ファジィ計画法によるはりの最適設計に関する研究*

日野 順 市^{*1}, 武 田 真 吾^{*2}, 芳 村 敏 夫^{*1}

A Study of Fuzzy Programing for Optimization of Beam Shapes

Junichi HINO, Shingo TAKEDA and Toshio YOSHIMURA

Fuzzy programing is applied to determining optimum shapes of beams subjected to a moving load with constant velocity. The multi-objective optimization has two objective functions and a constraint. This problem is transformed to the unconstrained optimization problem by an augmented objective function. The membership functions of these objective functions are defined. Then, fuzzy mathematical programing is carried out. Fuzzy programing with three kinds of membership functions is solved interactively. The Lagrange multiplier method was used for unconstrained optimization, and dynamic programing was applied for the minimization of the augmented objective function.

Key Words: Fuzzy Programing, Multi-objective Optimization, Beam, Moving Load, Lagrange Multiplier Method

1. 緒 言

構造物の設計に関する解析技術が発達し、計算機シミュレーションにより構造物の挙動が詳細に求められるようになり、外乱を受ける構造物の最適設計に関する問題も数多く見られるようになった^{(1)~(8)}。最適設計問題を設定し構造物の設計を行う際にも、どこまで詳細に解析を行うかが計算時間などの問題から重要であり、それぞれの問題の性質に応じて用いるべき手法を選択する必要がある。最適設計問題では、単一の目的関数を最小化する場合と複数の目的関数を何らかの意味で最小化する多目的計画問題⁽⁹⁾などがある。実際の設計では明確な目標値を設定する場合もあるが、あいまいな目標を満足化すればよい場合も多い。したがって、より多くの設計条件の満足化を考えたとき、あいまいな目標を設定できるファジィ計画法⁽⁹⁾⁽¹⁰⁾を用いることは有効であると思われる。

本研究では、移動荷重を外乱として受けるはりの設計問題をファジィ計画法により扱う。多目的最適化問題にファジィ計画法を用いるためには、制約領域での

各目的関数に対するメンバシップ関数⁽⁹⁾を求める必要がある。ここでは、まず単一目的に対する最適化を行い、与えられた条件のもとでの各目的関数の最小値および最大値を求めメンバシップ関数の設定を行う。本研究の場合、はりに作用する移動荷重は非定常な外乱であるので、はりの動的応答解析^{(11)~(13)}を行い、はりの応答変位と加速度に着目して個別に各目的関数を最小および最大にする形状を求める。以上のように個別の最適化において求められた各目的関数の最小値および最大値を考慮して、設計者の意志を表すメンバシップ関数を定義する。メンバシップ関数が定義された後に、対話形ファジィ計画法により設計条件を満足する解を求める。ここでは、メンバシップ関数の形状およびはりの境界条件などを変化させて得られた結果を示す。

2. 最適設計問題

2.1 多目的計画問題 ファジィ多目的計画問題⁽⁹⁾のもとになる多目的計画問題について述べる。一般に、複数の競合する目的関数を与えられた制約条件のもとで、何らかの意味で最小化する問題は多目的計画問題と呼ばれ、形式的にはベクトル最小化問題として次のように定式化される。

* 原稿受付 平成4年11月2日。

^{*1} 正員, 徳島大学工学部 (〒770 徳島市南常三島2-1)。^{*2} 学生員, 徳島大学大学院。

$$\text{minimize } f(x) = (f_1(x), f_2(x), \dots, f_k(x))$$

subject to

$$g(x) = (g_1(x), g_2(x), \dots, g_m(x)) \geq 0 \quad \dots\dots\dots (1)$$

ここで、 $x = \{x_1, x_2, \dots, x_n\}^T$ は n 次元設計変数ベクトル、 $f(x)$ は k 次元目的関数ベクトル、 $g(x)$ は m 次元制約条件ベクトルである。すなわち、多目的計画問題は m 個の不等式制約条件のもとで k 個の目的関数を同時に最小化する n 次元設計変数ベクトルを求める問題として定式化される。多目的計画問題に対して複数の目的関数を同時に最小化する解を完全最適解という。複数の目的関数を同時に最小化することは、目的関数が競合する場合は一般には非常に困難である。そこで、ある目的関数の値を改善するために、少なくとも他の一つの目的関数の値を改悪せざるを得ないような解をパレート最適解⁹⁾と定義し、一般的にはこの解を求めることになる。

