サイン形ニューラルネットワークを用いた
非線形システムの同定と制御*菅野直紀^{*1}, 河合素直^{*2}Identification and Optimal Control of Nonlinear Systems
using Sinusoid Neural Network

Naoki SUGANO and Sunao KAWAI

A neural network can be applied for identification and optimal control of nonlinear systems. However, much information is necessary for identification because of lack of the learning ability of the neural network with the sigmoid function as the output function of the neuron. In this paper, the neural network with the sinusoidal function as the output function of the neuron is proposed. This neural network approximates the nonlinear function well. Using this neural network, good results of identification of 1-degree-of-freedom Duffing-type system are obtained with less information, and optimal control of this system by means of dynamic vibration absorber is shown to be possible through computer simulation.

Key Words: Neural Network, Nonlinear Control, Dynamic Absorber, Nonlinear Vibration, Optimal Control

1. 緒 言

ニューラルネットワークは、その特徴として非線形性、学習能力、最適化能力をもつことから、非線形系の最適制御問題を解くための手法として注目されている。この手法では、まず制御する対象の動特性をニューラルネットワークを用いて同定する同定モードと、評価関数を最小にするようなニューラルネットワーク・コントローラを生成するシンセシスモードにより構成される。しかしながら従来の報告⁽¹⁾⁽²⁾では、ニューラルネットワークの非線形写像能力が十分でないことから、同定には多数の運動パターンを学習信号として入力しなければならず、かつ対象とするシステムの数式構造を既知情報としてあらかじめニューラルネットワークに組込まなければならないなどの問題があった。

そこで本報では、ニューロンの出力関数として、シグモイド関数よりも高い非線形写像能力をもつことが報告されている⁽³⁾サイン関数を用いることにより、制御対象のより少ない既知情報、運動パターンをもと

に非線形系の同定および最適制御を行うことを提案する。すなわち本報では、非線形系の一例として Duffing 形の 1 自由度振動系を取り上げ、図 1 に示すようにこの系の振動を能動形動吸振器により制御する場合の数値シミュレーションを行いその有効性を確認したので、その結果を報告する。

2. 記号について

α : 学習係数

図 1 能動形動吸振器による 1 自由度非線形振動系の制振制御

* 原稿受付 平成 5 年 5 月 6 日。

^{*1} 正員, 早稲田大学大学院 (〒169 東京都新宿区大久保 3-4-1)。

^{*2} 正員, 早稲田大学理工学部。

- i_2 : 1層2番めのニューロンの入力
 o_2 : 1層2番めのニューロンの出力
 ω_{ij}^2 : 1層3番めのニューロンと2層4番めのニューロンとの結合の重み
 t_e : 教師信号
 λ : 周波数
 S : 周波数行列
 Δ : 1回の学習での変更量

添字

- s : システム・ニューラルネットワーク
 c : ニューラルネットワーク・コントローラ
 i : 1層めのニューロンの番号
 j : 2層めのニューロンの番号
 k : 3層めのニューロンの番号
 n : 離散時間
 p : ベクトル量

3. ニューラルネットワークによる 非線形系の同定

3.1 システム・ニューラルネットワークの構成

線形系の運動を状態方程式により表現する場合に対応する形で、非線形系の運動をニューラルネットワークにより表現する手法を図2に示す。線形系の場合は、状態の時間微分が状態、制御入力、外乱の行列関係式を計算することにより得られるのに対し、この手法では、状態の時間微分は状態、制御入力、外乱を入力とするシステム・ニューラルネットワークの出力として与えられる。ニューラルネットワークの学習には、教師モデルの運動を時間方向で離散化し、状態、制御入力、外乱を入力とし、状態の時間微分を教師として用いる。

この手法の同定能力は、ニューラルネットワークの非線形写像能力によって決まる。そこで本報では、中

(a) 線形系の運動(状態方程式)

(b) 非線形系の運動(ニューラルネットワーク)

