ポテンシャル関数を用いる複数台マニピュレータの
衝突回避動作計画*楊 向 東^{*1}, 山 本 元 司^{*2}, 毛 利 彰^{*2}Collision-Free Motion Planning for Multiple Manipulator System
Using a Potential Function

Xiang-Dong YANG, Motoji YAMAMOTO and Akira MOHRI

It is necessary to consider the problem of collisions when multiple manipulators work in a common space. This paper proposes a method for collision-free motion planning of a multiple manipulator system. In this method, geometrical constraints are represented by constraint potential functions using the idea of "constrained space". An algorithm for motion planning of multi-plane-manipulators is presented using the constraint potential functions and a goal potential function. Computer simulations show that the proposed method is especially effective when the system has many manipulators and many joint degrees of freedom in a common work space.

Key Words: Multiple Manipulators, Collision-Free, Motion Planning, Potential Function

1. ま え が き

限られた作業空間内において複数台のロボットが作業を行う場合, ロボット相互が協調的に動作し, 衝突を回避しながら作業を遂行しなければならない。そこでこのような場合, 複数台ロボットの衝突回避を含む動作生成の問題が重要となる。この問題に対していくつかの方法が検討されている。複数台マニピュレータの場合, その一つとしてコンフィギュレーション空間を用いて解を探索する方法⁽¹⁾がある。しかし, 関節の自由度が増えると探索すべき次元が大きくなり, 探索に時間がかかることが大きな問題である。同様にコンフィギュレーション空間を用い, この空間のポテンシャル場により解を求める方法⁽²⁾も考えられているが, やはり同種の問題を生じる。一方, 作業空間内にポテンシャル場を作り, マニピュレータの動作を計画する方法⁽³⁾がよく知られているが, その多くは, 一台のマニピュレータの障害物回避問題や移動ロボットの衝突回避問題を取り扱ったものであり, 複数台マニピュレータの衝突回避問題を取り扱ったものは少ない。Lee

ら⁽⁴⁾はニューラルネットワークのエネルギー関数を利用し, 複数台の移動ロボットと関節形ロボットについての動作計画アルゴリズムを提案した。これは移動ロボットの場合には良好な結果を与えるが, 関節形ロボットの場合には二つの問題があると思われる。一つは, エネルギー関数の定義式に, 各関節位置の作業座標値を用いたリンク長さの拘束条件を用いているため, 実際の計算においてはリンク長さの誤差が生じる点である。もう一つは, マニピュレータの衝突の可能性を十分考えていないと思われる点であり, 彼らの方法によればある条件においては衝突の場合もあり得る。

本論文では, マニピュレータ相互の幾何学的な関係によりその作業空間にポテンシャル場を作る。このときマニピュレータの幾何学的な拘束条件を, 文献(4)のニューラルネットワークのエネルギー関数を一般化した制限ポテンシャル関数として表す。そして, この制限ポテンシャルと目標ポテンシャルとの合成ポテンシャル場によりマニピュレータの動作計画の定式化を試みる。さらに, 複数台の平面形マニピュレータの動作計画について, 具体的にポテンシャル関数を与えそれを用いる一つの動作計画法を提案する。そしてこのポテンシャル関数を用いれば, 4台のマニピュレータ

* 原稿受付 平成5年3月4日。

^{*1} 九州大学工学部 (〒812 福岡市東区箱崎 6-10-1)。^{*2} 正員, 九州大学工学部。

が存在するような複雑な衝突回避問題も解き得ることを、シミュレーション例によって示す。

2. ポテンシャル関数法

ここで検討するのは、複数台のマニピュレータの初期位置と手先の目標位置を与え、目標位置に到達するその動作を計画する問題である。マニピュレータ移動中にはほかのマニピュレータとの衝突回避、およびマニピュレータ自身の幾何学的な拘束を考えなければならない。本論文では、ポテンシャル関数を用いて、上記の計画問題を最小値問題に置き換える。

ここではポテンシャル関数を目標ポテンシャル関数と、文献(4)のニューラルネットワークのエネルギー関数を一般化した制限ポテンシャル関数の二つに分ける。 N 台のマニピュレータを考え、マニピュレータ i の自由度は N_i とする。 ${}^i\mathbf{r}$ をマニピュレータ i の手先の位置ベクトルとし、 ${}^i\mathbf{G}$ をマニピュレータ i の手先の目標位置ベクトルとして、目標ポテンシャル関数を次のように定義する。

$$V_g = \sum_{i=1}^N \|{}^i\mathbf{r} - {}^i\mathbf{G}\| \quad \dots\dots\dots (1)$$