本研究において設計対象となるモデルは、図1に示すような単純曲げ理論に基づくはりが移動荷重を受ける場合であり、設計変数、制約条件、および目的関数は以下のようにする。

(1) 設計変数 x は、有限要素法により分割したはりの各要素の厚み h_i とする。

$$x = \{h_1, h_2, \dots, h_n\}^T \quad \dots\dots\dots (2)$$

ただし、 n は要素数、 h_i は離散値の集合から選ばれる。

(2) 制約条件ベクトル $g(x)$ としては、はりの総質量を一定値以下にするものとする。

$$g_1(x) = M - \sum_{i=1}^n \rho b l_i h_i \geq 0 \quad \dots\dots\dots (3)$$

ただし、 ρ ははりの密度、 l_i は要素の長さ、 b ははりの幅、 M は総質量の上限値とする。

(3) 目的関数 $f(x)$ として、はりの変位および加速度の二乗平均値の平方根をとり、空間および時間について離散形で考えるものとして以下のように表す。

$$f_1(x) = \sqrt{\frac{1}{m} \sum_{i=1}^m \left[\frac{1}{n} \sum_{j=1}^n \{Y(j, t_0 + i\Delta t)\}^2 \right]} \quad \dots (4)$$

図1 はりのモデル

$$f_2(x) = \sqrt{\frac{1}{m} \sum_{i=1}^m \left[\frac{1}{n} \sum_{j=1}^n \{a(j, t_0 + i\Delta t)\}^2 \right]} \quad \dots\dots\dots (5)$$

ただし、 m は時間分割数、 Δt は刻み時間である。

2.2 ファジィ計画法 最適設計問題において目的関数や制約条件は厳密に与えられたものではなく、経験や勘あるいは設計上の漠然とした要請から主観的に決めている場合も多い。このようなあいまいさを含む要請はファジィ集合を用いて定量的に扱われ、得られた設計結果の満足度を評価することができる。すなわち、メンバシップ関数の導入によりファジィ量の定量化をはかり、通常の数理計画法の手法を用いて解を求めるものである。以下では目的関数をファジィ量として考えたときの最適設計問題を考える。

まず、ベクトル最小化問題式(1)として定式化されている多目的計画問題を考える。このようなベクトル最小化問題に対して、人間のあいまい性を考慮すれば設計者は $f_i(x)$ をだいたい a 以下にしたいというようなファジィ目標をもつものと考えられる。そこで各目的関数 $f_i(x)$ に対する設計者のファジィ目標を規定するメンバシップ関数 $\mu_{fi}(x)$ を決定する。まず、制約領域における個別の最大値 $f_{i \max}$ と最小値 $f_{i \min}$ を計算し、設計者は各目的関数の最小値と最大値の間で単調減少するメンバシップ関数を設定する。図2はここで用いるメンバシップ関数の一般的な形状を示す。単一目標の最適化計算により目的関数 $f_i(x) (i=1, \dots, k)$ を決定した後、各々のメンバシップ関数を決定し、対話形ファジィ計画法⁹⁾を適用する。一般に、 k 個の競合するメンバシップ関数に対して以下のような統合関数を定義する。

$$\mu_D(\mu_f(x)) = \mu_D(\mu_{f1}(x), \dots, \mu_{fk}(x)) \quad \dots\dots\dots (6)$$

ここで、統合関数 $\mu_D(\mu_f(x))$ の値は k 個のファジィ目標に対する意志決定者の全体的な満足度を表していると解釈すれば、 $\mu_D(\mu_f(x))$ を最大化すればよい。また、満足度の評価に関しては、意志決定者の目標が影響を与えるので、ファジィ計画法において各目的関数に対するあいまいな目標についてメンバシップ関数空間中での意志決定者の要求する基準点にある意味にお

