パレート最適解情報に基づく使用環境に対する フレキシビリティを考慮した最適設計*

吉村 允孝^{*1}, 西川 隆敏^{*2}

Design Optimization Considering Flexibility for Working Environment Based on Information of Pareto Optimum Solution Sets

Masataka YOSHIMURA and Takatoshi NISHIKAWA

This paper presents design decision-making methods considering flexibility for a working environment. In order to make a clear evaluation of the changes of the most preferable levels of the product performance and product manufacturing cost due to changes in the working environment (flexibility conditions), three objective design optimization problems are constructed having the three objectives of maximization of the product performance, minimization of the product manufacturing cost and maximization of flexibility for working environment. The Pareto optimum solution set forming a curvature is obtained. Then, a decision-making method for determining the preferable design solution using information from the Pareto optimum solution curvature is presented. Finally, the proposed methods are applied to design examples for demonstrating effectiveness.

Key Words: Design Engineering, Optimum Design, Multiobjective Optimization, Production System, Flexibility, Working Environment, Computer-Aided Design (CAD)

1. 緒 言

従来の最適設計では、多くの場合、製品に対するユーザの使用方法、使用条件は設計者が設定した一定のものであるとして定式化を行っている。ところがユーザは設計者の意図していない方法でその製品を取り扱うことがある。その際に製品が容易に壊れたり要求する性能が発揮できなくなることがあるが、そのような設計はユーザの立場からは、よい設計であるとはいえない。つまりさまざまな使用上の変動を考慮した設計が必要になってきている⁽¹⁾。

本研究では、製品の使用環境の変動に対して、より柔軟性のある設計、つまりよりフレキシビリティのある設計を目指すために、これまで一定であると考えられてきたが変動の可能性があるものに対して、フレキシビリティをもたせることを考えることにする。そして、従来のコストの低減、性能の向上という目的の問題に、フレキシビリティの向上というさらなる目的を加え、3目的の問題を考える。そして、三つの目的の間

の関係を明確にした後、最良の設計解を選択する方法を構築する。

一般に機械製品においては、その性能とコストのうちの一方をよくすれば他方が悪くなるというトレードオフの関係がある⁽²⁾。そのような場合、この2目的の間で最適設計を行い、パレート最適解集合つまりパレート曲線を求める方法が有用である。本研究では、コストの低減、性能の向上、フレキシビリティの増大の三つの目的をもつ問題に対して、まずパレート最適解つまりパレート曲面を導出して、この三つの目的の間の関係を定量的に明かにする。

次に、このパレート最適解の集合から最良の解を選択しなければならない。その意思決定法としては、これまでさまざまな方法が提唱されている^{(2)~(4)}が、一般的な方法は、多目的の問題を何らかの方法で単一目的の問題に変換する手法である。ところが、意思決定者が、最初から明確にこの単一の関数をもっていることはまれであり、選好解を探索していく過程で徐々に自分自身の選好構造が明確になってくるものと思われる。よって本研究では、まずコスト、性能の2目的問題を解き、それによって得られる選好情報をフレキシビリティを含めた3目的設計問題に利用して、3目的問題を解くことにする。その際、パレート解集合の一対

* 平成5年6月17日 第3回設計工学・システム部門講演会において講演、原稿受付 平成5年8月2日。

^{*1} 正員、京都大学工学部 (〒606 京都市左京区吉田本町)。

^{*2} 京都大学大学院。

比較を繰返すことによって選好解を求めるという対話的な方法論を提案し、その適用例を示す。

2. 使用環境に対するフレキシビリティを考慮することの必要性和設計問題

機械製品や部品などは、ユーザが設計者の予測していない方法、環境で使用するにより、破壊したり、必要な性能が満たされなかったり、機能が十分に発揮できないようなことがある。これらは、これまでの設計がある一定の条件のみを考慮して行われてきたからである。つまり荷重方向あるいは、使用領域が一定であるなどとして設計が行われてきたからである。このような問題に対処するためには、使用環境の変動に対して柔軟性のある設計が望まれる。

