ダクト壁に設けた細いスリットによる
高次モード波を含む円形ダクト内音波の消音*貞本 晃^{*1}, 村上 芳則^{*1}, 枘田 茂樹^{*2}Attenuation of Sound Including Higher-Order Mode Waves in Circular Duct
Using a Narrow Slit on the Duct Wall

Akira SADAMOTO, Yoshinori MURAKAMI and Shigeki MASUDA

Sound attenuation in a circular duct through a slit on the duct wall was studied for the plane wave and the higher-order mode waves. The slit is the duct expansion with very short axial length. The transmission property through the slit was calculated numerically using a computer. The transmission coefficient through the slit was measured using the apparatus with the sound source that can generate the plane wave, the (1, 1) mode wave and the (2, 1) mode wave. Both the calculated and the measured sound attenuation by the slit occurred at a specific frequency. This frequency strongly depends on the slit depth. The prediction of this frequency by the calculation is approximately accurate. Because the slit width is very narrow, the slit is not likely to disturb fluid in a duct. Hence the slit is expected to be an effective sound attenuator for the noise in a duct with flow.

Key Words: Sound, Sound Field Control, Acoustic, Sound Attenuation, Duct, Slit, Higher-Order Mode Wave, Numerical Calculation, Measurement

1. ま え が き

近年の機械の大容量化に伴う小型化と高速化は、機械が発生する騒音の高周波数化をもたらしている。この結果、ダクト系を伴う機械においては、ダクト内を伝ばする騒音が高周波数化、高次モード波化する傾向にある。したがってダクト内を伝ばする音波に対して、高次モード波を含む高周波数での特性を考慮することの意義は高まっている。

ダクト内騒音を減少させる基本的な装置の一つに、音波の干渉を利用するリアクティブ形消音器がある。しかしこの消音器の特性は、一般に平面波理論の成立する低周波数範囲に対してのみ論じられている⁽¹⁾。

ここで、簡単な形状をもつ拡張室形消音器（単一膨張空洞形消音器）に、高周波数の平面波あるいは高次モード波が入射する場合を考えてみる。この場合、断面急変部での音波の反射・透過特性は、平面波理論が適用される場合と異なり複雑になる。また断面膨張部のダクト軸方向長さが短ければ、音波の反射・透過によって生じる非伝ば高次モード波が断面膨張部内で十

分減衰しないので、非伝ばモード波を無視することができない⁽²⁾。高周波数の平面波あるいは高次モード波が入射する場合に対する理論的解析は困難を伴うが、平面波理論では予測できない特性が明らかとなり、さらに平面波理論では成立しない形状のリアクティブ形消音器を考え得る可能性がある。

そこで筆者らは、高次モード波を含めて理論的検討を行ってみた。その結果、ダクト径や音波の波長に比べても十分に短いダクト軸方向長さをもつスリット状の断面膨張部によって音波の透過率が減少することがわかった。本論文ではこの透過率の減少を、高周波数の平面波および、高次モード波の(1,1)モード波と(2,1)モード波について、理論計算と実験の両面から示す。そして各モード波に対して、スリット状断面膨張部が、特定の周波数帯域の透過波の振幅を減少させることを明らかにする。

2. 理 論 計 算

本章では、断面急変部での音場の解法について記述した上で、断面膨張部での理論計算方法を示し、スリット状断面膨張部での計算結果を示す。

2・1 断面急変部での音場の理論式 剛壁面をもち円柱座標 (r, θ, z) で表わされる円筒内の音場が時間 t に

* 原稿受付 平成5年4月8日。

^{*1} 正員、筑波技術短期大学（〒305 つくば市天久保4-3）。^{*2} 住友電気工業（株）（〒664 伊丹市昆陽北1-1-1）。

ついて任意の角周波数 ω の正弦関数で示される場合、音圧 p は次のように表せる。

$$p = \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{m=m_0}^{\infty} P_{nm} J_n \left(\frac{\omega_{nm}}{c} r \right) \cos(n\theta + \beta_n) \cdot \exp \left[j\omega \left(t \pm \frac{z}{v_{nm}} \right) \right] \quad (1)$$

ここで、 m に関する級数の第1項を示す m_0 は、 $n=0$ のとき0、 $n \geq 1$ のとき1を表す記号、 J_n は n 次の第1種ベッセル関数、 c は自由音場での音速である。 n 、 m で表される級数の各項はおの音圧複素振幅 P_{nm} をもち、 z 方向に位相速度 v_{nm} で進行するモード波を表している。 n 、 m は周方向および径方向のモードの次数を示す整数値である。