図2 メンバシップ関数

いて近い解が得られたかどうかを考慮されなければならない。

したがって、一般化多目的計画問題の目的関数 $f(\mathbf{x})=(f_1(\mathbf{x}), \dots, f_k(\mathbf{x}))$ に対する意志決定者のメンバシップ関数 $\mu(\mathbf{x})=(\mu_{f_1}(\mathbf{x}), \dots, \mu_{f_k}(\mathbf{x}))$ が決定された後、各メンバシップ関数空間において意志決定者の希望水準を反映させる基準点 $\bar{\mu}_f=(\bar{\mu}_{f_1}, \dots, \bar{\mu}_{f_k})$ が設定されると、意志決定者の要求にある意味において近い解は目標計画法と類似の考えによれば、次のようなミニマックス問題を解くことにより求められる。

$$\text{minimize } \max\{\bar{\mu}_{f_i} - \mu_{f_i}(\mathbf{x})\} \dots\dots\dots (7)$$

あるいは等価的に

$$\begin{aligned} &\text{minimize } z \\ &\text{subject to } \bar{\mu}_{f_i} - \mu_{f_i}(\mathbf{x}) \leq z \dots\dots\dots (8) \\ &(i=1 \sim k) \end{aligned}$$

ここで基準点 $\bar{\mu}_f$ は基準メンバシップ値という。

以下に、ファジィ計画法のアルゴリズムを示す。

手順0：制約領域における各目的関数の最小値、および最大値を求める。

手順1：各目的関数に対するメンバシップ関数を決定する。

手順2：初期の基準メンバシップ値をすべて1にする。

手順3：設定された基準メンバシップ値に対して、上述のミニマックス問題⁽⁹⁾を解き、現在の解における各メンバシップ関数間のトレード・オフ比⁽⁹⁾を求める。

手順4：現在の解に満足なら終了。そうでなければ、現在のメンバシップ関数値とトレード・オフ比を考慮して、基準メンバシップ値を更新して手順3へ。

上述の手順3のミニマックス問題を解くのに乗数法⁽¹⁴⁾を用いる。乗数法を解くことにより基準点の更新における情報を与えるラグランジュ乗数が求まる。乗数法により求めた解におけるメンバシップ関数間のトレード・オフ比はミニマックス問題のメンバシップ関数に関する制約式のラグランジュ乗数を λ_i とすると、 $\lambda_i > 0$ であれば次式で与えられる。

$$-\frac{\partial \mu_{f_i}(\mathbf{x})}{\partial \mu_{f_1}(\mathbf{x})} = \frac{\lambda_i}{\lambda_1} \dots\dots\dots (9)$$

このトレード・オフ比を考慮して満足でない解なら基準点を更新していく⁽⁹⁾。

以下にミニマックス問題における乗数法のアルゴリズムを示す。

拡大ラグランジュ関数を

$$L(\mathbf{x}, \lambda_i) = z + \sum [\max\{0, \lambda_i$$

$$+ t_i(\bar{\mu} - \mu_{f_i}(\mathbf{x}) - z)\}^2 - \lambda_i^2] / 2t_i$$

とする。

手順0： $\lambda_i > 0$, $t_i > 0$, $\alpha > 1$, $0 < \beta < 1$, $\varepsilon > 0$, $c = \infty$, $k = 0$ とおく。

手順1： $L(\mathbf{x}, \lambda^k)$ の制約なし最小化を行ってその解を $\mathbf{x}$ とする。

手順2： $I1 = \{i \mid |\max\{\bar{\mu} - \mu_{f_i}(\mathbf{x}) - z, -\lambda_i^k/t_i^k\}| > \beta c^k\}$
 $\max |\max\{\bar{\mu} - \mu_{f_i}(\mathbf{x}) - z, -\lambda_i^k/t_i^k\}| > c^k$ ならば $\lambda_i^{k+1} = \lambda_i^k$, $c^{k+1} = c^k$ とおいて手順3に行く。

手順3： $c^{k+1} = \max |\max\{\bar{\mu} - \mu_{f_i}(\mathbf{x}) - z, -\lambda_i^k/t_i^k\}|$
 $c^{k+1} \leq \varepsilon$ ならばストップ。

手順4： $\lambda_i^{k+1} = \max\{0, \lambda_i^k + t_i^k(\bar{\mu} - \mu_{f_i}(\mathbf{x}) - z)\}$ とおく。