本研究においては、製品の使用条件が一定であるとして設計されてきたものに対して、より柔軟性のある使用条件に対処した設計を行うことを、フレキシビリティの向上を図った設計と呼ぶことにする。そしてこれまであいまいな状態で扱われてきたそのようなフレキシビリティを、設計段階で明確に評価することを目的とする。例えば、より広い作業領域で作業できる製品、あるいは、より広い荷重方向に耐えることができる製品を設計することが、フレキシビリティを向上することになる。

フレキシビリティの向上を図ることは実際の製品設計上重要であるが、それによって製品の性能が大きく低下したりコストが増大することは望ましくない。よって、使用状況の変動に対するフレキシビリティを向上させることが、どれほどコストや性能に影響するかを評価する必要がある。例えば、ある一定の方向から荷重がかかる場合のみを考慮して設計が行われることが多いが、その荷重方向が変化したときに、どれほどコストや性能に影響するかということを把握しておかないと、実際の荷重方向の変動に対処しうる設計解を得ることができない。また、はじめは使用領域が決まっている製品においても、ある要求により使用領域を大きくしようとするときに、そのことがどれほどコストや性能に影響するかを把握する必要がある。

使用状況の変動としては、荷重の大きさ、方向、種類の変動といった荷重条件の変動、作業領域の変動、作業温度の変動などがある。これらの変動に対する柔軟性をフレキシビリティとする。このフレキシビリティと関係するコストとしては、材料費、加工費、制御コストなどが考えられる。性能を表す特性としては、たわみ、振動振幅、応力などがある。本研究では、使用状況の変動として作業領域の変動と荷重のかかる方向

の変動を取りあげる。そしてコストとして材料費を、性能としてたわみを評価する。

3. コスト、性能、フレキシビリティの3目的設計問題におけるパレート最適解の導出

3・1 目的関数としてのフレキシビリティ 2章において、使用環境に対するフレキシビリティを向上することが、製品の性能あるいはコストにどれほど影響を与えるかを評価することが重要であることを述べた。そこで、従来の設計問題のコストの減少、性能の向上の2目的の問題に、より大きなフレキシビリティをもたせることを新たな目的として加えて、コスト、性能、フレキシビリティの3目的の問題を考えることにする。

ここで、このフレキシビリティを評価するために、フレキシビリティを定量的な特性として置き換えることが必要になる。その定量的な特性の大小でフレキシビリティの大小を評価することにする。そして、フレキシビリティを定量的に定める値を、決定変数として、意思決定者が決定することのできる変数とする。

コストと性能に対する2目的問題の最適化においては、まずパレート最適解(パレート曲線)を求めることが有用である⁽²⁾。よって、ここでコストの減少、性能の向上、フレキシビリティの増大という三つの目的をもつ3目的問題におけるパレート最適解(パレート曲面)を求める。

このコスト、性能、フレキシビリティの3目的問題のパレート曲面を得ることができれば、フレキシビリティというこれまであいまいにしか評価されていなかったものを、設計段階から明確に評価することが可能になる。そして設計者が直接制御することができない使用環境の変動に対して、従来の最適設計において評価されているコストや性能がどれほど影響を受けるかということ把握することができる。また設計変更として使用環境の変動に対するフレキシビリティを増大する要求がある場合にも、そのことがどれほどコストや性能に影響を与えるかということをも的確に把握することが可能になる。

3・2 パレート最適解の導出 三つの目的関数(φ_1 :コスト, φ_2 :性能, φ_3 :フレキシビリティ)を直交座標系3軸にとり、パレート最適解(曲面)を求める。ここでは以下に示すように、すべて最小化が望ましいとして表現された三つの目的関数($\varphi_1, \varphi_2, \varphi_3$)のうちのある一つの目的関数(φ_i)以外を制約に含め、単一の目的関数 φ_i の最小化の問題として、制約の値 ε_i を変化させる ε 制約法を用いる。