図2 ニューラルネットワークを用いた非線形系の運動の表現

間層のニューロンの出力関数として一般的に用いられているシグモイド関数に代わり、サイン関数を用いたニューラルネットワークを使用する。

ここで、同定する非線形振動系について以下の情報があらかじめわかっているものとする。

(a) 振動系の自由度は2である。

(b) メイン質量の復原力は非線形であり、メイン質量の変位の関数である。その他の系の内力は線形である。

この情報をもとにシステム・ニューラルネットワークを図3のように構成する。

このニューラルネットワークは3層であるが、入力層ユニットは直接出力層ユニットと結合するものと中間層ユニットを介して出力層ユニットと結合するものがある。中間層ユニットの入出力の関係は出力関数としてサイン関数を用いている。その他のユニットでは入力と出力とは等しい。この中間層ユニットを介することにより入出力の非線形関係を同定する。また入力層と出力層が直接結合している部分では入出力の線形関係を同定する。

$$d_{sj} = \lambda_{sj}(x_1 - \omega_{s5j}^2)^2 \quad \dots\dots\dots (1)$$

$$o_{sj}^2 = \sin(d_{sj}) \quad \dots\dots\dots (2)$$

$$o_{sk}^3 = \sum_{i=1}^4 i_{si}^1 \omega_{sik}^3 + \sum_{j=1}^{j_{\max}} o_{sj}^2 \omega_{sjk}^3 \quad \dots\dots\dots (3)$$

(a) から入力層ユニットは $\{\dot{x}_1, \dot{x}_2, x_1, x_2, u_c\}$ の5個、出力層ユニットは $\{\ddot{x}_1, \ddot{x}_2\}$ の2個とする。(b) から x_1 を入力とする入力層ユニットと中間層ユニットを結合することにより x_1 の関数である非線形復原力を同定する。その他の入力層ユニットは出力層ユニットと直接結合することにより入出力の関係を線形で同定する。

図3 システム・ニューラルネットワークの構成

バックプロパゲーション法による学習時の重み係数, 周波数の変更量を以下に示す.

$$\delta_k = o_{sk} - t_{esk} \dots\dots\dots (4)$$

$$\Delta \lambda_{sj} = -\alpha \left(x_1 - \omega_{s5j}^2 \right)^2 \cos(d_{sj}) \sum_{k=1}^2 \delta_k \omega_{s5jk}^2 \dots\dots (5)$$

$$\Delta \omega_{s5j}^2 = 2\alpha \lambda_{sj} \left(x_1 - \omega_{s5j}^2 \right) \cos(d_{sj}) \sum_{k=1}^2 \delta_k \omega_{s5jk}^2 \dots\dots\dots (6)$$

$$\Delta \omega_{s5jk}^2 = -\alpha \delta_k \sin(d_{sj}) \dots\dots\dots (7)$$

$$\Delta \omega_{s1k}^2 = -\alpha \delta_k t_{es1} \dots\dots\dots (8)$$

3・2 同定結果 教師モデルとする非線形振動系の物理定数は以下のようにした.

$$m_1 = 1[\text{kg}], C_1 = 0.05[\text{Ns/m}], m_2 = 0.1[\text{kg}],$$

$$C_2 = 0.001[\text{Ns/m}], k_2 = 0.06[\text{N/m}],$$

$$F_{k1} = k_1(x_1 + \beta x_1^3)[\text{N}], k_1 = 1[\text{N/m}], \beta = 200,$$

$$F_c = K_c u_c[\text{N}], K_c = 0.1$$

まず, メイン質量に $\dot{x}_1 = 0.05[\text{m/s}]$ の速度インパルスを与えた場合の $20[\text{s}]$ の制御対象の過渡応答をサンプル数 200 で離散化し, 各サンプルでの $\dot{x}_1, \ddot{x}_2, x_1, x_2$ を入力, $\dot{x}_1, \ddot{x}_2$ を教師として, システム・ニューラルネットワークの学習を行う. ここでは $\alpha = 0.1$, 中間層 10 ユニットで 1000 回の学習回数を行った. 次に, このニューラルネットワークを用いて同一のインパルス応答を計算し, 教師モデルとの比較を行った結果を図 4 に示す.