手順5： $t_i^{k+1} = \alpha t_i^k$, $i \in I1$

$$t_i^{k+1} = t_i^k, i \in I1 \text{ とおく}$$

$k = k + 1$ とおいて手順1に行く。

3. 数 値 計 算

ここでは、はりの厚みを離散集合からなる設計変数として式(4)、(5)のファジィ目的関数に対して最適化を行った。メンバシップ関数を設定する際の目的関数の計算および乗数法における拡大ラグランジュ乗数の最小化は動的計画法⁽¹⁵⁾⁽¹⁶⁾を用いて行った。はりは全長1.0 m、幅0.15 mとし、密度およびヤング率はそれぞれ $1.17 \times 10^3 \text{ kg/m}^3$, $3.5 \times 10^8 \text{ N/m}^2$ とした。そして集中荷重1 Nが一定速度1.0 m/sではり上を移動するものとする。ここで制約条件式(3)に示されるはりの全質量 M は厚み10 mmの一樣はりの重量と同じとし、逐次積分法の刻み時間は $\tau = 0.01 \text{ s}$ とする。また、はりの境界条件は単純支持および両端固定を考える。要素数は5個とし、初期値は厚み7 mmの一樣はりとする。厚み増分 Δh は1 mmとし、各要素において取り得る増分を大きくし過ぎると計算量が非常に増大するので、各要素についての厚みの最大値を12 mmとする。乗数法で用いた各変数の初期は $\lambda_i = 10.0$, $t_i = 5.0$, $\alpha = 100$, $\beta = 0.25$, $\varepsilon = 0.001$ とする。また、各目的関数の最小値および最大値を求めるときに、各々が別々の設計変数で最小および最大になり、完全最適解をもたないことを確認した。

個々の目的関数の値をもとにメンバシップ関数の形状を設定する必要がある。メンバシップ関数の形状を定義することにより、設計変数と目的関数の関係を表したり、人間の意志を反映させるものとなるので、実際にはその形状は非常に複雑なものになると考えられる。しかしながら、人間の意志にもあいまいさが存在するので、あまり複雑な形状は避けて大きな傾向を表

するようにすることが必要であると思われる。ここでは目的関数の定義域内で直線状に変化させるものと簡単な曲線状に変化させるものとを考慮して、以下の3種類のメンバシップ関数を定義する。

(MF 1) 制約条件を考慮した定義域内で直線的に変化させた形状(図 3)。

(MF 2) 目的関数の最小値のみを考慮した形状(図 4)。

(MF 3) 満足度を厳しく考えて、制約条件の定義域内を2次関数で変化させた形状(図 5)。

それぞれのメンバシップ関数を用いて最適化を行った結果を以下に示す。

4. 結果および考察

基準メンバシップ値を $\bar{\mu}_{f1}=1.00$, $\bar{\mu}_{f2}=1.00$ とした場合の、3種類のメンバシップ関数に対して得られた最適形状に収束する過程のメンバシップ値および目的関数値が図 6 から 9 に示される。また、表 1 から 6 に最適形状の結果が示される。

単純支持はりについての MF 1 の最適形状の結果が表 1 に、両端固定の場合が表 2 に示される。図 6 の MF 1 は 3 回目の反復までは、メンバシップ関数値 μ_{fi} が一方は大きく一方は小さくなっており、十分満足な解とはいえない。4, 5 回目の反復では μ_{fi} は 1.00 に近づいており、5 回目のほうがより満足のいく解であることがわかる。乗数法では初期値 $\lambda, t, \alpha, \beta, \varepsilon$ の値によって収束の速さや計算の精度などが変化するので、どこまで厳密な計算が必要かの検討も必要である。表 2 で、4 回目と 5 回目の反復を比べてみると設計変数 x の値は配分される板の 1 枚が置き変わっただけで、図 8 および 9 の MF 1 に関するメンバシップ関数および満足度の向上もわずかしき認められず、これ以上の厳密な計算は計算時間を意味もなく増加させることになり必要ないと考えられる。