目的関数: $\Psi_i \rightarrow \text{最小化}$

制約条件: $\Psi_i \leq \varepsilon_i \quad (i=1, 2, 3, i \neq r)$

以下, 使用環境の変動に対するフレキシビリティを考慮した代表的なモデルに対して, パレート最適解を求める。

3・2・1 作業領域に変動がある場合 図1のように水平面で折れ曲がった直径 d の円形断面をもつはりモデルの自由端に, 鉛直方向に荷重 F がかかる場合を考える。この折れ曲がった先端部分 BC が, ある角度 X の範囲内で回転動作をするとする。この作業範囲 X が変動するとして, その変動に対するフレキシビリティを考慮する。そして, この作業領域 X を目的関数と考え, この X が大きな値をとれるほどより広い領域で作業することのできる製品であり, フレキシビリティが大きいといえる。つまりこの X の大きさによって, フレキシビリティを定量的に評価することにする。まず, 折れ曲がった角度を θ として自由端のたわみ Y を求めると, 次式のようになる。

$$Y = \frac{(32F/3\pi d^4)[2\{L_1^3 + L_2^3 + 3L_1L_2 \cos \theta(-L_1 + L_2 \cos \theta)\}/E + 3L_1L_2^2 \sin^2 \theta/G]}{\dots} \quad (1)$$

ここで

d : はりの断面の直径

F : 荷重の大きさ

L_1 : 固定端 A から折れ曲がった点 B までの長さ

E : 縦弾性係数

G : 横弾性係数

L_2 : 折れ曲がった点 B から自由端 C まで長さ

三つの目的関数のうち, コスト (Ψ_1) として材料費に関係するものはりの断面積, 性能 (Ψ_2) を自由端における最大たわみ[ある範囲 ($0 \leq \theta \leq X$) 内で折れ曲がったはりの自由端のたわみのうち最大のもの], フレキシビリティ (Ψ_3) を作業領域 X (回転角の範囲) として評価する。このとき断面積とたわみは小さいほど

望ましいが, 作業領域 X は, 大きくとれるほど望ましい。この3目的最適設計問題を定式化すると次のようになる。

目的関数:

$$\Psi_1 = d^2 \pi / 4 \rightarrow \text{最小化}$$

$$\Psi_2 = \max_{0 \leq \theta \leq X} [(32F/3\pi d^4)[2\{L_1^3 + L_2^3 + 3L_1L_2 \cos \theta(-L_1 + L_2 \cos \theta)\}/E + 3L_1L_2^2 \sin^2 \theta/G]] \rightarrow \text{最小化}$$

$$\Psi_3 = X \rightarrow \text{最大化}$$

決定変数: d, X

具体例として, 材料を軟鋼 ($E=2.1 \times 10^{11} \text{ N/m}^2$, $G=8.1 \times 10^{10} \text{ N/m}^2$) とし, その他の値を次のように設定する。

$$F=980 \text{ N}(100 \text{ kgf}), L_1=0.5 \text{ m}, L_2=0.3 \text{ m}$$

パレート最適解を求める際には, $\Psi_3 = -X$ とし, すべての目的関数を最小化することに統一する。このパレート曲面は, 図2のようになる。

3・2・2 荷重のかかる方向に変動がある場合 図3のような縦の長さ d_1 , 横の長さ d_2 である長方形断面の片持ばりを考える。自由端にかかる荷重が, はりの中心軸に垂直で作用線が断面の図心を通り, その作

図2 作業領域に変動がある場合のパレート曲面(1)

図1 作業領域に変動がある場合のモデル図

図3 荷重のかかる方向に変動がある場合のモデル図

用線の方向がある角度 X の範囲内で変化するとする。この荷重のかかる方向の範囲 X の変動に対するフレキシビリティを評価する。

まず鉛直方向からある角度 θ だけずれた方向に荷重がかかる場合の、自由端のたわみ Y を求めると

$$Y = \{(4F \cos \theta L^3 / Ed_1^3 d_2^2)^2 + (4F \sin \theta L^3 / Ed_1 d_2^3)^2\}^{1/2} \dots\dots\dots (2)$$