マニピュレータの動作計画では、拘束条件は問題によって異なるが、一般的にすべて式(2)のように表せる。

$$g_j({}^1\boldsymbol{\theta}, {}^2\boldsymbol{\theta}, \dots, {}^N\boldsymbol{\theta}) \geq 0 \quad (j=1, 2, \dots, J) \quad \dots\dots\dots (2)$$

ここで $\boldsymbol{\theta}$ は N_i 次元の関節変数ベクトルである。非負の定数 S_j を用いて、式(2)の拘束条件を次の形の制限条件に置き換える。

$$g_j({}^1\boldsymbol{\theta}, {}^2\boldsymbol{\theta}, \dots, {}^N\boldsymbol{\theta}) \geq S_j \quad (j=1, 2, \dots, J) \quad \dots\dots\dots (3)$$

制限ポテンシャル関数 V_r は次のように定義される。

$$V_r = \sum_{j=1}^J F(g_j({}^1\boldsymbol{\theta}, {}^2\boldsymbol{\theta}, \dots, {}^N\boldsymbol{\theta}) - S_j) \quad \dots\dots\dots (4)$$

ここで $F(z)$ はペナルティ関数であり、次のように設定される。

$$f(z) = \begin{cases} 0 & z \geq 0 \\ z & z < 0 \end{cases} \quad \dots\dots\dots (5)$$

$$f(z) = \frac{dF(z)}{dz} \quad \dots\dots\dots (6)$$

総ポテンシャル関数は

$$V = V_g + V_r \quad \dots\dots\dots (7)$$

である。 V の時間に関する導関数は

$$\frac{dV}{dt} = \sum_{i=1}^N \sum_{k=1}^{N_i} \frac{d^i\theta_k}{dt} \left(\frac{dV_g}{d^i\theta_k} + \frac{dV_r}{d^i\theta_k} \right) \quad \dots\dots\dots (8)$$

となり、

$${}^iC_k \frac{d^i\theta_k}{dt} = - \left(\frac{dV_g}{d^i\theta_k} + \frac{dV_r}{d^i\theta_k} \right) \quad \dots\dots\dots (9)$$

$$i=1, 2, \dots, N; k=1, 2, \dots, N_i$$

であれば、 $t \geq 0$ において、

$$\frac{dV}{dt} \leq 0 \quad \dots\dots\dots (10)$$

となり、 $\boldsymbol{\theta}$ はポテンシャルの低い方向へ移動する。

iC_k は非負の定数で $\boldsymbol{\theta}$ の移動速度を決める。

図1のように、 $g_j({}^1\boldsymbol{\theta}, {}^2\boldsymbol{\theta}, \dots, {}^N\boldsymbol{\theta}) < S_j$ は制限空間を作る。 S_j を安全係数といい、 $g_j({}^1\boldsymbol{\theta}, {}^2\boldsymbol{\theta}, \dots, {}^N\boldsymbol{\theta}) < 0$ は拘束空間ということにする。式(5)、(6)の定義では、 $\boldsymbol{\theta}$ が制限空間に入らない限り V_r は役割を果たさない。 $\boldsymbol{\theta}$ が制限空間に入ると、制限ポテンシャルが高くなる。したがって、 $\boldsymbol{\theta}$ はポテンシャルが低くなる方向に動いて、拘束空間には入らないようになる。ポテンシャル関数法で安全係数 S_j は重要な概念である。実際の計算では、具体的な制限空間により安全係数 S_j を適切に選ぶ必要がある。

3. 平面形マニピュレータの動作計画

次に示すように定数と変数を定義する(図2参照)。

Constrained space

図1 制限空間と拘束空間

図2 定数と変数の定義

${}^iP_k(x_k, y_k)$: マニピュレータ i の関節 k の位置ベクトル

$i=1, 2, \dots, N$ はマニピュレータの番号を表す。

$k=1, 2, \dots, N_i+1$ はマニピュレータの関節の番号を表す。

$k=N_i+1$ の場合にはマニピュレータ i の手先の位置ベクトルを表す。

${}^iG(x_g, y_g)$: マニピュレータ i の手先の目標位置ベクトル

$i=1, 2, \dots, N$

iL_k : マニピュレータ i のリンク k の長さ

$i=1, 2, \dots, N; k=1, 2, \dots, N_i$

${}^i\theta_k$: マニピュレータ i の関節 k の回転角度

$i=1, 2, \dots, N; k=1, 2, \dots, N_i$ (左回りを正とする)

