三次元空間内での最適指先力の決定法*

舟橋 康行^{*1}, 塩谷 利弘^{*1}, 山田 貴孝^{*3}

Algorithm for Optimal Fingertip Force in Three-Dimensional Space

Yasuyuki FUNAHASHI, Toshihiro ENYA and Takayoshi YAMADA

In the previous report, we investigated the optimal fingertip force for 3-fingered robot hands in two-dimensional space. Generally robots manipulate objects in three-dimensional space. In this report, we consider three-dimensional space manipulation. As with the two-dimensional case, the problem is reduced to a linear programming problem, where the optimal solution is obtained via three-stage optimization solvable by the simplex method. However, in this paper a new criterion is introduced, which leads to a more desirable solution.

Key Words: Robotics, Mechanics, Computer Control, Frictional Condition, Linear Programming, Simplex Method, Frictional Cone, Manipulating Force

1. 緒 言

生産システムの自動化が進むにつれ、ロボットへの依存度が高くなってきている。その結果、ロボットに対して高度な作業が要求され、従来の平行グリップをもつロボットハンドでは対応できなくなってきた。このため任意の操りが実現可能な、関節形の手指ハンドが研究・開発されている⁽¹⁾⁻⁽¹¹⁾。なお、“操り”とは対象物を自由に制御することである⁽⁸⁾。

多指ハンドによる操り作業では、望みの操りを実現するため操り力を適切に決定しなければならない。著者ら⁽¹¹⁾は、把握平面内での二次元的な操りを取り上げ、与えられた力の制約の中で最適な操り力を求める方法を提案した。最適な操り力として、指先が滑りにくい力でしかも接触点での物体表面の内向き法線方向により近くかつ力の大きさが小さいものとした。その目的に近い手法として Kerr と Roth 氏⁽⁶⁾のものを適用し問題を線形計画問題として定式化した。しかし同氏の方法のみでは必ずしも直感に合う解が得られない

ことを示し、その観察により三つの評価関数を順次最適化することで最適な操り力を求めるアルゴリズムを提案した。

ロボットによる作業は三次元空間内での操りであり、その操り力を求める必要がある。そこで本稿では、指先力決定問題を一般的な三次元空間に拡張した場合について考察する。摩擦円すいを正多角すいで近似することで、線形計画問題に帰着させることができる。その結果、二次元の場合と同様、三つの評価関数を順次最適化することで最適な操り力が求まることを示す。その際、三番めの評価関数には新たな関数を採用した。これにより、二次元空間での操り問題に対しても文献(11)の場合と比較して、より直感に合う解が得られることを数値例で示す。また三次元空間内で最適な操り力が得られることも数値例により示す。

2. 操 り

2・1 三次元問題 三次元空間内での多指ハンドによる操り問題を考察する。議論の簡単化のため以下の仮定をおく。

- (1) 各指先は対象物と摩擦のある点接触を行う。
- (2) 指先が滑らない限り接触点の位置は移動しない。

* 原稿受付 平成5年4月12日。

^{*1} 正員, 名古屋工業大学 (〒466 名古屋市昭和区御器所町)。^{*2} 名古屋工業大学大学院 [現: 三菱電機 (株)]。^{*3} 学生員, 名古屋工業大学大学院。

(3) 各接触点は一直線上に並ばない。

(4) 各指先は任意の方向の力を加えることができる。

仮定(1)は、各指は力だけを加え、モーメントを加えることができないことを意味している。仮定(2)は、指先の広がりを見捨てることを示している。仮定(3)と仮定(4)は、対象物を任意に操るための必要条件である。

