大規模高周波振動応答問題のための部分構造合成法の開発と これに基づく減衰系の周波数応答解析*

依知川 哲治^{*1}, 萩原 一郎^{*1}

Frequency Response Analysis of Large-Scale Damped Structures using Component Mode Synthesis

Tetsuji ICHIKAWA and Ichiro HAGIWARA

A component mode synthesis method capable of estimating vibration responses efficiently in a high-frequency range is presented. In order to analyze the response in a high-frequency range, a high and low order truncatable mode superposition method is incorporated in the reduction process included in both the formulation of component mode synthesis and solving the superimposed global equation of motion. By truncating lower modes, it becomes possible to analyze a system with fewer degrees of freedom than the existing modal reduction methods. Frequency response analyses of several test problems of damped structures are performed and compared with the multipurpose versatile code, MSC/NASTRAN, to demonstrate the efficiency and versatility of the proposed method.

Key Words: Component Mode Synthesis Method, Mode Superposition Techniques, Structural Dynamics, Finite Element Method

1. はじめに

有限要素法による振動解析は、現在では設計検討において欠かすことのできない重要な道具であり、自動車分野においても車体、エンジンを始め、多くの部位に適用されている。しかし、スーパーコンピュータによる解析が日常的になった今日においてもなお、例えば、車体では、一次や二次の曲げや捩じり振動といった、せいぜい数十Hz程度の低周波領域の解析が中心であり、高くても100Hz以下にとどまっている。

自動車の振動・騒音現象は、現象、メカニズム毎にいろいろな名前が付けられているが、その周波数の範囲は数十から数千Hzの広い範囲に及んでおり、現在有限要素法で解析できるのはそのほんの一部にすぎないといえる。

従来以上の高い周波数、例えば、こもり音領域に対応する80から数百Hzといった周波数領域の解析を行おうとした場合、その大きな問題点は、これまで通常行われてきた振動解析よりも、格段に振動形状が複雑化するために、これに対応してはるかに細かい要素分割のモデルが必要になる事にあると言える。このため、車体のモデル化の困難さもさることながら、自由度数が大きすぎて、現在のスーパーコンピュータといえど

も係数行列が内部記憶にはとても入りきらない、という問題が生ずる。

大規模振動問題をより少ない自由度で解析するための手法として、部分構造合成法がある。部分構造合成法自体はHurty¹⁾やCraig-Bampton²⁾らの研究に始まる、古くからある方法であるが、構造物を一旦いくつもの部分構造に分け、自由度縮小した後に再びつなぐことにより、大規模問題をより少ない自由度で解析することが可能になる。個々の分系の係数行列はデータベース化して保存しておき、必要に応じて取り出すといったことをすれば、構造の一部変更に対して始めから解き直すことなく解析するといった事も可能であり、汎用コードNASTRANにおいてもスーパーエレメント法という名で採用されている。

これらの方法で自由度を縮小の基本的な考え方は、構造をいくつもの分系に分解した後、分系内部の物理自由度をモード座標に変換し、自由度縮小するという形を取る。解析対象周波数領域が低次の場合には、分系内部の多数の物理自由度をごく少数のモーダル自由度に置き換えることができるため、効率的に自由度の縮小ができる。その際、省略した高次モードについては、静的応答で近似する³⁾など何らかの形で補正して精度を確保している。しかし、モーダル自由度への変換の際基礎となるモード合成手法で、従来手法は、省略した高次モードの補正はできても、低次モードの省

* 原稿受付 平成5年6月8日。

^{*1} 正員、日産自動車(株)車両研究所 (〒237 横須賀市夏島町1)。

略はできない。このため、解析周波数が、より高次振動の領域に入った場合、対応してより高次のモードまで用いる必要があり、一方、低次モードの省略はできないために、自由度縮小の効果が大きく低下することとなる。

