずばねはコイルの半径方向および回転方向の動きは制限されており、中心線方向にのみ移動が自由である。そしてこのばねの素線と素線の間には、後に述べる機構により下方向から支えられた一部切り欠きを有する円盤が挿入されており、上方向からの荷重はばねを介してこの円盤で受けられる。よって円盤より上部のばねのみがばね効果を示し、このときのばね剛性は次式から求められる。

$$k_s = \frac{G_s d_s^4}{8 D_s^3 N_s} \quad (1)$$

ここで G_s, d_s, D_s はそれぞればねの横弾性係数、ばねの素線径、コイルの直径であり、これらが一定値ならば剛性 k_s と巻数 N_s は単純に反比例の関係にある。よってばね剛性は、円盤を回転させてこれを中心線方向へ移動させ、ばねの有効巻数を変えることで任意の値にすることができる。

次に装置全体の模式図を図4に示し、この装置の機構の詳細を説明する。前述の円盤は上下運動のための

回転力を伝えながらも、螺旋状に巻かれたばねの素線の傾きに適合するように、ある程度傾きを持たせることのできるユニバーサルジョイント（図5）によって軸に連結されている。この軸にはばねとピッチの等しい台形おねじ(c)が接続されており、フレームに固定されている台形めねじ(d)と噛み合っている。さらに台形おねじ(c)の下には歯車(a)が接続されており、これは歯幅の大きな歯車(b)と噛み合っている。最後にこの歯車(b)は装置の駆動用のステッピングモータと直結されている。この機構により、ステッピングモータが回転すると図の左側の部分（ばねを除く）は回転しながら上下方向に移動する。ここで前述のとおり、台形おねじとばねのピッチは等しいので、円盤が移動してもばねはその位置を変えることはなく、結果として任意のばね剛性が得られる。このようにして試作した装置の各部品の仕様を表1～表3に示す。

図2 剛性可変ばねの原理

図1 剛性可変ばね

図3 コイルばねと円盤

表1 コイルばねの仕様

Material	SUP6	
Modulus of rigidity Gs	85.6	GPa
Diameter of element wire ds	5.5	mm
Average diameter of coil Ds	78.0	mm
Pitch	16.0	mm
Number of all coils	9	
Roll direction	Right	
Free height	149.5	mm

表3 標準準歯車(a),(b)の仕様

	a	b
Material	S45C	Aluminium
Module	2	2
Number of teeth	40	70
Pitch circle diameter (mm)	ø80.0	ø140.0
Tip round diameter (mm)	ø84.0	ø144.0
Width of teeth (mm)	12.0	111.0

表2 台形ねじ(c),(d)の仕様

Material	S45C	
Designation of screw	Tr65x16	
Pitch	16.0	mm
Height of hold	8.0	mm

図4 剛性可変ばねの模式図

図5 ユニバーサルジョイント

図6 剛性可変ばねの性能

2.2 ばね特性と評価 剛性可変ばねの基本的な特性を知るために、静的な荷重に対するばね特性試験を行った。まず、円盤が装置の機構上許される最も高い位置にある時を基準とし、ここから円盤を0.5回転ずつ下げた位置でばねをたわませ、その時の復元力（反力）を測定した。試験の結果、剛性の可変範囲は $4.18 \leq k_s \leq 24.01$ (N/mm) となった。このようにして得られたばね剛性の変化を図6に示す。図中の理論値は、ばね設計要目を用いて式(1)で算出した値であり、試作したばねの剛性変化特性はこの理論値と良く一致していることがわかる。なお最大剛性から最小剛性、あるいはその逆の動作に必要な時間は本装置の場合約2.0秒である。

3. 剛性可変ばねを用いた変位制御実験

3.1 準動的荷重に対するはりの変位制御 図7に示すような片持ばりの自由端を、試作した剛性可変ばねで支持し、これに大きさが一定でその位置が準動的に変化する荷重を作用させ、その負荷点の変位 δ_0 を一定に保つ実験を行った。このとき剛性可変ばねに求められる剛性は、負荷点の変位を一定値に保つために必要な自由端の反力 R および自由端の変位 δ_T をはりの理

論式(2),(3)より計算し, 前者を後者で除することにより得ている.

$$R = \frac{2P(L-x)^3 - 6EI\delta_0}{x^3 - 3L^2x + 2L^3} \quad (2)$$

$$\delta_T = \frac{P(L-x)^2(2L+x) - 2RL^3}{6EI} \quad (3)$$

ここで P は荷重値, L, E, I はそれぞれはりのスパン長, ヤング率, 断面2次モーメント, x は自由端から負荷点までの距離を表す.