図1に示すように、 n 本指ハンドで対象物を操ることを考える。仮定(1)より、任意の操りを実現するための指の最小数は3であるため、 n は3以上である。第 i 指の接触点の位置ベクトルを r_i 、指先から対象物に加える指先力を f_i 、合力、合モーメントをそれぞれ f_e 、 m_e とする。指先の力 $f=[f_1^T \dots f_n^T]^T$ と対象物に発生する一般化力 $F_e=[f_e^T \ m_e^T]^T$ は次式で表される⁽⁹⁾。

$$Wf = F_e \quad (1)$$

ただし

$$W = \begin{bmatrix} I_3 & \dots & I_3 \\ R_1 & \dots & R_n \end{bmatrix} \in R^{6 \times 3n}$$

$$R_i = \begin{bmatrix} 0 & -r_{iz} & r_{iy} \\ r_{iz} & 0 & -r_{ix} \\ -r_{iy} & r_{ix} & 0 \end{bmatrix} \in R^{3 \times 3}$$

$$r_i = [r_{ix} \ r_{iy} \ r_{iz}]^T \in R^3 \quad i=1, \dots, n$$

指先力が滑らないためには、各接触点で摩擦条件を満たさなければならない。二次元問題では把握平面上で摩擦すい端のベクトルを定義することにより、摩擦条件を線形条件として得ることができた⁽¹¹⁾。しかし三次元操りの場合、摩擦条件の領域は図2に示すように円すいであり、非線形条件となる⁽⁹⁾。そこで二次元問題の場合と同様、線形計画問題に帰着させるため円すいを正多角すいで近似する。図3に示すように、正 m 角すいのエッジベクトルを e_{ij} とする。すなわち、

図1 対象物と接触点

$$e_{ij} = n_i + \mu_i (\cos \alpha_j t_{ix} + \sin \alpha_j t_{iy}) \quad (2)$$

$$\alpha_j = 2\pi(j-1)/m \quad i=1, \dots, n, \quad j=1, \dots, m$$

である。 n_i 、 μ_i はそれぞれ第 i 接触点における対象物表面の内向き単位法線ベクトルおよび静止摩擦係数である。 t_{ix} 、 t_{iy} は n_i に直交する平面上の単位直交ベクトルであり、 t_{ix} 、 t_{iy} 、 n_i で右手系をなす。このとき第 i 指の指先力 f_i は

$$f_i = \sum_{j=1}^m x_{ij} e_{ij} \quad i=1, \dots, n \quad (3)$$

で表される。 $x_{ij} \geq 0$ により摩擦条件が満足される。したがって力の釣り合い条件と摩擦条件を満たす操り力は次式を満たすものである⁽⁶⁾。

$$WA_o x_o = F_e, \quad x_o \geq 0 \quad (4)$$

$$A_o = \begin{bmatrix} e_{11} \dots e_{1m} & & & \\ & \ddots & & \\ & & 0 & \\ & & & \ddots \\ & 0 & & & e_{n1} \dots e_{nm} \end{bmatrix} \in R^{3n \times nm}$$

$$x_o = [x_{11} \dots x_{1m} \dots x_{n1} \dots x_{nm}]^T \in R^{nm}$$

式(4)を満たす x_o により操り力が求められるが、この x_o は一意には決まらない。したがって文献(11)と同様、三つの評価関数を順次最適化して操り力を決定する。

2.2 評価関数 指先力方向が法線方向に近いほど指先は滑りにくい。したがって法線方向に近い操り力を求めるため、指先力から摩擦すい端までの距離を

図2 摩擦円すい

図3 エッジベクトル

図4 評価関数 J_1

図5 評価関数 J_2

考えその距離を最大にすることが考えられる⁽⁶⁾。図4に示すように正 m 角すいのエッジベクトル e_{ij} を含み摩擦円すいに接する平面 T_{ij} から指先力 f_i までの距離を d_{ij} とし、評価関数 J_1 を以下のように定める。

$$J_1 = d = \min_{i=1, \dots, n} \{d_{i1}, \dots, d_{im}\} \dots\dots\dots (5)$$

ただし

$$\begin{bmatrix} d_{i1} \\ \vdots \\ d_{im} \end{bmatrix} = D_i \begin{bmatrix} x_{i1} \\ \vdots \\ x_{im} \end{bmatrix} \dots\dots\dots (6)$$

であり、マトリックス $D_i \in R^{m \times m}$ の (j, k) 要素 d_{ijk} は

$$d_{ijk} = \{1 - \cos(\alpha_j - \alpha_k)\} \sin \beta_i, \quad \beta_i = \tan^{-1} \mu_i$$