となる。

目的関数を、コスト (Ψ_1) として材料費に関係するはりの断面積、性能 (Ψ_2) として自由端における最大たわみ、フレキシビリティ (Ψ_3) として荷重のかかり得る範囲(これは角度で表すことにする)とする。また設計変数 d_1, d_2 の上限を設け、この問題を定式化すると次のようになる。

目的関数：

$$\Psi_1 = d_1 d_2 \rightarrow \text{最小化}$$

$$\Psi_2 = \max_{0 \leq \theta \leq X} \{(4F \cos \theta L^3 / Ed_1^3 d_2^2)^2 + (4F \sin \theta L^3 / Ed_1 d_2^3)^2\}^{1/2} \rightarrow \text{最小化}$$

図 4 荷重のかかる方向に変化がある場合のパレート曲面

図 5 水平多関節形ロボットの外観図

$$\Psi_3 = X \rightarrow \text{最大化}$$

$$\text{制約条件: } d_1 \leq d_1^u, d_2 \leq d_2^u$$

$$\text{決定変数: } d_1, d_2, X$$

ここで

F ：自由端にかかる荷重の大きさ

X ：荷重のかかり得る範囲

L ：片持ばりの長さ

E ：縦弾性係数

具体的な設計例として、材料を軟鋼 ($E=2.1 \times 10^{11}$ N/m²)、その他の値を次のように設定する。

$$F=980 \text{ N}(100 \text{ kgf}), L=1 \text{ m}, d_1^u=0.1 \text{ m},$$

$$d_2^u=0.1 \text{ m}$$

得られたパレート曲面を図 4 に示す。

3・2・3 実際的な設計モデル(産業用ロボット)

より実際的な例として、図 5 のような水平多関節形ロボットの先端部で荷重 F の物体を保持する設計問題を考える。そして図 6 のようにアームの部分をはり要素で、関節の部分をはね要素を用いて構造解析モデル

図 6 はり要素を用いた水平多関節形ロボットの構造解析モデル

図 7 実際的な設計モデル(産業用ロボット)のパレート曲面

図 8 作業領域に変動がある場合のパレート曲面(2)

を作成する。ここでは関節 2 の回転を考える。そして 3・2・1 項と同様に作業領域に変動があるとして、これに対するフレキシビリティを考える。設計変数としてアーム 1 と 2 の外径と内径、作業領域の五つをとりあげ、目的関数としては、コスト (Ψ_1) に相当するものとしてアーム 1 と 2 の総体積、性能 (Ψ_2) に相当するものとしてアーム先端の最大変位、フレキシビリティ (Ψ_3) に相当するものとして作業領域をとる。制約として、以下に示すようにアーム 1 と 2 の肉厚を 0.05 m 以上とする。

$$d_1 - d_2 \geq 0.05 \quad \dots\dots\dots (3)$$

$$d_3 - d_4 \geq 0.05 \quad \dots\dots\dots (4)$$

各はりの材質をアルミニウム(縦弾性係数 $E=7.2 \times 10^{10} \text{ N/m}^2$, 横弾性係数 $G=2.8 \times 10^{10} \text{ N/m}^2$)とし、先端には、980 N(100 kgf) の荷重 F が加わるとする。このパレート最適解を求めると図 7 のようになる

3・3 考察 以上の三つの設計モデルに対するパレート曲面を求めることによって、コスト、性能、フレキシビリティの三つの目的は、互いにトレードオフの関係があることが確認された。性能とコストの関係は凸になっているが、フレキシビリティと性能、フレキシビリティとコストの関係は凹になっていることがわかる。これはフレキシビリティの座標の取り方によるものであると思われる。実際に 3・2・1 項のモデルにおいて、フレキシビリティ X (作業領域) の逆数 ($1/X$) を座標軸にとりパレート曲面を求めると、図 8 のように凸の関係になることがわかる。

