最適トラッキング制御型ニューラルネットワークを用いた 倒立振子の移動制御*

野波 健蔵^{*1}, 内田 洋彰^{*2}, 宮川 正平^{*3}

Motion Control of an Inverted Pendulum Using Neural Networks based on Optimal Tracking Control

Kenzo NONAMI, Hiroaki UCHIDA and Shohei MIYAKAWA

This paper deals with motion control of an inverted pendulum using neural networks (NN) based on optimal tracking control. First, we examined the control performance in the nonlinear region, applying the optimal tracking control theory to the inverted pendulum. Second, the control system in which the optimal tracking control system was replaced with two NNs and a feedback (FB) was designed. In the nonlinear region, the NN control performance was compared with optimal tracking control from the points of view of simulation and experiment. As a result, it was shown that NN control is valid for nonlinear problems in the case where the pendulum angle is large and the motor is saturated.

Key Words: Inverted Pendulum, Optimal Tracking Control, Neural Networks Learning Control, Feedforward Control, Feedback Control, Experiment

1. 結 言

近年、線形制御および非線形制御の分野でシステム理論の立場からの新しい制御系設計法が提案されている。一方、これとは異なる知識ベース型学習制御の観点からニューラルネットワーク(以下、NN と略す)の研究が活発で、さまざまな分野への応用研究が報告されている。特に制御への応用としては、NN のロボットへの応用を意図して開かれたワークショップの論文集⁽¹⁾には優れた論文が見られる。一方、国内では制御理論の実証研究の対象としてよく用いられている倒立振子^{(2)~(4)}、ロボットマニピュレータの位置・力制御⁽⁵⁾および協調制御⁽⁶⁾などがある。とりわけ、NN の非線形系への優れた制御性能が多くの研究によって明らかにされている。例えば、非線形領域での振動制御⁽⁷⁾⁽⁸⁾の報告がなされている。しかし、運動制御分野における非線形性の影響について従来の線形制御理論と NN との比較を厳密に行った研究はあまり見られない。

著者らは NN をロボットの歩行に適用する研究を手掛けているが、歩行運動制御においては避けられない非線形問題を NN はいかに克服できるかをまず、簡単なモデルによって明らかにし、かつ NN を用いた場合の制御性能について明らかにする。具体的には、フィードフォワード(以下、FF と略す)入力を用いた終点制御理論⁽⁹⁾のトラッキング問題への拡張である最適トラッキング制御理論⁽¹⁰⁾を移動倒立振子系に適用して非線形領域での制御性能を調べた。次に、最適トラッキング制御系をすべて NN に置き換えて全く同様の制御系を実現し、非線形性に対する制御性能をシミュレーションと実験から両者を比較した。この結果、振子の傾きが大きくなった場合および制御器の中で飽和が生じた場合についての非線形問題については NN はシミュレーション、実験ともに優れていることが確認されたので報告する。

2. 最適トラッキング制御

2.1 倒立振子の状態方程式 図 1 に倒立振子・台車系を示す。

この場合の運動方程式は次のようになる⁽¹²⁾。

$$(M+m)\ddot{x} + m\ddot{\theta} \cos \theta = au - v\dot{x} + m\dot{\theta} \sin \theta \cdots \cdots \cdots (1)$$

* 原稿受付 平成 4 年 12 月 25 日。

^{*1} 正員, 千葉大学工学部(〒263 千葉市稲毛区弥生町 1-33)。

^{*2} 正員, 木更津工業高等専門学校(〒292 木更津市清見台東 2-11-1)。

^{*3} 木更津工業高等専門学校。

$$(J+ml^2)\ddot{\theta}+ml\cos\theta\ddot{x}=mgl\sin\theta-\mu\dot{\theta} \quad \dots\dots\dots(2)$$

ここで,

M : 台車の質量

x : 基準点からの台車の位置

ν : 台車とレールの粘性摩擦係数

m : 振子の質量

l : 支点から振子の重心までの距離

J : 振子の支点まわりの慣性モーメント

θ : 振子の傾き角

g : 重力加速度

μ : 振子の支点まわりの粘性摩擦係数

a : モータに加えた電圧と台車に働く力の比

式(1), (2)を原点まわりで線形化すると次式のようになる。

$$(M+m)\ddot{x}+ml\ddot{\theta}=au-\nu\dot{x} \quad \dots\dots\dots(3)$$

$$(J+ml^2)\ddot{\theta}+ml\ddot{x}=mgl\theta-\mu\dot{\theta} \quad \dots\dots\dots(4)$$