である(計算方法は付録1参照)。スラック変数 $t_{i1}, \dots, t_{im}$ を導入すれば、式(5)、(6)より次式を得る。

$$\begin{bmatrix} t_{i1} \\ \vdots \\ t_{im} \end{bmatrix} = D_i \begin{bmatrix} x_{i1} \\ \vdots \\ x_{im} \end{bmatrix} - d \begin{bmatrix} 1 \\ \vdots \\ 1 \end{bmatrix} \geq 0, \quad d \geq 0, \quad i=1, \dots, n \dots\dots\dots (7)$$

また各指先力の大きさには制約がある。それを $f_{i \max}$ とし、指先力の法線成分の制約式にスラック変数 s_i を導入して以下のように表す。

$$s_i = f_{i \max} - \sum_{j=1}^m x_{ij} \geq 0, \quad i=1, \dots, n \dots\dots\dots (8)$$

式(4)、(7)、(8)の条件式および式(5)の評価関数より次の線形計画問題に帰着される。

$$\left. \begin{array}{l} \max \quad J_1 = d = c^T x \\ \text{subj. to} \quad Ax = b, \quad x \geq 0 \end{array} \right\} \dots\dots\dots (9)$$

ただし

$$c = [0_{1 \times (nm+n)} \quad 1 \quad 0_{1 \times nm}]^T \in R^{2nm+n+1}$$

$$x = [x_0^T \quad s_1 \dots s_n \quad d \quad t_{11} \dots t_{1m} \dots t_{n1} \dots t_{nm}]^T$$

$$\in R^{2nm+n+1}$$

$$A = \begin{bmatrix} WA_0 & 0 & 0 \\ 1 \dots 1 & & \\ & 0 & \\ & \ddots & \\ 0 & & I_n & 0 \\ & 1 \dots 1 & & \\ D_1 & & & -1 \\ & 0 & & \\ & \ddots & 0 & \vdots & -I_{nm} \\ 0 & & & \\ & D_n & & -1 \end{bmatrix}$$

$$\in R^{(nm+n+6) \times (2nm+n+1)}$$

$$b = [F_e^T \quad f_{1 \max} \dots f_{n \max} \quad 0 \dots 0]^T \in R^{nm+n+6}$$

J_1 を最大にする解が多数存在する場合には、より法線方向に近い操り力を求めるため指先力から法線方向

への距離を考えその距離を最小化する。すなわち図5に示すように、指先力 f_i の t_{ix} 成分の正の方向、負の方向から法線方向に垂直に下ろした距離をそれぞれ h_{i1}, h_{i3}, t_{iy} 成分についても同様に h_{i2}, h_{i4} として評価関数 J_2 を以下のように定める。

$$J_2 = h = \max_{i=1, \dots, n} \{h_{i1}, \dots, h_{i4}\} \dots\dots\dots (10)$$

ただし

$$\begin{bmatrix} h_{i1} \\ \vdots \\ h_{i4} \end{bmatrix} = H_i \begin{bmatrix} x_{i1} \\ \vdots \\ x_{im} \end{bmatrix} \dots\dots\dots (11)$$

$$H_i = \mu_i \begin{bmatrix} \cos \alpha_1 & \dots & \cos \alpha_m \\ \sin \alpha_1 & \dots & \sin \alpha_m \\ -\cos \alpha_1 & \dots & -\cos \alpha_m \\ -\sin \alpha_1 & \dots & -\sin \alpha_m \end{bmatrix} \in R^{4 \times m}$$

である。スラック変数 $p_{i1}, \dots, p_{i4}$ を導入し、式(10)、(11)より次式を得る。

$$\begin{bmatrix} p_{i1} \\ \vdots \\ p_{i4} \end{bmatrix} = h \begin{bmatrix} 1 \\ \vdots \\ 1 \end{bmatrix} - H_i \begin{bmatrix} x_{i1} \\ \vdots \\ x_{im} \end{bmatrix} \geq 0, \quad h \geq 0, \quad i=1, \dots, n \dots\dots\dots (12)$$