さて実験で使用したはりの特性を表4に, 実験の諸条件を表5に示す. ここで, はりのヤング率については, 実測した荷重-たわみ関係から逆算して求めたものである. また図8はこのような実験で得られるであろうはりの変形挙動を以上の理論を用いて求めたシミュレーション結果である. この計算から, 本剛性可変ばねを用いて $\delta_0 = 4$ (mm)と一定に保持できる荷重 P の移動範囲は $300 \geq x \geq 0$ (mm)であることも確認した. そこ

図7 変位制御実験装置

表4 はりの特性

Length	600.0	mm
Height	7.12	mm
Width	8.7	mm
Young's modulus	233.1	GPa
Second moment of inertia	261.7	mm ⁴

表5 実験条件

Load value	84.3	N
Loading position range	[0.0 to 300.0]	mm
Constant displacement of loading position	4.0	mm

で実験も荷重 P をこの範囲に 25 (mm) 刻みに作用させた. その結果測定された δ_0 の値, およびばね剛性の変化の様子を表6, 図9に示す. これらの結果より, 負荷点の変位の誤差はいずれの点においても数%に留まっており, 本装置を用いた最も簡単な知的適応の実験において有効な結果を得た.

図8 はりの変形シミュレーション

図9 変位制御実験の結果

表6 変位制御実験の結果

Loading position x (mm)	0.0	25.0	50.0	75.0	100.0	125.0	150.0	175.0	200.0	225.0	250.0	275.0	300.0
Spring constant ks (N/mm)	20.2	18.2	17.2	16.7	16.6	16.9	17.2	17.4	17.0	15.4	12.4	8.80	5.60
Displacement δ_0 (mm)	3.91	4.02	3.98	3.94	3.90	3.91	3.90	3.99	3.97	3.94	4.10	4.06	4.01
Error of δ_0 (%)	-2.25	0.50	-0.50	-1.50	-2.50	-2.25	-2.50	-0.25	-0.75	-1.50	2.50	1.50	0.25

3.2 動的荷重に対するはりの制振実験 前節と同様の片持ばりが動的な荷重を受ける場合のモデルを考える。そしてこのような片持ばりに剛性可変ばねを設置し、そのばね剛性を時間的に変化させることによってはりの制振効果の有効性を検討することにする。まず簡単にここで用いる制振法に関する制御理論を述べ、次にそれに従った実験の方法、装置と結果を述べる。

まず本モデルのはりを n 個の要素に分割すると、 N ($= 2n$) 自由度の運動方程式は次式で表される。

$$M\ddot{q} + C\dot{q} + Kq = U \cdot u + F \cdot f \quad (4)$$

$$y = c [\dot{q}, q]^T \quad (5)$$

$$C = \xi_m M + \xi_k K \quad (6)$$

ここで M, C, K はそれぞれはりの質量、減衰、剛性マトリックス、 q, u, f は変位、制御、外力の各ベクトル、 U, F は制御力、外力の入力マトリックスを示す。減衰マトリックス C は定数 ξ_m, ξ_k により求められる。また c はセンサーの個数に関するマトリックス、 y は系の出力のベクトルである。式(4)を標準形の状態方程式に書き換えると次式の形となる。

$$\dot{x} = A_1 x + B_1 u + D_1 f \quad (7)$$

ここで、ベクトル x 、マトリックス A_1, B_1, D_1 は次式で表される。

$$x = [\dot{q}, q]^T \quad (8)$$

$$A_1 = \begin{bmatrix} -M^{-1}C & -M^{-1}K \\ I & 0 \end{bmatrix}, \quad B_1 = \begin{bmatrix} M^{-1}U \\ 0 \end{bmatrix}, \quad D_1 = \begin{bmatrix} M^{-1}F \\ 0 \end{bmatrix} \quad (9)$$

ただし I は単位行列、 0 は零行列を示す。

実際の実験は時間を離散化して行うので、状態方程式を離散時間系に変換すると式(7)、(5)は次式のように表せる。

$$x_{i+1} = A x_i + B u_i \quad (10)$$

$$y_i = c x_i \quad (11)$$

ここで x_{i+1} は状態ベクトル、 A, B は

$$A = e^{A_1 \Delta t}, \quad q = \int_0^{\Delta t} e^{A_1 \tau} d\tau, \quad B = q B_1 \quad (12)$$