式(3), (4)を $x(t)=[x, \theta, \dot{x}, \dot{\theta}]^T$ として状態方程式に書き換えると次のようになる。

$$\dot{x}(t)=Ax(t)+Bu(t) \quad \dots\dots\dots(5)$$

ただし,

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & -(ml)^2g/d & -\nu(J+ml^2)/d & \mu ml/d \\ 0 & (M+m)mgl/d & \nu ml/d & -\mu(M+m)/d \end{bmatrix}$$

$$b = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ a(J+ml^2)/d \\ -aml/d \end{bmatrix}$$

$$d = (M+m)(J+ml^2) - m^2l^2$$

式(5)が倒立振子・台車系の線形化モデルである。本研究で用いたパラメータを次に示す。

図 1 倒立振子モデル

$$M=0.332 \text{ [kg]}, \nu=2.98 \text{ [kg/s]}$$

$$m=0.065 \text{ [kg]}, l=0.15 \text{ [m]}$$

$$J=5.262 \times 10^{-4} \text{ [kg} \cdot \text{m}^2]$$

$$\mu=7.157 \times 10^{-4} \text{ [kg} \cdot \text{m}^2/\text{s]}$$

$$g=9.8 \text{ [m/s}^2], a=1.19 \text{ [N/V]}$$

2・2 最適トラッキング制御⁽¹⁰⁾ 式(5)について,

初期時刻 t_0 より終端時刻 t_f まで希望関数 $z(\tau)$ が与えられていて, 出力ベクトル $y(\tau)$ を $z(\tau)$ に近づけるように制御するトラッキング問題を考える。この場合, 出力方程式, 誤差ベクトル, 評価関数を次式のようにおく。

$$y(\tau)=Cx(\tau) \quad \dots\dots\dots(6)$$

$$e(\tau)=z(\tau)-y(\tau) \quad \dots\dots\dots(7)$$

$$J=\frac{1}{2}\int_{t_0}^{t_f}(e^TR_1e+u^TR_2u)d\tau \quad \dots\dots\dots(8)$$

ただし, R_1 は半正定対称行列, R_2 は正定対称行列とする。

この問題の解軌道 $x^0(\tau)$ は変分法などにより解ける。すなわち x と同次元の補助変数ベクトル $p(\tau)$ を用いて, 次の線形同次方程式の 2 点境界値問題の解として求められる。

$$\begin{bmatrix} \dot{x} \\ \dot{p} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A & -BR_2^{-1}B^T \\ -C^TR_1C & -A^T \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ p \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ C^TR_1 \end{bmatrix} z \quad \dots\dots\dots(9)$$

ここで, $p(\tau)$ は

$$u^0(\tau)=-R_2^{-1}B^Tp(\tau) \quad \dots\dots\dots(10)$$

なる関係を満足する。ここで, 状態フィードバック $p(\tau)$ を

$$p(\tau)=K(\tau)x(\tau)+q(\tau) \quad \dots\dots\dots(11)$$

とおく。 $K(\tau)$ は x と同次元の正方行列である。式(9)の $p(\tau)$ を式(11)の $q(\tau)$ で置換すれば次式となる。

$$\begin{bmatrix} \dot{x} \\ \dot{q} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} F & -BR_2^{-1}B^T \\ -G & -F^T \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ q \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ C^TR_1 \end{bmatrix} z \quad \dots\dots\dots(12)$$

ここで,

$$F=A-BR_2^{-1}B^TK \quad \dots\dots\dots(13)$$

図 2 最適トラッキング制御システムのブロック線図

$$-G = KBR_2^{-1}B^TK - KA - A^TK - R_1 - \dot{K} \quad \dots\dots\dots(14)$$

いま, $G=0$ かつ $\dot{K}=0$ とすれば式(12), (14)は

$$\begin{bmatrix} \dot{x} \\ \dot{q} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} F & -BR_2^{-1}B^T \\ 0 & -F^T \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ q \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ C^TR_1 \end{bmatrix} z \quad \dots\dots(15)$$

$$KBR_2^{-1}B^TK - KA - A^TK - C^TR_1C = 0 \quad \dots\dots\dots(16)$$

となる。式(16)は代数 Riccati 方程式で、この解 K は、制御時間無限大のときの最適フィードバック係数である。式(16)の解は次のようになる。

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} x(\tau) \\ q(\tau) \end{bmatrix} &= \exp \left\{ \begin{bmatrix} F & -BR_2^{-1}B^T \\ 0 & -F^T \end{bmatrix} \tau \right\} \begin{bmatrix} x(t_0) \\ q(t_0) \end{bmatrix} \\ &+ \int_{t_0}^{\tau} \exp \left\{ \begin{bmatrix} F & -BR_2^{-1}B^T \\ 0 & -F^T \end{bmatrix} (\tau-s) \right\} \\ &\times \begin{bmatrix} 0 \\ C^TR_1 \end{bmatrix} z(s) ds \quad \dots\dots\dots(17) \end{aligned}$$