式(4)、(8)、(12)の条件式および式(10)の評価関数より式(9)と同様な線形計画問題に帰着される。したがってシンプレックス法により評価関数 J_1, J_2 を順次最適化し、法線方向に近い操り力を得ることができる⁽¹¹⁾。

2.3 三番めの評価関数

J_2 の最適解が一意ではない場合には、さらにその中から望ましい操り力を選り出すことができる。法線方向に近い指先力を求めることだけを目的とするならば法線方向に非常に大きな力を作用すればよい。しかし、これは工学的に意味のない力である。したがってより小さな指先力を求めるための評価関数を定める必要がある。評価関数として指先力のユークリッドノルムをとると x_{ij} について非線形になるが、法線成分をとれば線形になる。この法線成分は指先が対象物を押えつける力であるため小さいほうが望ましい。そこで文献(11)では、指先力の法線成分の和を評価関数とし、その最小化により指先力を求めた。しかし個々の指について考慮していないため、制約に近い力を発生する場合が生じる。このようなことを避け、しかもより直感に合う指先力を得るため評価関数 J_3 を以下のように定める。

各指について指先力の法線方向成分を考え、評価関数 J_3 を

$$J_3 = f = \max_{i=1, \dots, n} \left\{ \sum_{j=1}^m x_{ij} \right\} \dots\dots\dots (13)$$

とする。スラック変数 q_i を導入して

$$q_i = f - \sum_{j=1}^m x_{ij} \geq 0, \quad f \geq 0, \quad i=1, \dots, n \quad \dots (14)$$

を得る。したがって、式(4), (8), (12), (14)の条件式および式(10), (13)の評価関数をまとめれば線形計画問題が得られる。

$$\begin{aligned} \min \quad & J_2 = h = c_2^T x^* \\ \text{subj. to} \quad & A^* x^* = b^*, \quad x^* \geq 0 \end{aligned} \quad \dots (15)$$

$$\begin{aligned} \min \quad & J_3 = f = c_3^T x^* \\ \text{subj. to} \quad & A^* x^* = b^*, \quad x^* \geq 0 \end{aligned} \quad \dots (16)$$

ただし、

$$c_2 = [O_{1 \times (nm+n)} \quad 1 \quad O_{1 \times (5n+1)}]^T \in R^{nm+6n+2}$$

$$c_3 = [O_{1 \times (nm+5n+1)} \quad 1 \quad O_{1 \times n}]^T \in R^{nm+6n+2}$$

$$x^* = [x_o^T \quad s_1 \dots s_n \quad h \quad p_{11} \dots p_{14} \dots p_{n1} \dots p_{n4} \quad f \quad q_1 \dots q_n]^T \in R^{nm+6n+2}$$

$$A^* = \begin{bmatrix} \begin{array}{c|c|c} WA_o & & O \\ \hline 1 \dots 1 & & \\ & O & \\ & \ddots & I_n \\ & O & \\ & 1 \dots 1 & \\ \hline H_1 & & -1 \\ & O & \\ & \ddots & \vdots \\ & O & I_{4n} \\ & H_n & -1 \\ \hline 1 \dots 1 & & 1 \\ & O & \\ & \ddots & O \\ & O & O \\ & 1 \dots 1 & \vdots \\ & & -I_n \\ & & 1 \end{array} \end{bmatrix}$$

$$\in R^{(6n+6) \times (nm+6n+2)}$$

$$b^* = [F_e^T \quad f_{1\max} \dots f_{n\max} \quad 0 \dots 0]^T \in R^{6n+6}$$

以上で得られた式(9), (15), (16)の三つの線形計画問題をシンプレックス法により順次解き、最適な操り力を求める。

2.4 三次元操り力決定アルゴリズム 以上で三つの評価関数を順次最適化して最適な操り力を決める方法を示した。アルゴリズムの形にまとめておく。より法線方向に指先力を近づけるため、Step 2において摩擦係数の置き換えをする。また、この置き換えた摩擦円すいを正多角すいで近似するとき Step 1 で求められた指先力を含むようにするため t_{ix} , t_{iy} を新しく定める。