マニピュレータの関節 ${}^iP_{k+1}$ の座標 (x_{k+1}, y_{k+1}) は ${}^i\theta_k$ を用いて次のように表される。

$$\left. \begin{aligned} x_{k+1} &= x_1 + \sum_{n=1}^k {}^iL_n \cos \sum_{m=1}^n {}^i\theta_m \\ y_{k+1} &= y_1 + \sum_{n=1}^k {}^iL_n \sin \sum_{m=1}^n {}^i\theta_m \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (11)$$

$k=1, 2, \dots, N_i$

式(1)により目標ポテンシャル関数は次のようになる。

$$\begin{aligned} V_g &= \sum_{i=1}^N \| {}^iP_{N_i+1} - {}^iG \|^2 \\ &= \sum_{i=1}^N \left\{ \left(x_1 + \sum_{n=1}^{N_i} {}^iL_n \cos \sum_{m=1}^n {}^i\theta_m - x_g \right)^2 \right. \\ &\quad \left. + \left(y_1 + \sum_{n=1}^{N_i} {}^iL_n \sin \sum_{m=1}^n {}^i\theta_m - y_g \right)^2 \right\}^{1/2} \dots\dots\dots (12) \end{aligned}$$

制限ポテンシャル関数は問題によって異なるが、ここでは衝突回避ポテンシャル関数と関節可動範囲ポテンシャル関数の二つを考える。まず、衝突回避ポテンシャル関数を定義する。 i マニピュレータの k リンク (以下に k リンクという) について、 j マニピュレータ m リンク (以下に m リンクという) との衝突の場合を考える。

m リンクを通る直線の方程式は

$$\frac{(x - x_m)}{x_{m+1} - x_m} = \frac{(y - y_m)}{y_{m+1} - y_m} \dots\dots\dots (13)$$

である。ここで、

$$\left. \begin{aligned} {}^jA_m &= {}^jy_{m+1} - {}^jy_m \\ {}^jB_m &= {}^jx_m - {}^jx_{m+1} \\ {}^jC_m &= {}^jx_{m+1} {}^jy_m - {}^jx_m {}^jy_{m+1} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (14)$$

とすると直線の方程式は

$${}^jA_m x + {}^jB_m y + {}^jC_m = 0 \dots\dots\dots (15)$$

となる。 k リンクの ${}^iP_{k+1}$ 関節と m リンクの間の距離

は

$$d_{ijkm} = \frac{|{}^jA_m {}^i x_{k+1} + {}^jB_m {}^i y_{k+1} + {}^jC_m|}{\sqrt{{}^jA_m^2 + {}^jB_m^2}} \dots\dots\dots (16)$$

である。 k リンクの ${}^iP_{k+1}$ 関節から m リンクへ下ろした垂線の足 C の座標は

$$\left. \begin{aligned} x_{ckm} &= \frac{{}^jB_m^2 {}^i x_{k+1} - {}^jA_m {}^jB_m {}^i y_{k+1} - {}^jA_m {}^jC_m}{{}^jA_m^2 + {}^jB_m^2} \\ y_{ckm} &= \frac{{}^jA_m^2 {}^i y_{k+1} - {}^jA_m {}^jB_m {}^i x_{k+1} - {}^jB_m {}^jC_m}{{}^jA_m^2 + {}^jB_m^2} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (17)$$

である。 m リンクは安全係数 S_1 により延長され、両端 A, B の座標が

$$\left. \begin{aligned} x_a &= {}^j x_m + ({}^j x_m - {}^j x_{m+1}) S_1 \\ y_a &= {}^j y_m + ({}^j y_m - {}^j y_{m+1}) S_1 \\ x_b &= {}^j x_{m+1} + ({}^j x_{m+1} - {}^j x_m) S_1 \\ y_b &= {}^j y_{m+1} + ({}^j y_{m+1} - {}^j y_m) S_1 \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (18)$$