(n, m) モード波の断面内音圧分布を簡単に図式化し、図1に示しておく。ここで、ダクト断面を表す円図の中の実線は外周を除き音圧0の位置を示し、+-の符号は各々の領域での位相関係を示す。各円図の下に示す曲線は、各円図の横方向の直径上での音圧分布の状態を表している。平面波は $(n, m) = (0, 0)$ のモード波として記述される。 $m=0$ となるのは平面波のみであり、高次モード波の径方向次数はすべて $m \geq 1$ となる。

ω_{nm} は円筒剛壁での境界条件より求められる固有値（しゃ断角周波数）であり、ダクトの内径を d 、 $J_n'(q) = 0$ の m 番目の根を q_{nm} とすると、

$$\omega_{nm} = 2q_{nm}c/d \quad (2)$$

で与えられる。 $\omega > \omega_{nm}$ のとき波動は伝ばモードとなり、 $\omega < \omega_{nm}$ のとき波動は非伝ばモード（減衰モード）となる。

図1 (n, m) モード波の円筒断面内音圧分布

円筒剛壁で囲まれ、軸方向に関して無限遠に延びているダクトにおいて、図2のような断面急変部を考える。内径 d_1 、 d_2 のダクトをおのダクト1、ダクト2とし、それらに固有な値をおのの上付き添字^[1]、^[2]を用いて示す。ダクトが同心であれば断面急変部で周方向次数 n は変化しない。したがって以下では、周方向次数を任意の1つの値に固定し、添字 n を省略する。また径方向次数 m については、理論上 m_0 から無限大まで考えなければならないが、数値計算上は次数の上限を定めることが必要である。本研究では、ダクト1、2での m の上限値 m_1 、 m_2 を

$$m_1/m_2 = d_1/d_2 \quad (3)$$

の条件に最も近い整数値として定めた⁽³⁾。なお以下では説明の都合上、径方向次数を表す記号をダクト1では m 、ダクト2では t とする。

断面急変部にダクト1から音波が入射する場合を考える。入射波の断面急変部上での音圧複素振幅を $P_m^{[in]}$ ($m = m_0, \dots, m_1$)とし、この入射波に対する反射波および透過波の断面急変部上での音圧複素振幅を $P_m^{[1]}$ ($m = m_0, \dots, m_1$)、 $P_t^{[2]}$ ($t = m_0, \dots, m_2$)とする。断面急変部での境界条件を用いて $P_m^{[in]}$ を既知数、 $P_m^{[1]}$ を未知数とする連立方程式を導くと、次のようになる⁽⁴⁾。

$$\sum_{m=m_0}^{m_1} A_{sm} P_m^{[1]} = \sum_{m=m_0}^{m_1} B_{sm} P_m^{[in]} \quad (s = m_0, \dots, m_1) \quad (4)$$

ここで

$$A_{sm} = \sum_{t=m_0}^{m_2} \frac{K_2(s, t) K_3(m, t)}{K_4(t)} \frac{v_t^{[2]}}{v_m^{[1]}} + \delta_{sm} K_1(s) \quad (5)$$

$$B_{sm} = \sum_{t=m_0}^{m_2} \frac{K_2(s, t) K_3(m, t)}{K_4(t)} \frac{v_t^{[2]}}{v_m^{[1]}} - \delta_{sm} K_1(s) \quad (6)$$

ただし、 δ はクロネッカのデルタであり、 $K_1 \sim K_4$ の値は、以下の式で与えられる。

図2 ダクトの断面膨脹部

$$K_1 = \begin{cases} 1 & : s=0 \text{ のとき} \\ \left(1 - \frac{n^2}{q_s^2}\right) J_n(q_s) & : s \geq 1 \text{ のとき} \end{cases} \quad \cdots (7)$$

$$K_2 = \begin{cases} K_1 & : \omega_s^{[1]} = \omega_t^{[2]} \text{ のとき} \\ \frac{2R_d q_t J_n'(R_d q_t)}{q_s^2 - R_d^2 q_t^2} & : \omega_s^{[1]} \neq \omega_t^{[2]} \text{ のとき} \end{cases} \quad \cdots (8)$$

$$K_3 = \begin{cases} \omega_m^{[1]} = \omega_t^{[2]} \text{ のとき} \\ \begin{cases} 1 & : m=0 \text{ のとき} \\ \left(1 - \frac{n^2}{q_m^2}\right) \left\{ J_n(q_m) \right\}^2 & : m \geq 1 \text{ のとき} \end{cases} \\ \omega_m^{[1]} \neq \omega_t^{[2]} \text{ のとき} \\ \frac{2R_d q_t J_n(q_m) J_n'(R_d q_t)}{q_m^2 - R_d^2 q_t^2} \end{cases} \quad \cdots (9)$$

$$K_4 = \begin{cases} \frac{1}{R_d^2} & : t=0 \text{ のとき} \\ \left(1 - \frac{n^2}{q_t^2}\right) \left\{ \frac{J_n(q_t)}{R_d} \right\}^2 & : t \geq 1 \text{ のとき} \end{cases} \quad \cdots (10)$$