4. フレキシビリティを考慮した 3 目的問題 のパレート最適解からの選好解の決定

4・1 選好解決定の方法論 3 章において、3 種類のモデルに対してパレート曲面を求めた。競合した

複数の目的のもとで意思決定を行う際、これら複数の目的がまったく独立で同等の関係にあるならばパレート最適性以上の合理性を追究することはできないが、普通は、この複数の目的は独立で同等であることはなく、パレート解のいくつかをとり出して意思決定者に示すと、それらの間に優劣の差がつくことが多い。

これは意思決定者の選好構造を反映した、上位レベルの複数の目的をひとまとめにした単一の目的関数(選好関数)が陰に存在し、意思決定者はこの選好関数に基づいて選好判断を行っているといえる。このような意思決定者のもつ選好関数を陽に表現することができれば、その選好関数を最大あるいは最小にする点をパレート最適解上で求めるという作業で簡単に選好解を決定することができる。これまで、重み係数法、目標計画法、効用理論を用いた方法など、単一の関数にスカラ化することによって選好解を求める方法が用いられてきた。しかし、意思決定者の選好構造を正確に反映したそのような一つの関数を求めることは困難であると思われる。

各目的関数に重み係数を付け単一目的の問題に変換する方法では、その重み係数の決定が問題であるが、設計者が意思決定する際、各目的関数に対する重みよりも、各目的関数の値そのものを重要視すると思われる。また設計の始めから明確な重みを決定することは困難であろう。

一般に意思決定者は、ある一つの目的を改善したときにどれほど他の目的を改悪せざるを得ないかということ considering しながら選好解を決定することが多いと思われる。よって目標計画法のような、ある目標点に最も近い点を選好解とする方法は、各目的間のトレードオフの関係を考慮した方法ではなく、ここで取り扱っている設計問題の解法としては適さないと考えられる。

本研究では、パレート解上でトレードオフの関係を考慮して一対比較を行う、対話的な選好解決定方法を提案する。

まずフレキシビリティの値を一定にして、コストと性能に対する 2 目的の問題の選好解を決定する。その際に、コストと性能間の重み係数を考え、その重みの変動に対して、最も解の変動が少ない点を初期選好解として、そこから選好解を探索する。

このように 2 目的問題における選好解を決定することによって、意思決定者のもっているコストと性能の間の選好構造が明らかにされる。そして、コスト、性能、フレキシビリティの 3 目的の問題を考える際、この選好構造が、フレキシビリティの値を変化させても

常に一定であると仮定する。つまりコストと性能との間のトレードオフ比が一定であるとする [ここでトレードオフ比 λ_{ij} とは、パレート最適性を満たしながら、 ψ_i , ψ_j 以外の目的関数の値を一定にしたまま $\psi_i(x)$ を 1 単位改善させたときの $\psi_j(x)$ の改悪量のことである]。上記の仮定のもとにフレキシビリティの値を決定すれば、コストと性能の値は一意的に決まることになり、実質 2 目的の問題を考えることになる。

ここで 3 目的の問題を考える際、全順序であることを仮定し、パレート解の対比較を繰返すことにより、パレート解を順序づけ、選好解を決定する。多数のパレート解の集合から最も優れた解を選ぶことは困難でも、二つのパレート解が与えられれば、どちらが優れているかを判断することは意思決定者にとって比較的容易であり、この方法は、意思決定者の負担が少ない方法であると思われる。

このパレート解集合を選好判断によって順序づける方法は、これまで種々提案されているが、目的関数の数が多くなると、特に 3 目的以上になると、どのパレート解を選んで意思決定者に選好させるかという問題や、意思決定者の対比較が困難になるという問題がある。そこで本研究では、このように 3 目的計画問題を 2 段階の 2 目的問題に分割して、意思決定者が対比較を容易にできるようにして選好解を決定する。

4.2 選好解決定の具体的手順 選好解決定に際して、ここでは、次のことを仮定する。

1. 意思決定者は、二つの設計案が与えられれば、どちらを好むかということ判断することができる。
2. トレードオフの関係にある 2 目的問題において、二つの設計案(設計案 1 と設計案 2)の比較を行い、設計案 1 が選好された場合、目的関数空間において、設計案 2 の外側(設計案 1 のないほう)の設計案は選好されることがないものとする。