図 4 中には, 中間層ユニットの出力関数としてシグモイド関数を用いた結果とサイン関数を用いた結果を示している. シグモイド関数を用いた場合, 1 周期までは, ある程度教師モデルと一致しているものの, 教師モデルとの誤差がある程度大きくなると急速に発散している. これは学習信号以外の入力に対するニューラルネットワークの出力が, 教師モデルと大きく異なっていることに起因するものである. 一方, サイン関数

を用いた場合は教師モデルと良好に一致している. これによりサイン関数を中間層ニューロンの出力関数としたニューラルネットワークの有効性が示される.

次に, 制御入力として $u_c = 0.3 \sin(0.1t)$ を与えた場合についても学習を行う. このシステム・ニューラルネットワークを用いて未学習の制御入力 $u_c = 0.1 \sin(0.5t)$ を与えた場合の過渡応答を計算し, 教師モデルと比較した結果を図 5 に示す.

図より未学習の制御入力に対する計算結果は教師モデルとよく一致しており, このシステム・ニューラルネットワークは教師モデルの動特性を十分に獲得していることが示される.

4. ニューラルネットワークによる非線形系の最適制御

4・1 ニューラルネットワーク・コントローラの構成

3・2 節において振動系の運動を習得したシステム・ニューラルネットワークを用いて次式の積分形評価関数を最小化するニューラルネットワーク・コントローラの学習を行う.

$$J = \int_0^T (q_1 \dot{x}_1^2 + q_2 \dot{x}_2^2 + q_3 x_1^2 + q_4 x_2^2 + r_c u_c^2) dt \dots\dots\dots (9)$$

実際は差分計算を行うために, 式(9)を差分化した評価関数として式(10)を用いる.

$$J_N = \frac{1}{2} \sum_{n=1}^N (q_1 \dot{x}_1[n]^2 + q_2 \dot{x}_2[n]^2 + q_3 x_1[n]^2 + q_4 x_2[n]^2 + r_c u_c[n]^2) \dots\dots\dots (10)$$

ニューラルネットワーク・コントローラの構造を図 6 に示す.

コントローラの出力の計算法を以下に示す. S は 4 行 4 列, X_p, ω_p は 1 行 4 列の行列である.

$$X_p = (\dot{x}_1, \dot{x}_2, x_1, x_2) \dots\dots\dots (11)$$

図 4 中間層の出力関数としてシグモイド関数を用いた場合とサイン関数を用いた場合の比較

図 5 未学習の制御入力に対する計算結果と教師モデルとの比較

$$\omega_{pj} = (\omega_{c1j}^{12}, \omega_{c2j}^{12}, \omega_{c3j}^{12}, \omega_{c4j}^{12}) \dots (12)$$

$$d_{cj} = (X_p - \omega_{pj}) S_j (X_p - \omega_{pj})^T \dots (13)$$

$$o_{cj}^2 = \sin(d_{cj}) \dots (14)$$

$$u_c = \sum_{j=1}^{j_{\max}} o_{cj}^2 \omega_{cj1}^{23} \dots (15)$$

バックプロパゲーション法による各重み係数、周数行列の変更は次式により行うものとする。

$$\begin{aligned} \Delta \omega_{pj} &= -\alpha \sum_{n=1}^N \frac{\partial J_N}{\partial u_c[n]} \frac{\partial u_c[n]}{\partial \omega_{pj}} \\ &= \alpha \sum_{n=1}^N \frac{\partial J_N}{\partial u_c[n]} \omega_{cj1}^{23} \cos(d_{cj}[n]) \\ &\quad \times (X_p[n] - \omega_{pj})(S_j + S_j^T) \dots (16) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \Delta \omega_{cj1}^{23} &= -\alpha \sum_{n=1}^N \frac{\partial J_N}{\partial u_c[n]} \frac{\partial u_c[n]}{\partial \omega_{cj1}^{23}} \\ &= -\alpha \sum_{n=1}^N \frac{\partial J_N}{\partial u_c[n]} o_{cj}^2[n] \dots (17) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \Delta s_j &= -\alpha \sum_{n=1}^N \frac{\partial J_N}{\partial u_c[n]} \frac{\partial u_c[n]}{\partial s_j} \\ &= -\alpha \sum_{n=1}^N \frac{\partial J_N}{\partial u_c[n]} \omega_{cj1}^{23} \cos(d_{cj}[n]) \\ &\quad \times (X_p[n] - \omega_{pj})^T (X_p[n] - \omega_{pj}) \dots (18) \end{aligned}$$