式中の R_d はダクトの径比 ($=d_1/d_2$) である。式(4)を解けば $P_m^{[1]}$ が求まり、これを次式に代入すれば $P_t^{[2]}$ が得られる。

$$P_t^{[2]} = \frac{v_t^{[2]}}{K_4(t)} \sum_{m=m_0}^{m_1} \frac{K_3(m,t)}{v_m^{[1]}} (P_m^{[in]} - P_m^{[1]}) \quad (t=m_0, \dots, m_2) \quad \cdots (11)$$

断面急変部にダクト2から音波が入射する場合については、入射波を $P_t^{[in]}$ ($t=m_0, \dots, m_2$) とし、透過波および反射波を $P_m^{[1]}$, $P_t^{[2]}$ とすると、 $P_t^{[in]}$ を既知数、 $P_m^{[1]}$ を未知数とする次の連立方程式が得られる。

$$\sum_{m=m_0}^{m_1} A_{sm} P_m^{[1]} = 2 \sum_{t=m_0}^{m_2} K_2(s,t) P_t^{[in]} \quad (s=m_0, \dots, m_1) \quad \cdots (12)$$

ここでマトリクス A_{sm} の値は式(5)と同じであり、 $K_1 \sim K_4$ の値も式(7)～式(10)で与えられる。また $P_t^{[2]}$ は、式(12)の解 $P_m^{[1]}$ を次式に代入すれば得られる。

$$P_t^{[2]} = P_t^{[in]} - \frac{v_t^{[2]}}{K_4(t)} \sum_{m=m_0}^{m_1} \frac{K_3(m,t)}{v_m^{[1]}} P_m^{[1]} \quad (t=m_0, \dots, m_2) \quad \cdots (13)$$

なお文献(4)においては、式(12)に対応する式として反射波 $P_t^{[2]}$ を未知数とする連立方程式を示したが、本論文では透過波 $P_m^{[1]}$ を未知数とする連立方程式を導いた。ここで式を変更した理由は、計算に用いる式や記

号を式(4)と式(12)との間で共通化し、計算プログラムを簡潔にするためである。文献(4)での式による計算値と本論文の式(12), (13)による計算値とは、数値計算誤差を除いて一致する。式(12)の導出方法は文献(4)に示した方法と同様なので、ここでは省略する。

2・2 断面膨張部での計算方法 軸方向に関して無限遠に延びている直径 d_D のダクトにおいて図3のような直径 d_S の断面膨張部を考え、左側のダクトから断面膨張部に任意の周方向次数 n をもつモード波 $P_m^{[in]}$ ($m=m_0, \dots, m_1$) が入射するときの反射・透過波を、以下の繰り返し計算によって求める。

1) 断面1において $P_m^{[in]}$ に対する反射波 $P_m^{[A]}$ 、透過波 $P_t^{[B]}$ を式(4), (11)を用いて求める。

2) $P_t^{[B]}$ が断面膨張部を伝ばし断面2に入射するとし、反射波 $P_t^{[C]}$ 、透過波 $P_m^{[D]}$ を式(12), (13)を用いて求める。

3) $P_t^{[C]}$ が断面膨張部を伝ばし断面1に入射するとし、反射波 $P_t^{[E]}$ 、透過波 $P_m^{[F]}$ を式(12), (13)を用いて求める。 $P_m^{[A]} + P_m^{[F]}$ は断面膨張部からダクト1への反射波となる。

4) 1)で求めた $P_t^{[B]}$ と3)で求めた $P_t^{[E]}$ とを加えたものが断面膨張部を伝ばし断面2に入射するとし、反射波 $P_t^{[C]}$ 、透過波 $P_m^{[D]}$ を式(12), (13)を用いて求める。 $P_m^{[D]}$ は断面膨張部からダクト2への透過波となる。