Step 1 r_i , n_i , μ_i , F_e , $f_{i\max}$ を与え、式(9)の線形計画問題をシンプレックス法により解く。

Step 2 Step 1 で求められた指先力の法線方向からの傾き θ_i から $\mu_i = \tan \theta_i$ を計算し、これを新たな摩擦係数とする。 t_{ix} , t_{iy} を付録 2 により新しく定め、式(15)の線形計画問題を解く。

Step 3 Step 2 で得られた最適値を保ちながら式(16)の線形計画問題を解く⁽¹⁰⁾。

3. 計算結果

2.4 節で提案したアルゴリズムにより、三次元空間内の操り問題に対して、最適な操り力が求められる。このことを 3 本指ハンドの簡単な数値例で示す。まず、 J_3 の意義について検討する。

3.1 評価関数 J_3 の意義 本稿で定めた評価関数 J_3 によれば、より直感に合う解が得られることを数値例で示す。比較のため文献(11)の二次元問題の例を考える。各接触点の摩擦係数を 0.5, ロボットハンドの力の制約を 20 とする。接触点の位置ベクトル r_i と法線ベクトル n_i , および接触点での外力 F_e を以下のように与える。

$$r_1 = \begin{bmatrix} -1 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad r_2 = \begin{bmatrix} -\sin 10^\circ \\ -\cos 10^\circ \end{bmatrix}, \quad r_3 = \begin{bmatrix} -\sin 10^\circ \\ \cos 10^\circ \end{bmatrix}$$

$$n_1 = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad n_2 = \begin{bmatrix} \sin 10^\circ \\ \cos 10^\circ \end{bmatrix}, \quad n_3 = \begin{bmatrix} \sin 10^\circ \\ -\cos 10^\circ \end{bmatrix}$$

$$F_e = (10 \quad 0 \quad 0)^T$$

本稿で定めた評価関数 J_3 で求めた第 i 指の操り力 f_{mi} , 法線方向からの角度 θ_{mi} の結果を文献(11)の結果とともに表 1 に示す。ただし $\Sigma = \sum_{i=1}^3 \|f_{mi}\|$ とし、 $\| \cdot \|$ はユークリッドノルムを表す。また求められた操り力のようすを図 6, 7 に示す。表 1 から、力のノルム和は文献(11)のほうが小さいが、各指のノルムの最大値を比べると本稿のほうが小さいことがわかる。したがって本稿のほうが、力の制約に対しより安全な力が求められている。

3.2 数値例 次に、本稿のアルゴリズムにより計算した数値例を示す。円柱を図 8 (a), (b) に示すように操る場合を考える。摩擦円すいは正八角すいで近似し、各接触点の摩擦係数を 0.5, ロボットハンドの力の制約を 20 とする。各場合について r_i , n_i , F_e を以下のように与える。

(a) - i 接触点の位置が、 y 軸対称になる場合

$$r_1 = \begin{bmatrix} 0 \\ -7.5 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad r_2 = \begin{bmatrix} 6.0 \\ 4.5 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad r_3 = \begin{bmatrix} -6.0 \\ 4.5 \\ 0 \end{bmatrix}$$

表 1 文献(11)との比較

	Ref. (11)	This paper
$\mathbf{f}_{m1}$	$\begin{bmatrix} 10 \\ 0 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 7.422 \\ 0 \end{bmatrix}$
$\mathbf{f}_{m2}$	$\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 1.289 \\ 7.310 \end{bmatrix}$
$\mathbf{f}_{m3}$	$\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 1.289 \\ -7.310 \end{bmatrix}$
θ_{m1} θ_{m2} θ_{m3}	0° 0° 0°	0° 0° 0°
$\ \mathbf{f}_{m1}\ $ $\ \mathbf{f}_{m2}\ $ $\ \mathbf{f}_{m3}\ $	10 0 0	7.42 7.42 7.42
Σ	10	22.27