選好解決定の具体的手順は、以下のとおりである。

[ステップ 1] まずフレキシビリティの値を一定の値 ψ_3^s に固定して、コスト ψ_1 、性能 ψ_2 の 2 目的の問題を考える。この値 ψ_3^s は、現状の設計などにより定める。

[ステップ 2] 決定変数の上、下限で定まるコスト、性能の理想点での値 ψ_1^* , ψ_2^* と重み係数 a を用いて、この 2 目的問題における目的関数 A_1 を、次式とする。

$$A_1 = a\psi_1/\psi_1^* + (1-a)\psi_2/\psi_2^* \dots\dots\dots (5)$$

ここで重み a を零から 1 まで Δa 刻みで変化させて、その重みごとに A_1 を最小にするような ψ_1 と ψ_2 を求める。

これより決定された各重み係数に対応した目的関数

空間上の点の、隣同士の距離が最小になる点を求める。つまり、次式 A_2 を最小にするような $a=a'$ を求める。

$$A_2 = \{(\psi_{1(a=a')} - \psi_{1(a=a'+\Delta a)})/\psi_1^*\}^2 + \{(\psi_{2(a=a')} - \psi_{2(a=a'+\Delta a)})/\psi_2^*\}^2 \dots\dots\dots (6)$$

そして $a=a'$ における設計案、 $\psi_1^s = \psi_{1(a=a')}$, $\psi_2^s = \psi_{2(a=a')}$, ($\psi_3^s = \psi_3^s$) を初期選好解とする。

この初期選好解は、その近傍において重みの変化に対して設計解の変動が最も小さい解、つまり重みの変化に対して最もロバスト性のある解であるといえる。この解を意思決定者に与えることにより、意思決定者は、明確に決定することのできない重みの変動に対して、選好解として選ばれる可能性が大きいロバスト性のある解を認識できる。

[ステップ 3 (2 目的問題における選好解の決定)] ステップ 2 によって求めた初期選好解とともに、その点でのトレードオフ比 λ_{21} を意思決定者に提示する。意思決定者がこの初期選好解に満足することができないのなら、ステップ 2 で得られた初期選好解をパレート解上で移動させ、意思決定者が満足するパレート解上の一点を決定することによって、コスト、性能の 2 目的問題における選好解 [ψ_1^{op} , ψ_2^{op} , $\psi_3^{op}(=\psi_3^s)$] を求める。ここで、この選好解を一次選好解と呼ぶことにする。また、現状の設計からフレキシビリティを変化させようとするときには、その現状の設計解を、一次選好解とする。

[ステップ 4 (3 目的問題における選好解の決定)] ステップ 3 によって決定した一次選好解 ψ_1^{op} , ψ_2^{op} でのトレードオフ比 λ_{21} を求めることによって、意思決定者の ψ_1 , ψ_2 の間の選好構造が明らかになる。ここでは、意思決定者のコスト、性能間の選好構造を表す一次選好解でのトレードオフ比が、フレキシビリティを変化させても一定であると仮定する。つまり、このトレードオフ比 λ_{21} を一定にしたままフレキシビリティの値を動かす。 λ_{21} を一定にすることにより ψ_3 の値を決定すれば、 ψ_1 , ψ_2 の値は一意的に決定される(一つの目的関数の値を決定すれば、残りの二つの目的関数の値が決定し、実質的に 2 目的問題と考えることができる)。このことによって、対比較を行う際の意思決定者の負担を軽減している。

そしてパレート解上で二つの設計案を以下の手順に従って対話的に繰返し比較することによって、選好解を決定する。

[ステップ 4.1] 決定変数の制約によって定まる ψ_3 の上限値 ψ_3^u 、下限値 ψ_3^l により、ステップ 3 で決定された一次選好解 ψ_3^{op} からの改善量 ($\Delta\psi_3$) の下限