著者らは、これまで、高次と低次のモードの省略可能なモード合成法⁴⁻⁵⁾を開発し、高次モードに加えて低次モードの省略により、高周波領域でもより少ないモード数で解析可能になることを示してきた。これに基づき、部分構造合成法の定式を行い、前報⁶⁾では、非減衰系の時刻歴応答問題の解析を通してその効率を検討した。ここでは、減衰を含む系を対象として、より大次元の問題を対象として周波数応答解析を行うとともに、NASTRANのスーパーエレメント法⁷⁾とも比較することにより、その効率について検証した。

2. 部分構造合成の定式

部分構造合成の定式の詳細に関しては、非減衰系の時刻歴応答を対象として、前報⁶⁾で既に詳述しているところであり、重複する部分に関しては、その概要についてのみ簡単に記す。

減衰系の運動方程式は次のように書き表される。

$$[M]\{\ddot{u}\} + [C]\{\dot{u}\} + [K]\{u\} = \{f\} \quad (1)$$

ここで、図1のように、対象構造系がj個の分系から構成されているものとする、集中質量を仮定するならば、式(1)は次のような形で書き表すことができる。

$$\begin{bmatrix} M_{p1} & \cdots & 0 \\ \vdots & & \vdots \\ 0 & \cdots & M_b \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \ddot{u}_{p1} \\ \vdots \\ \ddot{u}_{pj} \\ \vdots \\ \ddot{u}_b \end{Bmatrix} + [C] \begin{Bmatrix} \dot{u}_{p1} \\ \vdots \\ \dot{u}_{pj} \\ \vdots \\ \dot{u}_b \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} K_{p11} & \cdots & 0 & K_{p1b} \\ \vdots & & \vdots & \vdots \\ 0 & \cdots & K_{pbj} & K_{pjb} \\ K_{pb1} & \cdots & K_{pbj} & K_b \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u_{p1} \\ \vdots \\ u_{pj} \\ \vdots \\ u_b \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ \vdots \\ 0 \\ \vdots \\ f_b \end{Bmatrix} \quad (2)$$

図1 部分構造への分解

ここに、剛性、質量行列K、Mの添字pjおよびbは、それぞれ、分系j、および分系間の境界部分に対応する事を示す。

式(2)より、高/低次モードの省略可能なモード合成法⁴⁻⁵⁾に基づく区分モード合成法⁶⁾を適用すると、自由度縮小のための次の変換行列を得ることができる。

$$\begin{Bmatrix} u_{p1} \\ \vdots \\ u_{pj} \\ u_b \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \phi_{p1} & \cdots & 0 & G_{p1} \\ \vdots & & \vdots & \vdots \\ 0 & \cdots & \phi_{pj} & G_{pj} \\ 0 & \cdots & 0 & I \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} q_{p1} \\ \vdots \\ q_{pj} \\ u_b \end{Bmatrix} = [T]\{\bar{u}\} \quad (3)$$

ここに、

$$[G_{pj}] = \left([K_{pjj}] - (\omega_c)^2 [M_{pjj}] \right)^{-1} \cdot \sum_{i=m}^n \frac{\{\phi_i^{pj}\} \{\phi_i^{pj}\}^T}{(\omega_i^{pj})^2 - (\omega_c)^2} \cdot [K_{pjb}] \quad (4)$$

$$[\phi_{pj}] = [\phi_m^{pj} \cdots \phi_n^{pj}] \quad (5)$$

$$\{q_{pj}\} = \{q_m^{pj} \cdots q_n^{pj}\}^T \quad (6)$$

ϕ_i 、 ω_i は各分系の区分モード、固有振動数、qはモード座標系での変位であり、 ω_c はモード合成法のパラメータである。式(3)の変換関係の導出にあたっては減衰の影響は小さいものとして無視した。

式(4)を用いて、式(1)は次のような縮小された方程式に変換できる。

$$[\bar{M}]\{\ddot{\bar{u}}\} + [\bar{C}]\{\dot{\bar{u}}\} + [\bar{K}]\{\bar{u}\} = \{\bar{f}\} \quad (7)$$