5) 以下、4)で求めた $P_t^{[C]}$ を用いて3)の計算を行い $P_t^{[E]}$, $P_m^{[F]}$ を求め、この $P_t^{[E]}$ と1)で求めた $P_t^{[B]}$ を用いて4)の計算を行う手順で、計算を繰り返す。

6) 5)の計算を繰り返すごとに $P_m^{[A]} + P_m^{[F]}$ の値および $P_m^{[D]}$ の値を調べ、これらが一定値に収束したことを確認して計算を終了させる。

図3 断面膨張部での計算方法

なお上記の計算手順において、 $P_i^{[B]}$ 、 $P_i^{[C]}$ および $P_i^{[E]}$ を計算するごとにこれらに $\exp(-j\omega l/v_i)$ をかけた。 l は断面膨張部のダクト軸方向長さ、 v_i は断面膨張部での i 次モード波の軸方向位相速度である。 $\exp(-j\omega l/v_i)$ は、音波が伝ばモード(v_i が実数)のとき断面膨張部を伝ばすることによる音波の位相変化を表し、音波が非伝ばモード(v_i が虚数)のときは断面膨張部での音波の距離減衰を表す。

2・3 計算結果 前節に示した計算手順をC言語によってプログラミングし、ワークステーション(IBM パワーステーション220)を用いて数値計算した。連立方程式(4)、(12)は、元数を10($n=0$ のとき $m_1=9$ 、 $n \geq 1$ のとき $m_1=10$)とし、ガウスの消去法を用いて解いた。また計算誤差を少なくするために、反復改良法⁽⁵⁾を用い、残差が最小となるまでこれを繰り返した。

以下では、断面膨張部がスリット状の場合(以下スリットと記す)の、音波の反射・透過率計算結果を示す。計算結果例として、ダクト径 $d_D=41.3\text{mm}$ 、スリット幅 $l=1.0\text{mm}$ 、自由音場の音速を 343.7m/s (20°C のときの値)とし、平面波、(1,1)および(2,1)モード波についておのおの任意のスリット径 d_s を設定し計算した結果を図4に示す。図4より、平面波の場合、低周波数帯域では音波はほとんどスリットを透過するが、周波数がある程度高くなると透過率が減少し、特定の周波数において音波は全反射する。また高次モード波の場合、そのモードのダクト径でのしゃ断周波数で音波は全反射し、そこから周波数が高くなるにしたがって透過率はいったん増加するが再び減少し、特定の周波数において音波は全反射する。すなわち各モード波とも、そのモードが伝ばする周波数帯域において、スリットで全反射となる特定の周波数をもつ。

以上、スリットによって特定の周波数の音波が完全に消音されることが、計算結果として示された。

3. 実験

図4に示した透過率の減少が実際に生じることを、実験によって確認した。

3・1 実験方法 実験装置の概略を図5に示す。ダクトとして長さ 1500mm の40A配管用炭素鋼鋼管(内径実測値 $d_D=41.3\text{mm}$)を2本接合した。ダクトが無窮長である状態を実現するために、鋼管の両端にコーン形の吸音材をそう入した。

音源は、鋼管の1断面内に図6のように周方向 90° 間隔で取り付けたいヤーレシーバ(SONY MDR-E444)で構成し、単一周波数の音波を発生させる。各イヤレシーバに入力する信号の位相を調節することにより、平面波、(1,1)モード波、(2,1)モード波の出力が可能である⁽⁶⁾。

受音部は、鋼管の径方向に移動可能なマイクロホン(SONY ECM-155)である。鋼管内部は鋼管外部としゃ断されており、測定音場へのノイズの混入はきわめて少ない。しかし、わずかに混入するノイズやイヤレシーバの再生特性を考え、マイクロホンで受信した信号をアンプで増幅した後フーリエ解析器に入力し、音源出力周波数でのスペクトル値を測定値とした。

鋼管の接合部、すなわちスリットを構成する部分の形状を図7に示す。2本の鋼管におのおの固着したフランジと、その間にはさみ込むリングとのはめ合いにより、2本の鋼管の軸心を一致させる。また2つのフランジを外側からシャコ形万力で締めることにより、2本の鋼管を固定する。この場合2本の鋼管の互いの周方向の位置関係は自由であり、音源とマイクロホンとの周方向位置関係を自由に換えられるので、測定上都合がよい。リングは厚さ 8mm 、穴径 41.3mm (鋼管の内径に等しい)のものを2つ作製し、そのうちの1つの片

図4 スリットでの音波の反射・透過率計算結果

面に直径80.0mm、深さ1.0mmの凹部を設けた。この凹部に外径が80.0mmで任意の穴径 d_s をもつ厚さ1.0mmの円環板をそう入し、スリット径 d_s が可変となるようにした。