式(17)は遷移行列を使って表すと次式になる。

$$\begin{bmatrix} \dot{x} \\ \dot{q} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \Phi_{11}(\tau) & \Phi_{12}(\tau) \\ 0 & \Phi_{22}(\tau) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x(t_0) \\ q(t_0) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \Psi_1(\tau) \\ \Psi_2(\tau) \end{bmatrix} \quad \dots\dots(18)$$

一方、式(15)をブロック線図で示したのが図2である。図2は $q(t_0)$ を決めれば実現できる。このため、図2の最適トラッキング制御系をまず解く。式(18)の第1式から

$$x^*(\tau_f) = \Phi_{11}(\tau_f)x(t_0) \quad \dots\dots\dots(19)$$

を得る。ここで、 $x^*(\tau_f)$ は補償系からの入力がない場合の解軌道を示す。 $x^0(\tau_f)$ は指定されているが、通常 $x^*(\tau_f) = x^0(\tau_f)$ とすることはできない。そこで、終点で目標値と一致するように補償する。すなわち、式(18), (19)から、

$$x^0(\tau_f) = x^*(\tau_f) + \Phi_{12}(\tau_f)q(t_0) + \Psi_1(\tau_f) \quad \dots\dots(20)$$

よって、

$$q(t_0) = \Phi_{12}^{-1}(\tau_f) \{ [x^0(\tau_f) - x^*(\tau_f)] - \Psi_1(\tau_f) \} \quad \dots\dots\dots(21)$$

と求められる。希望関数 $z(\tau)$ ははじめに与えられているから $\Psi_1(\tau_f)$ は既知となり初期値 $q(t_0)$ が決まる。

図2は、制御対象が定係数のフィードバック行列 K により最適レギュレータを構成し、希望関数 $z(\tau)$ との偏差を随伴ベクトル(補償系) $q(\tau)$ により補正している。

3. NNを用いた最適トラッキング 制御コントローラの設計

3.1 FF制御入力のNN 2章で述べた最適トラッキング制御をNNを用いて制御する方法を以下に述べる。この制御方法を図3に示す。目標軌道 $z(t)$ は台車の位置 x のみを目標軌道とする。最適トラッキ

図3 NNを用いたブロック線図

図4 FFのNNの学習方法

図5 FBのNNの学習方法

ング制御の場合、制御入力 u はFFとフィードバック(以下FBと略す)の制御入力を加え合せて制御入力としているので、FFとFBの制御入力をそれぞれ出力するNNを獲得する。これらの獲得したNNを用いることにより目標軌道に追従した制御系の実現が可能になると考えられる。図3において u_b はFBの制御入力、 u_{nb} はFBのNNの制御入力および u_{nf} はFFの制御入力を示している。FFの制御入力を出力するNNを獲得する方法を図4に示す。FFのNNは入力層1個、中間層5個、出力層1個のニューロンで構成する階層型NNとする。最適トラッキング制御により随伴系の制御入力 $-R_2^{-1}B^Tq(t)$ があらかじめ得られているのでこの制御入力をFFのNNの入力とし、NNの出力と $-R_2^{-1}B^Tq(t)$ の誤差が小さくなるようバックプロパゲーションの手法を用いて入力層と中間層および中間層と出力層の重みを更新する。この場合、図4に示した部分のみでNNを学習する。

3.2 FB制御入力のNN 従来の研究において、FBの制御入力をNNに獲得して、FBに代わる働きをするコントローラを設計し、制御系を構成するフィードバック誤差学習型NNと呼ばれる手法が提案されている⁽¹¹⁾。本研究ではFBは最適レギュレータで設計されているのでフィードバック誤差学習とは異なるがこれに類似した図5に示したFBのNNを制御系に用いる。このFBのNNはFFのNNと同様に入力層2個、中間層6個、出力層1個のニューロンからなる階層型のNNである。台車の目標軌道 $z(t)$ 、その時