表 3 は、MF 2 の場合の単純支持はりについての結果である。この場合メンバシップ関数の定義域内の最大値を無視して最小値のみを考慮して設定した形状であるが、 μ_{fi} が 1.00 に近づけば MF 1 と同様の結果が得られると思われる。 f_1, f_2 の両方に同じ満足度を要求する場合は、反復 4 よりも反復 5 のほうがよいが、満足度の判断は最終的には設計者が行うことになる。表 4 は両端固定はりについての場合であり、同様な結果が得られている。MF 2 では目的関数の最小値のみを考慮しているので、満足度の要求が高く基準メンバシップ値が 1.0 に近いときは、MF 1 と同様な結果が得られる可能性が高いが、満足度の要求が低いときは目

的関数の最大値も考慮しておかなければ、MF 1 と同様な解を得ることは困難であると考えられる。

表 5 は MF 3 の場合の単純支持はりについてである。ここでは、メンバシップ関数が曲線的に変化する場合を考えている。図 6 において、収束時の μ_{fi} の値は、MF 1, MF 2 の場合と比較して低いように見える

図 3 メンバシップ関数(MF 1)

図 4 メンバシップ関数(MF 2)

図 5 メンバシップ関数(MF 3)

図6 メンバシップ関数の値(単純支持はり)
基準メンバシップ値: $\bar{\mu}_{f1}=1.00$, $\bar{\mu}_{f2}=1.00$

図7 目的関数の値(単純支持はり)

図8 メンバシップ関数の値(両端固定はり)
基準メンバシップ値: $\bar{\mu}_{f1}=1.00$, $\bar{\mu}_{f2}=1.00$

図9 目的関数の値(両端固定はり)

が、図7の目的関数値はほとんど変わっていない。これは、MF3の形状が設計者の要求が非常に厳しいときの状態を表していると考えられるためである。表6は両端固定はりについてで、同様の結果が得られている。

次に、基準メンバシップ値 $\bar{\mu}_{f1}$, $\bar{\mu}_{f2}$ を変化させて各目的関数に対する満足度の要求が違う場合について考える。MF1についての単純支持はりの最適形状の結果を表7に示す。図10に、メンバシップ値と目的関数値を示す。ここでは、基準メンバシップ値を $\bar{\mu}_{f1}=1.00$, $\bar{\mu}_{f2}=0.50$ とした。3回めで、 $\mu_{f1}=0.99$, $\mu_{f2}=0.70$ となり、 μ_{f2} は0.50よりも大きな満足度が得られており、 μ_{f1} についても十分満足できる解となっているので終了させた。表8および図11は、MF2についての両端固定はりの場合で、 $\bar{\mu}_{f1}=1.00$, $\bar{\mu}_{f2}=0.50$ とした場合の結果である。 μ_{f1} は、3回めで0.99となりほぼ満足できるが、 μ_{f2} が0.45であり、 $\bar{\mu}_{f2}$ の満足度を越えていないので、反復を繰返し6回めに0.57となるので終了させた。表9および図12は、MF3で単純支持はりに対する結果である。5回めに $\mu_{f1}=0.98$, $\mu_{f2}=0.49$ となり、 $\bar{\mu}_{f1}=1.00$, $\bar{\mu}_{f2}=0.50$ を満足すると考えられるので終了させた。これらの例では、 $\bar{\mu}_{f1}=1.00$, $\bar{\mu}_{f2}=0.50$ の場合を示したが、他の基準メンバシップ値を用いても同様の結果が得られるものと思われる。

5. 結 言

本論文では二つの目的関数をもつ多目的非線形計画

表1 最適形状の結果(MF1:単純支持はり)
基準メンバシップ値: $\bar{\mu}_{f1}=1.00$, $\bar{\mu}_{f2}=1.00$

Iteration		1	2	3	4	5
Lagrange	λ_1	10.0	10.0	7.68	7.68	7.68
Constants	λ_2	10.0	7.66	7.66	7.66	0.58
x (mm)	x_1	12.0	7.00	12.0	10.0	10.0
	x_2	12.0	7.00	12.0	12.0	12.0
	x_3	7.00	12.0	7.00	9.00	10.0
	x_4	7.00	12.0	7.00	12.0	11.0
	x_5	11.0	12.0	11.0	7.00	7.00