図 6 ニューラルネットワーク・コントローラの構造

図 7 ニューラルネットワーク・コントローラの最適化学習アルゴリズム

$$\begin{aligned} J_N[n] &= \frac{1}{2} \sum_{m=n}^N (q_1 \dot{x}_1[m]^2 + q_2 \dot{x}_2[m]^2 + q_3 x_1[m]^2 \\ &\quad + q_4 x_2[m]^2 + r_c u_c[m]^2) \dots (19) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial J_N}{\partial u_c[n]} &= r_c u_c[n] \\ &\quad + \left(q_1 \dot{x}_1[n+1] + \frac{\partial J_N[n+1]}{\partial \dot{x}_1[n+1]} \right) \frac{\partial \dot{x}_1[n+1]}{\partial u_c[n]} \\ &\quad + \left(q_2 \dot{x}_2[n+1] + \frac{\partial J_N[n+1]}{\partial \dot{x}_2[n+1]} \right) \frac{\partial \dot{x}_2[n+1]}{\partial u_c[n]} \dots (20) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial J_N[n]}{\partial \dot{x}_1[n]} &= \left(q_1 \dot{x}_1[n+1] + \frac{\partial J_N[n+1]}{\partial \dot{x}_1[n+1]} \right) \frac{\partial \dot{x}_1[n+1]}{\partial \dot{x}_1[n]} \\ &\quad + \left(q_2 \dot{x}_2[n+1] + \frac{\partial J_N[n+1]}{\partial \dot{x}_2[n+1]} \right) \frac{\partial \dot{x}_2[n+1]}{\partial \dot{x}_1[n]} \\ &\quad + \left(q_3 x_1[n+1] + \frac{\partial J_N[n+1]}{\partial x_1[n+1]} \right) \frac{\partial x_1[n+1]}{\partial \dot{x}_1[n]} \dots (21) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial J_N[n]}{\partial \dot{x}_2[n]} &= \left(q_1 \dot{x}_1[n+1] + \frac{\partial J_N[n+1]}{\partial \dot{x}_1[n+1]} \right) \frac{\partial \dot{x}_1[n+1]}{\partial \dot{x}_2[n]} \\ &\quad + \left(q_2 \dot{x}_2[n+1] + \frac{\partial J_N[n+1]}{\partial \dot{x}_2[n+1]} \right) \frac{\partial \dot{x}_2[n+1]}{\partial \dot{x}_2[n]} \\ &\quad + \left(q_4 x_2[n+1] + \frac{\partial J_N[n+1]}{\partial x_2[n+1]} \right) \frac{\partial x_2[n+1]}{\partial \dot{x}_2[n]} \dots (22) \end{aligned}$$

$$\frac{\partial J_N[n]}{\partial x_1[n]} = \left(q_1 \dot{x}_1[n+1] + \frac{\partial J_N[n+1]}{\partial \dot{x}_1[n+1]} \right) \frac{\partial \dot{x}_1[n+1]}{\partial x_1[n]}$$