間微分 dz/dt を NN の入力として、初期値 $z(0)$ が $x = x(0)$, $\theta = 0$, $dx/dt = 0$, $d\theta/dt = 0$ で最適レギュレータ系として学習を行う。この場合の学習方法を図 5 に示す。最適レギュレータ系であるので FB で計算される u_b は状態ベクトル $x(t)$ のみから得られる。NN の出力 u_{nb} は u_b となるようにバックプロパゲーションで FB の NN の重みを更新する。

3・3 最適トラッキング制御型 NN 3・1 節および 3・2 節でそれぞれ単独に獲得した FF の NN およ

び FB の NN を図 3 に示した制御系に組み込み、改めて全体の系で学習を行う。学習方法は FB の NN は学習を行わず、3・2 節で得られた重みで制御入力 u_{nb} を計算する。ここでは、台車の目標軌道 $z(t)$ と制御後の台車の位置の誤差の二乗を各サンプリング時の教師信号として用い、FF の NN の重みを更新する。学習パターンを検討した結果、100 サイクル前後において誤差が一番小さくなり、その後は増加したため、FF の NN, FB の NN および最適トラッキング制御型 NN

(a) 台車の位置

(a) 台車の位置

(b) 振子の角度

(b) 振子の角度

(c) 制御入力

図 6 最適トラッキング制御

(c) 制御入力

図 7 NN を用いた線形領域での制御

のどの場合においても学習サイクルは100回とした。

4. シミュレーションによる検討

4.1 最適トラッキング制御 図6(a)の破線に台車の目標軌道 $z(t)$ を示す。この場合 $R_1 = \text{diag}(100, 100, 1, 1)$, $R_2 = 1$ で最適トラッキング制御システムを解くと図6に示した位置、角度および制御入力となる。図6(c)において破線が随伴系で補償される入力 (FF) u_f , 点線がフィードバックコントローラ (FB) で

計算される入力 u_b , 実線は実際に制御対象に加えられる入力 $u(u_f + u_b)$ である。この場合、台車は目標軌道に沿って移動しており、振子も倒立した安定な状態で制御が行われていることがわかる。

4.2 線形領域における NN を用いた制御 図7は図6の FF 入力と FB 入力を3章で述べた手法を用いてそれぞれ独立に獲得した後の NN 制御の結果を示す。すなわち、これらの NN を組合せて最適トラッキング制御システムで目標軌道と台車の位置の誤差の

(a) 台車の位置

(b) 振子の角度

(c) 制御入力

図8 振子の角度が大きくなる非線形領域での制御

(a) 台車の位置

(b) 振子の角度

(c) 制御入力

図9 モータが飽和する非線形領域での制御

二乗が減少するように FF の NN のみの重みを 100 サイクル学習して得られた位置、角度および入力を示す。図 7 (c) の入力において破線は NN の FF 入力 u_{nf} 、一点鎖線は NN の FB 入力 u_{nb} 、点線は FB 入力 u_b で実線がこれら三つの入力の和で制御対象に加える入力である。図 7 (a) の台車の位置においては終点で目標とする位置に対して移動する距離の約 17% の誤差で到達している。しかし振子は安定な倒立した状態となっている。また、0.3 sec 付近では学習後の入力

u_{nf} の影響により制御入力 u は最適トラッキング時と比較すると小さくなるが、0.8 sec 付近では振子の傾き角を零に戻そうとする力が働き、最適トラッキング制御時と比較すると大きくなる。図 6 と 7 の結果から線形な領域においては NN を用いない最適トラッキング制御が有効な制御手法であることがわかる。

4.3 非線形領域における NN を用いた制御

4.3.1 振子が大きく傾く場合 4.2 節では線形

(a) 台車の位置

(b) 振子の角度

(c) 制御入力

図 10 実験による最適トラッキング制御

(a) 台車の位置

(b) 振子の角度

(c) 制御入力

図 11 実験によるモータが飽和した場合の NN を用いた制御

領域での最適トラッキング制御の有効性が明らかとなったが、非線形な領域、例えば、振子の角度 θ が大きくなった場合、あるいは、モータの出力が飽和してしまった場合などについて最適トラッキング制御と NN 制御の比較を行う。図 8 は移動距離が 0.4 m, 移動時間が 0.6 sec の場合を示す。このとき制御対象は大きく非線形領域に入るため最適トラッキング制御で制御を行うと、台車の位置および振子の角度は図 8 (a), (b) の点線の軌道となり、台車の位置は目標軌道とかなり異なってくる。この場合の制御入力には図 8 (c) の二点鎖線である。同様の制御を NN を用いて行くと台車の位置および角度は図 8 (a), (b) の実線となる。その場合の入力 (u_{nf} , u_{nb} , u_b および u) を図 8 (c) に示す。最適トラッキング制御の場合と比較して NN を用いると、台車の目標軌道との誤差、振子の振れ、制御入力とも小さくなっており、学習によって得られた NN の FF 入力 u_{nf} が有効に働いていることがわかる。