表2 最適形状の結果(MF1:両端固定はり)
基準メンバシップ値: $\bar{\mu}_{f1}=1.00$, $\bar{\mu}_{f2}=1.00$

Iteration		1	2	3	4	5
Lagrange	λ_1	10.0	10.0	10.0	10.0	0.00
Constants	λ_2	10.0	7.95	5.90	5.90	5.90
x (mm)	x_1	12.0	12.0	7.00	11.0	12.0
	x_2	7.00	7.00	12.0	11.0	11.0
	x_3	7.00	7.00	12.0	8.00	9.00
	x_4	7.00	7.00	12.0	8.00	8.00
	x_5	7.00	7.00	7.00	12.0	10.0

表 3 最適形状の結果(MF 2:単純支持はり)

基準メンバシップ値: $\bar{\mu}_{f1}=1.00$, $\bar{\mu}_{f2}=1.00$

Iteration		1	2	3	4	5
Lagrange	λ_1	10.0	8.25	6.50	6.50	6.50
Constants	λ_2	10.0	10.0	10.0	9.42	0.15
x (mm)	x_1	7.00	7.00	12.0	11.0	11.0
	x_2	7.00	7.00	12.0	12.0	12.0
	x_3	12.0	12.0	7.00	9.00	10.0
	x_4	8.00	8.00	11.0	11.0	10.0
	x_5	7.00	7.00	7.00	7.00	7.00

表 6 最適形状の結果(MF 3:両端固定はり)

基準メンバシップ値: $\bar{\mu}_{f1}=1.00$, $\bar{\mu}_{f2}=1.00$

Iteration		1	2	3	4	5
Lagrange	λ_1	10.0	10.0	10.0	10.0	0.00
Constants	λ_2	10.0	7.79	5.58	5.58	5.58
x (mm)	x_1	12.0	12.0	7.00	12.0	12.0
	x_2	7.00	7.00	12.0	12.0	11.0
	x_3	7.00	7.00	12.0	10.0	9.00
	x_4	7.00	7.00	12.0	7.00	8.00
	x_5	9.00	9.00	7.00	9.00	10.0

表 4 最適形状の結果(MF 2:両端固定はり)

基準メンバシップ値: $\bar{\mu}_{f1}=1.00$, $\bar{\mu}_{f2}=1.00$

Iteration		1	2	3	4	5	6
Lagrange	λ_1	10.0	7.31	4.62	4.62	4.62	4.62
Constants	λ_2	10.0	10.0	10.0	9.54	9.07	0.00
x (mm)	x_1	7.00	7.00	12.0	12.0	12.0	12.0
	x_2	12.0	12.0	7.00	7.00	7.00	7.00
	x_3	12.0	12.0	7.00	7.00	9.00	9.00
	x_4	12.0	12.0	7.00	7.00	8.00	10.0
	x_5	7.00	7.00	7.00	7.00	12.0	12.0

表 7 最適形状の結果(MF 1:単純支持はり)

基準メンバシップ値: $\bar{\mu}_{f1}=1.00$, $\bar{\mu}_{f2}=0.50$

Iteration		1	2	3
Lagrange	λ_1	10.0	10.0	7.68
Constants	λ_2	10.0	5.16	1.57
x (mm)	x_1	12.0	12.0	8.00
	x_2	12.0	12.0	11.0
	x_3	7.00	8.00	12.0
	x_4	7.00	11.0	11.0
	x_5	11.0	7.00	8.00

表 5 最適形状の結果(MF 3:単純支持はり)

基準メンバシップ値: $\bar{\mu}_{f1}=1.00$, $\bar{\mu}_{f2}=1.00$

Iteration		1	2	3	4
Lagrange	λ_1	10.0	10.0	7.31	7.31
Constants	λ_2	10.0	7.11	7.11	7.11
x (mm)	x_1	12.0	7.00	12.0	10.0
	x_2	12.0	8.00	12.0	12.0
	x_3	7.00	12.0	7.00	10.0
	x_4	11.0	12.0	12.0	11.0
	x_5	7.00	10.0	7.00	7.00

表 8 最適形状の結果(MF 2:両端固定はり)

基準メンバシップ値: $\bar{\mu}_{f1}=1.00$, $\bar{\mu}_{f2}=0.50$

Iteration		1	2	3	4	5	6
Lagrange	λ_1	10.0	10.0	10.0	9.81	9.62	0.00
Constants	λ_2	10.0	7.04	4.18	4.18	4.18	4.18
x (mm)	x_1	12.0	12.0	7.00	7.00	7.00	7.00
	x_2	7.00	7.00	12.0	12.0	12.0	8.00
	x_3	7.00	7.00	12.0	12.0	12.0	12.0
	x_4	7.00	8.00	12.0	12.0	12.0	12.0
	x_5	7.00	11.0	7.00	7.00	7.00	11.0