である(図3参照)。 x_a, x_b の大きいほうを $x_{\max}$, 小さいほうを $x_{\min}$ とし、 y_a, y_b の大きいほうを $y_{\max}$, 小さいほうを $y_{\min}$ として衝突回避ポテンシャル関数を次のように定義する(制限空間は図3に表される)。

$$\begin{aligned} V_{r1} &= \frac{1}{2} \sum_{i=1}^N \sum_{k=1}^{N_i} \sum_{j=1, j \neq i}^N \sum_{m=1}^{N_j} d_{ijkm} F_1({}^i\theta) \\ &\quad + \frac{1}{2} \sum_{i=1}^N \sum_{k=2}^{N_i} \sum_{m=1}^{k-1} d_{iikm} F_1({}^i\theta) \dots\dots\dots (19) \end{aligned}$$

$$F_1({}^i\theta) = \begin{cases} (d_{ijkm} - S_2)^2 & d_{ijkm} - S_2 < 0 \\ \text{かつ } x_{\min} < x_{ckm} < x_{\max} \\ \text{かつ } y_{\min} < y_{ckm} < y_{\max} \\ 0 & \text{それ以外} \end{cases} \dots\dots\dots (20)$$

図3 衝突回避のための制限空間

ここで S_2 も安全係数である。式(19)の第2項は i マニピュレータの k リンクについて、 i マニピュレータ m リンクとの衝突の場合を考える制限ポテンシャル関数である。この場合には、 $m > k-1$ なら、変数 ${}^i\theta_1, {}^i\theta_2, \dots, {}^i\theta_k$ が変化しても関節 ${}^iP_{k+1}$ の移動に伴って m リンクも同時に動き、関節 ${}^iP_{k+1}$ と m リンクの相対的な位置は変化しない。したがって、 $m > k-1$ の場合ポテンシャル関数は考えない。 k リンクの二つの関節が m リンクの制限空間に入らず、しかも m リンクの二つの関節が k リンクの制限空間に入らないなら、二つのリンクは衝突しないことになる。

次に関節可動範囲ポテンシャル関数を定義する。マニピュレータの関節の回転角は可動範囲に拘束される。図4のように、関節可動範囲が $\beta_1 \geq {}^i\theta_k \geq \beta_2$ とすると、安全係数 S_3 を用いて、制限空間の極限值 γ_1, γ_2 は次のように定義される ($\gamma_1 > \gamma_2$)。

$$\left. \begin{aligned} \gamma_1 &= \beta_1 - S_3 \\ \gamma_2 &= \beta_2 + S_3 \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (21)$$

したがって、関節可動範囲ポテンシャル関数を

$$V_{r2} = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^N \sum_{k=1}^{N_i} F_2({}^i\theta_k) \dots\dots\dots (22)$$

$$F_2({}^i\theta_k) = \begin{cases} ({}^i\theta_k - \gamma_2)^2 & \gamma_2 > {}^i\theta_k \text{ あるいは } {}^i\theta_k > \gamma_1 \\ & \text{かつ前の時刻における} \\ & {}^i\theta_k \text{ の運動方向: 減少} \\ ({}^i\theta_k - \gamma_1)^2 & \gamma_2 > {}^i\theta_k \text{ あるいは } {}^i\theta_k > \gamma_1 \\ & \text{かつ前の時刻における} \\ & {}^i\theta_k \text{ の運動方向: 増加} \\ 0 & \text{それ以外} \end{cases} \dots\dots\dots (23)$$

とする。

総ポテンシャル関数は

$$V = W_1 V_g + W_2 V_{r1} + W_3 V_{r2} \dots\dots\dots (24)$$

となる。ここで W_1, W_2, W_3 は非負の定数である。

$t \geq 0$ において、次の方程式は式(10)を満足する。

$$\left. \begin{aligned} {}^iC_l \frac{d{}^i\theta_l}{dt} &= -[W_1 v_g + W_2 v_{r1} + W_3 v_{r2}] \\ i &= 1, 2, \dots, N; \quad l = 1, 2, \dots, N_i \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (25)$$