表 2 (a)-i の場合

	J_1	J_2	J_3
$\mathbf{f}_{m1}$	$\begin{bmatrix} 0.0 \\ 20.0 \\ 0.0 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 0.0 \\ 20.0 \\ 0.0 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 0.0 \\ 20.0 \\ 0.0 \end{bmatrix}$
$\mathbf{f}_{m2}$	$\begin{bmatrix} -13.91 \\ -10.0 \\ -0.833 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} -13.91 \\ -10.0 \\ -0.833 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} -13.91 \\ -10.0 \\ -0.833 \end{bmatrix}$
$\mathbf{f}_{m3}$	$\begin{bmatrix} 13.91 \\ -10.0 \\ 0.833 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 13.91 \\ -10.0 \\ 0.833 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 13.91 \\ -10.0 \\ 0.833 \end{bmatrix}$
θ_{m1} θ_{m2} θ_{m3}	0° 3.0° 3.0°	0° 3.0° 3.0°	0° 3.0° 3.0°
$\ \mathbf{f}_{m1}\ $ $\ \mathbf{f}_{m2}\ $ $\ \mathbf{f}_{m3}\ $	20.00 17.15 17.15	20.00 17.15 17.15	20.00 17.15 17.15
Σ	54.30	54.30	54.30

図 6 文献(11)

図 7 本稿

図 8 対象物と把握平面

表 3 (a)-ii の場合

	J_1	J_2	J_3
$\mathbf{f}_{m1}$	$\begin{bmatrix} 1.090 \\ 20.0 \\ 0.111 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 0.414 \\ 20.0 \\ 0.111 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 0.758 \\ 14.69 \\ 0.111 \end{bmatrix}$
$\mathbf{f}_{m2}$	$\begin{bmatrix} -11.75 \\ -8.294 \\ -1.0 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} -9.616 \\ -7.730 \\ -1.0 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} -7.563 \\ -6.190 \\ -1.0 \end{bmatrix}$
$\mathbf{f}_{m3}$	$\begin{bmatrix} 10.86 \\ -11.71 \\ 0.889 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 9.202 \\ -12.27 \\ 0.889 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 6.805 \\ -8.50 \\ 0.889 \end{bmatrix}$
θ_{m1} θ_{m2} θ_{m3}	3.1° 4.3° 6.3°	1.2° 5.0° 3.3°	3.0° 6.3° 5.0°
$\ \mathbf{f}_{m1}\ $ $\ \mathbf{f}_{m2}\ $ $\ \mathbf{f}_{m3}\ $	20.03 14.42 15.86	20.01 12.38 15.36	14.71 9.82 10.92
Σ	50.30	47.75	35.46

$$\mathbf{n}_1 = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix}, \mathbf{n}_2 = \begin{bmatrix} -0.8 \\ -0.6 \\ 0 \end{bmatrix}, \mathbf{n}_3 = \begin{bmatrix} 0.8 \\ -0.6 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{F}_e = (0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 10 \ 0)^T$$

(a)-ii 接触点の位置が, y 軸非対称の場合

$$\mathbf{r}_1 = \begin{bmatrix} 0 \\ -7.5 \\ 0 \end{bmatrix}, \mathbf{r}_2 = \begin{bmatrix} 6.0 \\ 4.5 \\ 0 \end{bmatrix}, \mathbf{r}_3 = \begin{bmatrix} -4.5 \\ 6.0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{n}_1 = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix}, \mathbf{n}_2 = \begin{bmatrix} -0.8 \\ -0.6 \\ 0 \end{bmatrix}, \mathbf{n}_3 = \begin{bmatrix} 0.6 \\ -0.8 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{F}_e = (0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 10 \ 0)^T$$

(a)-iii 三接触点が半円内に偏在する場合

$$\mathbf{r}_1 = \begin{bmatrix} -1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, \mathbf{r}_2 = \begin{bmatrix} -\sin 10^\circ \\ -\cos 10^\circ \\ 0 \end{bmatrix}, \mathbf{r}_3 = \begin{bmatrix} -\sin 10^\circ \\ \cos 10^\circ \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{n}_1 = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, \mathbf{n}_2 = \begin{bmatrix} \sin 10^\circ \\ \cos 10^\circ \\ 0 \end{bmatrix}, \mathbf{n}_3 = \begin{bmatrix} \sin 10^\circ \\ -\cos 10^\circ \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{F}_e = (0 \ 0 \ 0 \ 10 \ 0 \ 0)^T$$