4.3.2 モータが飽和した場合 図 9 にモータが ± 2.7 V で飽和の状態になった場合について最適トラッキング制御と NN を用いた制御のシミュレーション結果を示す。最適トラッキング制御の場合 0.5 sec を過ぎると振子が大きく傾いてしまい不安定な状態になってしまう。しかし、NN を用いると台車の位置に関しては終点で偏差が残るが、振子は安定な状態で推移していることがわかる。この場合においても学習によって得られた NN の FF 入力 が有効に働いていることがわかる。

上記のことから非線形な領域で制御を行う場合には線形領域で設計した入力をもとに NN を獲得しておき、さらに非線形領域で学習を行い重みを変化させることにより安定に制御できる可能性のあることがわかる。

5. 実 験

5.1 最適トラッキング制御 図 10 に最適トラッキング制御で実験を行った場合の実験結果を示す。この場合、点線はシミュレーションで得られた台車の位置、振子の角度および FF+FB の入力 u である。FF の入力 はシミュレーションであらかじめ得られている。実験に用いたパーソナルコンピュータは 16 ビット 12 MHz の CPU である。サンプリングタイムは 10 msec としている。この図より実験結果とシミュレーション結果はかなりよく一致していることがわかる。

5.2 NN を用いてモータが飽和した場合 図 11 に NN を用いた場合にモータが ± 2.7 V で飽和してしまう場合の実験結果を示す。この場合実際の装置で NN の重みを更新することは困難となるので、あらかじめシミュレーションで獲得した NN の FF と FB の入力 (u_{nf} , u_{nb}) に、実際の FB 信号を加え合せたものを制御入力として用いる。図 9 (c) の入力において二点鎖線がシミュレーションで得られた場合の入力で、実線が実験結果である。台車の位置、振り子の角度および入力ともにシミュレーションに近い結果が得られている。

6. 結 言

倒立振子・台車系を目標軌道に追従する最適トラッキング制御系を設計し、随伴系の補償入力を NN に獲得して制御する方法を提案し、以下の結果が得られた。

(1) 最適トラッキング制御系で得られた随伴系の補償入力(FF)および FB をそれぞれ二つの NN で学習し、FF の NN, FB の NN および FB の三つの入力を加え合わせる、新しい運動制御手法を提案した。

(2) 振子が大きく傾く場合およびモータが飽和する場合の非線形な領域では、最適トラッキング制御を用いた場合よりも、(1)で示した NN を用いた制御を行うことにより、台車が目標軌道に追従し、振子も安定な状態となることが示された。

(3) NN を運動制御に適用する場合、従来の FB 制御を併用することでより効果的となることをシミュレーションおよび実験により明らかにした。

文 献

- (1) Miller, W. T., Sutton, R. S. and Werbos, P. J., *edited Neural Networks for Control*, (1990), 1, MIT Press.
- (2) 池田・ほか 2 名, システム制御情報学会論文誌, 3-12 (1990), 405.
- (3) 熊谷・ほか 2 名, 機論, 58-550, C(1992), 1781.
- (4) 武居・ほか 3 名, 機講論, No. 920-55, A(1992), 685.
- (5) 福田・ほか 3 名, 機論, 57-535, C(1991), 866.
- (6) 黄・藤堂, 機論, 58-547, C(1992), 851.
- (7) 長門・吉田, 機論, 58-545, C(1992), 171.
- (8) Snyder, S. D. and Tanaka, N., 機講論, No. 920-55, A (1992), 731.
- (9) 戸谷・ほか 2 名, 計自論, 20-3(1984), 187.
- (10) 野波・ほか 2 名, 機論, 51-463, C(1985), 535.
- (11) 川人・ほか 2 名, 日本ロボット学会誌, 6-3(1988), 222.
- (12) 美多・ほか 2 名, 基礎デジタル制御, (1988), 173, コロナ社.