測定条件とする各モード波および各周波数に対し、まず円形凹部をもたないリングをはさみ込んだときの測定を行う。これはスリットがない場合、すなわち1

図5 実験装置

図6 音源を構成するイヤレシーバの取付状態

図7 実験装置のスリット構成部分

本の直管での測定値となる。次に凹部をもつリングおよび任意の穴径 d_s の円環板をはさみ込み測定を行う。後者を前者で割れば、音源からマイクロホンまでの距離に依存する減衰などの音波の変化が除去され、スリットでの透過率が得られる。なお実験室の温度を20℃に保った。

3・2 実験結果（理論計算結果との比較検討） まず平面波での測定結果およびそれに対応する計算結果を図8に示す。図8より、測定結果においても透過率は明らかに減少している。また同図は横軸を、音波の波数 k とスリット深さ $(d_s - d_0)/2$ をかけた無次元値で整理してあり、各スリット径での実験と計算のおおのの結果がほぼ重なることから、透過率が極小となる周波数とスリット深さとがほぼ反比例することがわかる。

ただし、透過率が極小となる周波数の測定結果は計算結果よりもやや低い値となり、また測定される透過率の極小値は、計算と違って0にはならない。この測定値と計算値との差異は、理論計算において、径方向次数が m_1 または m_2 より大きいモード波を無視したこと、空気や壁面での吸収による音の損失を考慮していないこと、非常に薄いスリット内の音場を、ダクト軸方向に伝ばする音波の重ね合わせとして扱ったこと、などに起因すると思われる。

しかしながら計算結果と測定結果とは強く相関しており、本研究の計算方法を用いて、透過率が極小となる周波数をほぼ正確に予測することが可能であるといえる。

図8 スリットでの平面波の透過率測定値と計算結果との比較

(a) (1,1)モード波の場合

(b) (2,1)モード波の場合

図9 スリットでの高次モード波の透過率測定値と計算結果との比較

次に(1,1)および(2,1)モード波について、スリットでの透過率測定結果と計算結果の比較を図9(a), (b)に示す。平面波と同様に、透過率が極小となる周波数とスリット深さとはほぼ反比例するが、ダクト径でのしゃ断周波数はスリット深さとは無関係であり、このしゃ断周波数付近での特性が一致しないので、図9では横軸を無次元化しなかった。

図9より高次モード波においても、透過率が特定の周波数で減少することが、測定結果からも示される。また測定結果のほうが計算結果よりも透過率が極小となる周波数がやや低く、測定される透過率の極小値が0にならないことも、平面波の場合と同様である。ただし図8と図9を比べると、高次モード波のほうが平面波よりも、測定される透過率の極小値がやや小さい。また横軸の表示方法が異なるため比較しづらいが、同一周波数で比べた場合には、平面波よりも高次モード波のほうが透過率が減少する帯域が広がっている。

4. あとがき

ダクト内を伝ばする高周波数の平面波および高次モード波の振幅を、ダクト内壁面に設けた細いスリット状の断面膨張部を用いて減少させることについて示した。

平面波、(1,1)モード波および(2,1)モード波に対し、任意のスリット径を設定すれば、特定の周波数において透過率が減少することが明らかとなった。この周波数はスリット深さにほぼ反比例する。測定結果より、透過率は0にはならないものの、減少することを確認した。また透過率が極小となる周波数を、理論計算によりほぼ正確に予測することができた。

本研究で示した音響フィルタとしてのスリットは、効果の現れる周波数帯域は狭いものの、流体抵抗が小さい形状をもつので、流れを伴ない、特定の高周波数騒音が伝ばするダクトの消音器として有効に適用できると思われる。また同径のスリットあるいは異径のスリットを並置することにより、消音効果を高めたり、消音する周波数帯域を広げることが可能と考えられる。

文 献

- (1) 例えば、白木, 騒音防止設計とシミュレーション, (1987), 202, 応用技術出版.
- (2) Bostrom, A. and Nilsson, B., J. Sound Vib., 87 (1983), 603.
- (3) Hudde, H. and Letens, U., J. Acous. Soc. Am., 78 (1985), 1826.
- (4) 貞本, 村上, 枡田, 日本音響学会誌, 49-4(1993), 235.
- (5) 戸川, BASICによる線形代数, (1985), 126, 共立出版.
- (6) 貞本, 村上, 枡田, 日本音響学会誌, 49-4(1993), 227.