(b) 把握平面が図 8 (b) のような場合

$$\mathbf{r}_1 = \begin{bmatrix} 0 \\ -7.5 \\ 3.0 \end{bmatrix}, \mathbf{r}_2 = \begin{bmatrix} 6.0 \\ 4.5 \\ 0 \end{bmatrix}, \mathbf{r}_3 = \begin{bmatrix} -6.0 \\ 4.5 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{n}_1 = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix}, \mathbf{n}_2 = \begin{bmatrix} -0.8 \\ -0.6 \\ 0 \end{bmatrix}, \mathbf{n}_3 = \begin{bmatrix} 0.8 \\ -0.6 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{F}_e = (10 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0)^T$$

本論文のアルゴリズムで求めた結果を表 2~5 に示す。なお各評価関数の役割を示すために、各ステップ

表 4 (a)-iiiの場合

	J ₁	J ₂	J ₃
$\mathbf{f}_{m1}$	$\begin{bmatrix} 4.559 \\ 0.0 \\ 0.0 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$
$\mathbf{f}_{m2}$	$\begin{bmatrix} -2.280 \\ 20.71 \\ -5.077 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 0 \\ 16.55 \\ -5.077 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 0 \\ 16.55 \\ -5.077 \end{bmatrix}$
$\mathbf{f}_{m3}$	$\begin{bmatrix} -2.280 \\ -20.71 \\ 5.077 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 0 \\ -16.55 \\ 5.077 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 0 \\ -16.55 \\ 5.077 \end{bmatrix}$
θ_{m1} θ_{m2} θ_{m3}	0° 21.2° 21.2°	0° 19.7° 19.7°	0° 19.7° 19.7°
$\ \mathbf{f}_{m1}\ $ $\ \mathbf{f}_{m2}\ $ $\ \mathbf{f}_{m3}\ $	4.56 21.45 21.45	0.0 17.31 17.31	0.0 17.31 17.31
Σ	47.45	34.62	34.62

表 5 (b)の場合

	J ₁	J ₂	J ₃
$\mathbf{f}_{m1}$	$\begin{bmatrix} 3.579 \\ 20.0 \\ -5.0 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} -0.610 \\ 14.735 \\ -3.684 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} -0.610 \\ 14.735 \\ -3.684 \end{bmatrix}$
$\mathbf{f}_{m2}$	$\begin{bmatrix} -10.95 \\ -9.829 \\ 3.395 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} -5.272 \\ -3.007 \\ 1.689 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} -5.272 \\ -3.007 \\ 1.689 \end{bmatrix}$
$\mathbf{f}_{m3}$	$\begin{bmatrix} 17.37 \\ -10.17 \\ 1.605 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 15.88 \\ -11.73 \\ 1.994 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 15.88 \\ -11.73 \\ 1.994 \end{bmatrix}$
θ_{m1} θ_{m2} θ_{m3}	17.1° 13.9° 8.0°	14.2° 17.1° 5.8°	14.2° 17.1° 5.8°
$\ \mathbf{f}_{m1}\ $ $\ \mathbf{f}_{m2}\ $ $\ \mathbf{f}_{m3}\ $	20.92 15.10 20.19	15.20 6.3 19.84	15.20 6.3 19.84
Σ	56.22	41.34	41.34

ごとの評価関数の最適値をも記す。(a)-iの場合以外は J_1 で得られた摩擦係数内で, J_2, J_3 により法線方向に近かつ力の大きさが小さい最適な操り力が求められていることがわかる。これらの力は, 人が実際に操る場合と直感的に一致しており本稿で提案したアルゴリズムの妥当性を示している。