ここに、

$$[\bar{M}] = [T]^T [M] [T] \quad (8)$$

$$[\bar{C}] = [T]^T [C] [T] \quad (9)$$

$$[\bar{K}] = [T]^T [K] [T] \quad (10)$$

$$\{\bar{f}\} = [T]^T \{f\} \quad (11)$$

分系内部の自由度縮小により、式(7)は元の運動方程式(1)に比べて大幅に自由度の縮小された方程式となっているが、分系境界部分の物理自由度はまだそのまま残されているため、大規模解析ではなお相当な大次元の方程式となる。

ここでは、式(7)に対して再びモード合成法⁴⁻⁵⁾を適用した。即ち、式(7)はモード座標系に変換すると次の

ように表すことができる。

$$\ddot{q}_i + 2\xi_i \omega_i \dot{q}_i + \omega_i^2 q_i = \{\phi_i\}^T \{\bar{f}\} \quad (12)$$

ここに、 ω は固有振動数、 ξ はモード減衰率である。
式(12)のうち、 m から n 次までの方程式を解いて、モード座標系における変位 q を求めた後、 $\{u\}$ は次式により求められる。

$$\{\bar{u}\} = [\phi_r] \{q_r\} + [G_r] \{\bar{f}\} \quad (13)$$

ここに、

$$[\phi_r] = [\phi_m \cdots \phi_n] \quad (14)$$

$$\{q_r\} = \{q_m \cdots q_n\}^T \quad (15)$$

$$[G_r] = ([\bar{K}] + i\alpha_k[\bar{C}] - \omega_k^2[\bar{M}])^{-1} \cdot \sum_{i=m}^n \frac{\{\phi_i\}\{\phi_i\}^T}{\omega_i^2 + 2i\xi_i\omega_i\omega_k - \omega_k^2} \quad (16)$$

3. 数値解析例

3.1 簡易車室モデルの解析

部分構造合成法の効率を検証するため、図2に示す車室形状を簡易化したモデルで解析を行った。車室を構成する9枚の板をそれぞれ一つの分系とし、減衰はモード減衰として1%を与えた。比較のためにNASTRANのスーパーエレメント法⁷⁾による解析を行った。両手法とも高次モードは600Hzまでのモードを用いたが、これに加え、本手法では100Hz以下の低次モードを省略し、

表1 解析自由度数の比較

	Proposed Method	SuperElement (NASTRAN)
Frequency Range of the Used Eigenvectors (Hz)	100 - 600	0 - 600
Number of DOFs with respect to Modal Coordinates	Component 1	40
	Component 2	40
	Component 3	17
	Component 4	34
	Component 5	47
	Component 6	23
	Component 7	49
	Component 8	49
	Component 9	85
Number of DOFs on the Boundary of Components	1104	1104
Total	1488	1791
Number of Eigenvectors of Superposed Structure	354	704

(a) Finite Element Mesh

(b) Subdivision into Components

図2 解析モデルとその部分構造への分解

表2 計算時間の比較

CPU Time (sec)	Proposed Method	SuperElement (NASTRAN)
Generate Coefficient Matrices with respect to Physical Coordinate	13	8
Reduction of Degree of Freedom of all Structural Components using CMS	141	89
Eigenvalue Analysis of (Reduced) Structure	301	1044
Solving (Reduced) Equation and recovering data	34	52
Total	489	1193

図3 周波数応答の比較

パラメータ ω_c は 250 Hz として解析した。入力周波数は図 2(a) に示すように車室下端の一点より入力した。

いくつかの点における周波数応答の例を図 3(a)-(d) に示す。250 Hz を中心として 200-300 Hz の範囲では、本手法、NASTRAN(スーパーエレメント法)⁷⁾ 両手法の結果は各点ともほぼ一致していると言える。

表 1 に解析自由度数の比較を、表 2 に計算時間の比較をそれぞれ示す。本手法とスーパーエレメント法⁷⁾ とを比較すると、各部分構造内部の自由度縮小に要する計算時間に関しては、本手法の方がかかっている。こ