図 8 メイン質量に $\dot{x}_1 = 0.05[\text{m/s}]$ の速度インパルスを与えたときの制振効果

図 9 正弦波状外乱に対する制振効果

$$\begin{aligned}
 & + \left(q_2 \dot{x}_2[n+1] + \frac{\partial J_N[n+1]}{\partial \dot{x}_2[n+1]} \right) \frac{\partial \dot{x}_2[n+1]}{\partial x_1[n]} \\
 & + \left(q_3 x_1[n+1] + \frac{\partial J_N[n+1]}{\partial x_1[n+1]} \right) \frac{\partial x_1[n+1]}{\partial x_1[n]} \\
 & \dots\dots\dots (23)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & \frac{\partial J_N[n]}{\partial x_2[n]} \\
 & = \left(q_1 \dot{x}_1[n+1] + \frac{\partial J_N[n+1]}{\partial \dot{x}_1[n+1]} \right) \frac{\partial \dot{x}_1[n+1]}{\partial x_2[n]} \\
 & + \left(q_2 \dot{x}_2[n+1] + \frac{\partial J_N[n+1]}{\partial \dot{x}_2[n+1]} \right) \frac{\partial \dot{x}_2[n+1]}{\partial x_2[n]} \\
 & + \left(q_4 x_2[n+1] + \frac{\partial J_N[n+1]}{\partial x_2[n+1]} \right) \frac{\partial x_2[n+1]}{\partial x_2[n]} \\
 & \dots\dots\dots (24)
 \end{aligned}$$

各変更量 $\Delta\omega_{pj}$, $\Delta\omega_{cj}^{23}$, Δs_j は、式(16)～(18)に示すように、 $\partial J_N/\partial u_c[n]$ より得られる。 $\partial J_N/\partial u_c[n]$ は、 $m=N$ から $m=n+1$ まで逆時間方向に $\partial J_N[n]/\partial \dot{x}_1[n]$, $\partial J_N[n]/\partial \dot{x}_2[n]$, $\partial J_N[n]/\partial x_1[n]$, $\partial J_N[n]/\partial x_2[n]$ を式(21)～(24)より計算した後に、式(20)より得られる。

4・2 制御結果 メイン質量に $\dot{x}_1=0.05[\text{m/s}]$ の速度インパルスを与えた場合について、式(10)の評価関数($q_1=q_2=q_4=0$, $q_3=1.0$, $r_c=10^{-2}$, 積分時間 $20[\text{s}]$, 時間分割数 1000)の最小化学習を行う。学習回数は $\alpha=0.005$ で 300 回行った。

以上の学習を行ったニューラルネットワーク・コントローラによる速度インパルスの制振効果について図8に $\dot{x}_1=0.05[\text{m/s}]$ の場合を示す。

このように振幅により固有振動数が変化するような振動系についてもニューラルネットワーク・コントローラ

ラを適用することにより良好な制振を行うことができることが示された。

さらに系の固有振動数付近の正弦波状外乱として、 $F_0=0.01 \sin(1.1t)$ を与えたときの制振効果を図9に示す。図より正弦波状外乱に対してもこのコントローラにより系の共振を抑制し得ることが示される。

5. 結 論

本研究では、中間層ニューロンの出力関数としてサイン関数を用いたニューラルネットワークを用いることを提案し、その一例としてDuffing形の非線形1自由度振動系を能動型動吸振器により制振制御する場合について数値シミュレーションによる検討を行った。そのために、まず系の動特性をシステム・ニューラルネットワークにより学習し、これを用いて積分形評価関数を最小化するニューラルネットワークコントローラの学習を行った。得られた結論を要約すると次のようになる。

(1) 系の動特性の同定では、中間層ニューロンの出力関数として一般的に用いられているシグモイド関数を用いた場合とサイン関数を用いた場合について、同定結果の比較を行った。この結果、サイン関数を用いた場合は未学習の制御入力に対しての過渡応答の計算結果についても教師モデルとほぼ一致しており、シグモイド関数を用いた場合に比べて優れた同定性能を有していることを示すことができた。

(2) 以上の学習を行ったシステム・ニューラルネットワークを用いて積分形評価関数を最小化するニューラルネットワーク・コントローラの学習を行った。このコントローラを用いて速度インパルス、および正弦波状外乱に対して、ここで提案する方法によって良好な制御を行うことが可能であることを示すことができた。

以上より、中間層ニューロンの出力関数としてサイン関数を用いることの有効性に対する見通しを得ることができたと考える。

文 献

- (1) 長門・吉田, 機論, 58-545, C (1992), 171.
- (2) 長門・吉田, 機論, 58-550, C (1992), 1755.
- (3) 小林・ほか3名, 信学技報, NC 92-87 (1992), 55.
- (4) 麻生, ニューラルネットワーク情報処理, (1989), 50, 産業図書.