4. 結 語

本稿では, 関節形の手指ハンドによる操り力の求め方について考察した。滑りにくい力を望ましい操り力と考え, 最適な操り力として接触点の法線方向に可能な限り接近した力で, また力の大きさが最小なものとした。これは, 著者らが文献(11)で提案した把握平面内での操りを一般的な三次元空間に拡張したものである。摩擦円すいを正多角すいで近似することにより線形計画問題に帰着し, シンプレックス法により解が直

接得られることを示した。文献(11)と同様, その力は評価関数を順次最適化することで求められている。その際, 本論文では新しい評価関数を定め, より直感に合う解が得られることを示した。最後にいくつかの数値例に対し本稿で提案したアルゴリズムにより指先力を求めた。

最後に, 本研究の遂行に御協力いただいた荒川和己技官に感謝する。

付 録

付録1 エッジベクトル $\mathbf{e}_{ij}$ を含み摩擦円すいに接する平面 T_{ij} の法線ベクトル $\mathbf{a}_{ij}$ は

$$\mathbf{a}_{ij} = [-\cos \alpha_j \cos \beta_i \quad -\sin \alpha_j \cos \beta_i \quad \sin \beta_i] \quad \dots\dots\dots (17)$$

である。式(2), (3)より指先力は

$$\mathbf{f}_i = \sum_{k=1}^m x_{ik} \{ \mathbf{n}_i + \mu_i (\cos \alpha_k \mathbf{t}_{ix} + \sin \alpha_k \mathbf{t}_{iy}) \} \quad \dots\dots\dots (18)$$

となる。式(17), (18)を点と平面の距離の公式に適用し, 次式を得る。

$$d_{ij} = \sin \beta_i \sum_{k=1}^m \{ 1 - \cos (\alpha_j - \alpha_k) \} x_{ik} \quad \dots\dots\dots (19)$$

付録2 Step 1 で求められた指先力 $\mathbf{f}_i$ から法線成分を除き, 単位化したものを $\mathbf{t}_{ix}$ とする。すなわち

$$\mathbf{t}_{ix} = \frac{\mathbf{f}_i - (x_{i1} + \dots + x_{im}) \mathbf{n}_i}{\|\mathbf{f}_i - (x_{i1} + \dots + x_{im}) \mathbf{n}_i\|}, \quad i=1, \dots, n \quad \dots\dots\dots (20)$$

$\mathbf{t}_{iy}$ は $\langle \mathbf{t}_{ix}, \mathbf{t}_{iy}, \mathbf{n}_i \rangle$ で右手系より

$$\mathbf{t}_{iy} = \mathbf{n}_i \times \mathbf{t}_{ix}, \quad i=1, \dots, n \quad \dots\dots\dots (21)$$

で得られる。ただし $\times$ は外積を表す。以上により $\mathbf{t}_{ix}, \mathbf{t}_{iy}$ を新しくとりなおし, 指先力の方向を正多角すいの側面端のエッジベクトルの方向に一致させる。

文 献

- (1) Kobayashi, O., *Int. J. Rob. Res.*, 4-1 (1985), 3-12.
- (2) 吉川・永井, 計自論, 23-11 (1987), 90-97.
- (3) Park, Y. C. and Starr, G. P., *IEEE Int. Conf. Rob. Aut.*, (1989), 930-935.
- (4) Demmel, J. and Lafferiere, G., 日本ロボット学会誌, 4-5 (1986), 936.
- (5) 吉川・ほか2名, 日本ロボット学会誌, 4-5 (1986), 23-32.
- (6) Kerr, J. and Roth, B., *Int. J. Rob. Res.*, 4-4 (1986), 3.
- (7) Cheng, F. T. and Orin, D. E., *IEEE Trans., Rob. Autom.*, (1990), 178-187.
- (8) 中村, 計測と制御, 29-3 (1990), 6-12.
- (9) 舟橋・塩谷, 機論, 58-547, C (1992), 92-99.
- (10) 舟橋・山田, 機論, 58-546, C (1992), 152-159.
- (11) 舟橋・塩谷・ほか2名, 機論, 59-560, C (1993), 160-165.
- (12) Craig, J. J., ロボティクス, (1991), 48-50, 共立出版.