れは、各分系の自由度数がここで解析した程度では、解析に必要な固有値数が減少する効果よりも、自由度縮小のための変換行列作成の計算量が大い影響が出ているものと考えられる。しかし、低次モードの省略により、分系内部の自由度縮小後、これらを合成して得られる全体系の方程式は、表 1 に示すように本手法の方がずっと小さくなるため、その固有値計算に関する計算時間は本手法の方が小さくなる。その結果、この例題ではトータルの計算時間は本手法が半分以下となっている。

3.2 車体モデルの周波数応答解析

より詳細な解析例として、図4に示す、車体のトリムドボディを対象として解析を行った。図4のモデルで節点数が3,638節点、要素数は、シェル要素、ソリッド要素、バー要素、スカラーパネ要素、剛体要素、すべて合わせて5,391要素である。

このモデルでは、高周波域の解析を行なうには要素分割として粗すぎるが、ここでは、汎用的に解析できることを確認する目的で行った。

車体は、ルーフ、フロア、ダッシュ、左右のフェンダー、ドア等、合計18個の分系に分割し、50~70Hz付近の範囲の検討を行なうことを目的に、その固有モードとしては40から250Hzまでのモードを用いた。パラメータ ω_c は60Hzとした。振動入力は、前右のサスペンション取付け位置鉛直方向とした。

図4 トリムドボディの解析モデル

図5に計算して得られた、いくつかの周波数(55、60、65、70Hz)における車体表面のひずみ分布を示す。

(a) 55Hz

(b) 60Hz

(c) 65Hz

(d) 70Hz

図5 車体表面のひずみ分布の例

4. まとめ

高次と低次モードの省略可能なモード合成手法⁴⁻⁵⁾を基礎に部分構造合成法の開発を行った。前報⁶⁾では非減衰の時刻歴応答問題を対象として基礎的検討を行ったが、ここでは減衰を含む系に拡張するとともに大規模解析における自由度縮小効果をより高めるために、自由度縮小された分系の方程式を合成した全体系の方程式に対してもモード合成法⁴⁻⁵⁾を再び適用した。

減衰系の周波数応答問題の解析を通して検証を行ったが、その精度、計算効率に関して比較検討するために、部分構造合成法が取り入れられた代表的な汎用コードであるMSC/NASTRANのスーパーエレメント法⁷⁾による解析を併せて行った。その結果、本手法は、高周波域の解析では、分系の高/低次モードの省略により解くべき固有値問題の次元をより小さくできる効果に加え、全体系の方程式においても高/低次モードを省略することにより、より少ない自由度で解析可能になり、計算時間などを含めても、より効率的に解析できることを確認した。

さらに、車体モデルの解析を行い、剛体要素等を含む複雑なモデルに対しても汎用的に解析できる事を確認した。

文 献

- (1) Hurty, W. C., Dynamic Analysis of Structural System using Component Modes, AIAA J., 3-4 (1965), 678-685
- (2) Craig Jr, R. R. and Bampton, M. C. C., Coupling of Structures for Dynamic Analysis, AIAA J., 6-7 (1968), 1313-1319
- (3) Rubin, S., Improved Component-Mode Representation for Structural Dynamic Analysis, AIAA J., 13-8 (1975), 995-1006
- (4) 萩原・馬、高次と低次のモードの省略可能な新しいモード合成技術の開発(第1報:ダンピング系の周波数応答解析), 機論, 57-536, C(1991), 1148-1155
- (5) 依知川・萩原・馬、高次と低次のモードの省略可能な新しいモード合成技術の開発(第4報:時刻歴応答問題への適用), 機論, 58-545, C(1992), 92-98
- (6) 依知川・萩原・馬、高次と低次のモードの省略可能なモード合成法に基づく部分構造合成法の開発(第1報:振動時刻歴応答問題への適用), 機論, 58-555, C(1992), 3203-3207
- (7) MSC/NASTRAN User's Manual, August, (1991), MacNeel-Schwendler Corporation.