である。また Δt はサンプリング間隔である。

さて系が定常状態での状態推定では定常カルマンゲイン(定数行列)を求めておけば、フィードバックゲイン行列を決定するリカッチ方程式を実時間で解く必要がなく、リアルタイムな系の制御に有利である。そこで $\hat{x}_{i+1}$ を推定状態ベクトルとし、振動系に次式

$$\hat{u}_i = k \cdot \hat{x}_{i+1} \quad (13)$$

のような状態フィードバックが施されることを考える。ここで k はフィードバックゲイン行列である。この閉ループ系の固有値は系が可観測ならば k を適当な値にすることで設定できるから k が制御則となり、次の評価関数

$$J = \int_0^{\infty} [y^T Q y + u^T R u] dt \quad (14)$$

を最小にする k を決定する最適レギュレーター問題を考えることが、結局本モデルの最適制御方法となる。ここで Q, R は正値対称の重みマトリックスであり、これらの選択によって振動特性と入力エネルギー消費の妥協を図ることができる。カルマンフィルタにより式(10)を次式のように書き換える。

$$\hat{x}_{i+1} = A^T [I - k_0 B^T] \hat{x}_i + A^T k_0 y_i \quad (15)$$

ここで k_0 は定常カルマンゲインで

$$k_0 = P \cdot B (B^T \cdot P \cdot B + R)^{-1} \quad (16)$$

で与えられる。式(16)の P は代数リカッチ方程式

$$P = A^T [P \cdot A - B (B^T \cdot P \cdot B + R)^{-1} B^T \cdot P] A + C^T \cdot C \quad (17)$$

の正値対称な解である。

以上の理論を本モデルに対応させ、図10に示すような装置を用いて実験を行った。動的荷重を受ける片持ばりの、時刻 t におけるある一点の変位 y_t をレーザ変位計(センサ)により測定する。この信号をパーソナルコンピュータに取り込み、式(15)を用いて Δt 秒後のはりの挙動を推定し、得られた制御入力 $\hat{u}_i$ から必要なばね剛性を算出して剛性可変ばね制御のモータを駆動する。この信号の流れを図11に、時間で離散化した制振系の実験ブロック線図を図12に示す。ここで図中の $G(Z), \bar{G}(Z)$ はそれぞれ制振対象とオブザーバの伝達関数を表す。実験に際して剛性可変装置の可変速度や可変範囲、負荷できる荷重の大きさなどを考慮し、構造

図10 制振実験装置

図11 制振実験の信号の流れ

図12 実験ブロック線図

系、制御系のパラメータを表7のように定めた。また荷重は50(N)を約1秒で負荷し終えるランプ関数型(図13)を用い、荷重負荷点、変位観測点、制御入力点は全てはりの自由端とした。このときの剛性可変ばねのばね剛性の変化の様子を図14に、はりの自由端の変位の挙動を図15に示す。図14において破線はコンピュータシミュレーションによるフィードバック制御の結果を、実線は実験において必要であると計算された剛性である。また図15において破線は前図と同じくコンピュータシミュレーションの結果を、実線は変位の実測値を表す。さらに点線はばね剛性を一定値(9.8 N/mm)とした場合の自由振動のコンピュータシミュレーションの結果である。自由端の振動は制御エネルギーの入力によってしだいに収束しており、本装置がすみやかな制振効果をもたらしていることがわかる。

4. 結言

本研究は知的適応構造の設計において不可欠である知的アクチュエータの一つとしてコイルばねを用いた剛性可変ばねを試作した。このばねは静的な荷重に対してはかなり正確に任意の剛性を得ることができ、片持ばりを対象とした準動的な知的適応の実験においてその性能の有効性を確認できた。また、フィードバック制御則によるはりの能動的制振の実験においてもその振動は理論によるものと近い形で収束し、本装置の有効性が明らかとなった。

表7 制振実験の各パラメータ

Length of beam	5000.0	mm
Bending rigidity of beam	19.4×10^9	N mm ²
Time interval	0.5	sec.
Weight Q	0.5	
R	1.0

図13 荷重条件

図14 制振実験の結果(ばね剛性)

図15 制振実験の結果(変位)

文献

- (1) 三浦ら, 第27回構造強度に関する講演会講演集, (1985/7), 58-61.
- (2) 山本ら, 第30回宇宙科学技術連合講演会, (1986), 92.
- (3) 室津ら, 機械学会論文集, 56-528, A, (1990-8), 1906.
- (4) 尾田ら, 機械学会論文集, 58-550, A, (1992-6), 916.
- (5) 日本機械学会, 振動工学におけるコンピュータナリシス, 152/158, コロナ社(1990).
- (6) 背戸, 振動制御の現状, 計測と制御, Vol.28, No3(1989).