図 10 メンバシップ関数と目的関数の値(MF 1)
単純支持はり: $\bar{\mu}_{f1}=1.00$, $\bar{\mu}_{f2}=0.50$

問題に対しファジィ数理計画法を用いて最適設計問題を考えた。使用するモデルは移動荷重を外乱として受けるはりとし、最適設計問題としてはりの変位および加速度の RMS を総重量一定値以下のものとでどちらも最小値に近づけることを考えた。ファジィ数理計画法に基づき目的関数のメンバシップ関数を定義し、対話形ファジィ計画法により満足 of いく解を求めた。対話形ファジィ計画法ではミニマックス問題を解くために

表 9 最適形状の結果(MF 3:単純支持はり)

基準メンバシップ値: $\bar{\mu}_{f1}=1.00$, $\bar{\mu}_{f2}=0.50$

Iteration		1	2	3	4	5
Lagrange	λ_1	10.0	10.0	10.0	9.27	8.54
Constants	λ_2	10.0	4.61	0.92	0.92	0.92
x (mm)	x_1	12.0	12.0	7.00	7.00	8.00
	x_2	12.0	12.0	11.0	11.0	11.0
	x_3	7.00	9.00	12.0	12.0	12.0
	x_4	11.0	10.0	12.0	12.0	11.0
	x_5	7.00	7.00	8.00	8.00	8.00

図 11 メンバシップ関数と目的関数の値(MF 2)
両端固定はり: $\bar{\mu}_{f1}=1.00$, $\bar{\mu}_{f2}=0.50$

図 12 メンバシップ関数と目的関数の値(MF 3)
単純支持はり: $\bar{\mu}_{f1}=1.00$, $\bar{\mu}_{f2}=0.50$

乗数法を用い、メンバシップ関数の定義域である個々の目的関数の最大値および最小値を求める際と乗数法中の拡張ラグランジュ関数の最小化には動的計画法を用いた。直線および曲線状に変化する形状のメンバシップ関数について検討した結果、二つの目的関数に対するメンバシップ関数の満足度がともに向上し、満足度のいく結果が得られた。メンバシップ関数の形状により満足度の大きさが異なるが、反復の回数が同程度ならば目的関数の値はあまり変化がないことがわかつ

た。

文 献

- (1) Wallace, D. and Seireg, A., *ASME, J. Eng. Ind.*, **93**-2(1971), 659.
- (2) Cheng, F. Y. and Botokin, M. E., *ASCE, ST-3* (1976), 606.
- (3) 遠藤・ほか 3 名, 機論, **44**-385, (1978), 1.
- (4) Feng, T. T., Arora, J. S. and Haug, E. J., *Int. J. Numerical Methods Eng.*, **11**-1(1977), 39.
- (5) Gallagher, R. H. and Zienkiewicz, O. C. (河合・戸川訳), 最適構造設計・基礎と応用, (1977), 111, 培風館.
- (6) 長松, モード解析, (1985), 251, 培風館.
- (7) 山川・若林, 機論, **48**-435, C(1982), 1738.
- (8) 山川・ほか 3 名, 機論, **48**-435, C(1982), 1750.
- (9) 坂和, 非線形システムの最適化, (1986), 142, 森北出版.
- (10) 矢川, ファジィ推論, (1991), 105, 培風館.
- (11) Fryba, L., *Vibration of Solid and Structure under Moving Loads*, (1972), 13, Noordhoff.
- (12) Hino, J. and Yoshimura, T., *J. Sound Vib.*, **91**-4(1985), 45.
- (13) 日野・芳村, 機論, **54**-499, C(1988), 781.
- (14) 今野・山下, 非線形計画法, (1978), 237, 日科技連.
- (15) 西川・ほか 2 名, 岩波講座情報科学 19 最適化, (1982), 93, 岩波書店.
- (16) 日野・橋本・芳村, 機論, **57**-538, C(1991), 2005.