図4 関節可動範囲の制限空間

ただし、

$$v_g = \frac{dV_g}{d{}^i\theta_l} = \sum_{m=l}^{N_i} {}^iL_m \left\{ ({}^iy_{N_{i+1}} - {}^iy_g) \cos \sum_{n=1}^m {}^i\theta_n - ({}^ix_{N_{i+1}} - {}^ix_g) \sin \sum_{n=1}^m {}^i\theta_n \right\} / \|{}^iP_{N_{i+1}} - {}^iG\| \dots\dots\dots (26)$$

$$v_{r1} = \sum_{k=l}^{N_i} \sum_{j=1}^N \sum_{m=1}^{N_j} {}^{ijk}f_1({}^i\theta_l) + \sum_{k=l}^{N_i} \sum_{m=1}^{k-1} {}^{ikm}f_1({}^i\theta_l) \dots\dots\dots (27)$$

$${}^{ijk}f_1({}^i\theta_l) = \frac{d{}^{ijk}F_1({}^i\theta)}{d{}^i\theta_l} = \begin{cases} \sum_{n=l}^k \frac{{}^iL_n(d{}^{ijk}F_1 - S_2)}{\sqrt{{}^jA_m^2 + {}^jB_m^2}} \left({}^jB_m \cos \sum_{h=1}^n {}^i\theta_h - {}^jA_m \sin \sum_{h=1}^n {}^i\theta_h \right) \\ d{}^{ijk}F_1 - S_2 < 0 \\ \text{かつ } x_{\min} < x_c < x_{\max} \\ \text{かつ } y_{\min} < y_c < y_{\max} \\ 0 & \text{それ以外} \end{cases} \dots\dots\dots (28)$$

$$v_{r2} = \frac{dV_{r2}}{d{}^i\theta_k} = \begin{cases} {}^i\theta_k - \gamma_2 & \gamma_2 > {}^i\theta_k \text{ あるいは } {}^i\theta_k > \gamma_1 \\ & \text{かつ前の時刻における} \\ & {}^i\theta_k \text{ の運動方向: 減少} \\ {}^i\theta_k - \gamma_1 & \gamma_2 > {}^i\theta_k \text{ あるいは } {}^i\theta_k > \gamma_1 \\ & \text{かつ前の時刻における} \\ & {}^i\theta_k \text{ の運動方向: 増加} \\ 0 & \text{それ以外} \end{cases} \dots\dots\dots (29)$$

4. シミュレーション例

3章で示した方法により、2台のマニピュレータと4台のマニピュレータの衝突回避動作計画のシミュレ

図5 一時的な目標位置

図 6 2台の場合のシミュレーション例

ーションを行った。ポテンシャル関数を用いる方法では停留の問題が存在することが指摘されている。本論文では Lee らの提案した一時的な目標位置 (Temporary Goal)⁽⁴⁾ を用いてそれを回避した。その方法は、目標位置への手先の経路上に障害物(他のマニピュレータを含む)がある場合、障害物の境界を一時的な目標位置とし(図 5)、目標ポテンシャル場を変えて停留点を回避する方法である。図 6 は 2 台のマニピュレータのシミュレーション例を、図 7 は 4 台のマニピュレータのシミュレーション例を表す(*は目標位置である)。それぞれ(a)は初期状態、(l)は最終状態を示している。

5. あとがき

ポテンシャル関数を利用してマニピュレータ動作を計画することは、関節自由度の多い場合には有効な方法である。本論文はこの方法に対して、安全係数や制限空間の概念を導入し、マニピュレータの作業空間にポテンシャル場を作っている。その重要な点は次のと

図 7 4台の場合のシミュレーション例

おりである。

(1) 安全係数を用いて制限空間を作る。安全係数と制限空間という概念により、制限ポテンシャル関数を定義した。

(2) 複数台からなる平面形マニピュレータの動作計画について、具体的にポテンシャル関数を与え、一つの動作計画法を提案した。

(3) シミュレーション実験において、4 台のマニピュレータが同時に作業を行うような複雑な問題に対しても、提案した方法は十分適用できることが確認された。

文 献

- (1) Suh, S. H. and Kim, M. S., *Robotica*, 10(1992), 173.
- (2) 奥富・森, 日本ロボット学会誌, 1-3(1983), 226.
- (3) Khatib, O. and LeMaitre, J. F., *3rd CISM-IFTOMM Symp. Theory and Practice of Robots and Manipulators*, (1978-9), 267.
- (4) Lee, J. and Bien, Z., *Robotica*, 8(1990), 185.