L_1 と上限 U_1 を次式より求める。

$$L_1 = \Psi_3^L - \Psi_3^{op} \quad \dots\dots\dots (7)$$

$$U_1 = \Psi_3^U - \Psi_3^{op} \quad \dots\dots\dots (8)$$

これは、選好解の範囲を与えており、この範囲内で選好解を求めることになる。

また意思決定者があらかじめ、およその Ψ_3^{op} からの改善すべき量 ($\Delta\Psi_3$) をもっている場合は、それによって L_1, U_1 を決定する。

[ステップ 4.2] $\Delta\Psi_3 = L_1$ のときの設計案 $D_1(L_1)$ と $\Delta\Psi_3 = U_1$ ときの設計案 $D_n(U_1)$ を含む n 個の設計案を、次式によって得る。

$$D_k(B); B = L_1 + (k-1)(U_1 - L_1)/(n-1) \\ (k=1, 2, \dots, n) \quad \dots\dots\dots (9)$$

[ステップ 4.3] ここで、 D_1 と D_2, D_3 と D_4, D_5 と $D_6, \dots$ の順にこの n 個の設計案の一対比較を繰返すことによって、 n 個の設計案のうち最も意思決定者の選好構造を反映した設計案 D_{opt1} 、つまり最も好む設計案を決定する。

この比較を行う際、意思決定者に与える情報は、各目的関数の値 Ψ_1, Ψ_2, Ψ_3 、および一次選好解でのトレードオフ比 λ_{21} を一定にしたままで Ψ_3 (フレキシビリティ) を一単位改善 (増加) したときの Ψ_1 (コスト)、 Ψ_2 (性能) の改悪 (増加) 量 T_{13}, T_{23} である。また一次選好解 Ψ_3^{op} からの改善 (増加) 量 $\Delta\Psi_3$ とそれによる一次選好解 Ψ_1^{op}, Ψ_2^{op} からの改悪 (増加) 量 $\Delta\Psi_1, \Delta\Psi_2$ との関

係をグラフに表して意思決定者に与えて意思決定を容易にする。これは、3 目的問題におけるパレート曲線を表している。つまりコスト、性能間の一次選好解でのトレードオフ比 (選好構造) が、フレキシビリティを変化させても一定であると仮定したことにより、3 目的問題でのパレート曲面をパレート曲線にして、選好解決定を容易にしている。 T_{13}, T_{23} は、このパレート曲線上の傾きを示していることになる。

次に D_{opt1-1} ($opt_1=1$ のときは D_1) の $\Delta\Psi_3$ の値を L_2 、 D_{opt1+1} ($opt_1=n$ のときは D_n) の $\Delta\Psi_3$ の値を U_2 とする。つまり次式により L_2, U_2 を決める。

$$\left. \begin{aligned} L_2 &= L_1 + (opt_1 - 2)(U_1 - L_1)/(n-1) \\ & \quad (opt_1 \neq 1 \text{ のとき}) \\ L_2 &= L_1 \quad (opt_1 = 1 \text{ のとき}) \end{aligned} \right\} \quad \dots\dots\dots (10)$$

図 10 $\Delta\Psi_3$ と $\Delta\Psi_2, \Delta\Psi_1$ の関係

図 9 選好解決定のフローチャート

	Ψ_1 ($\times 10^{-2} \text{m}^3$)	Ψ_2 ($\times 10^{-4} \text{m}$)	Ψ_3 (rad)	T_{13} ($\times 10^{-4} \text{m}^3/\text{rad}$)	T_{23} ($\times 10^{-6} \text{m}/\text{rad}$)
1 $D_1(0.0)$	1.058	0.956	1.571	14.37	7.234
2 $D_2(0.174)$	1.081	0.967	1.745	12.62	6.547
1 or 2			2		
1 $D_3(0.349)$	1.102	0.979	1.912	10.87	5.858
2 $D_4(0.524)$	1.119	0.988	2.094	9.126	5.171
1 or 2			2		
1 $D_5(0.698)$	1.133	0.967	2.269	7.379	4.483
2 $D_6(0.873)$	1.145	1.004	2.443	5.632	3.794
1 or 2			2		
1 $D_7(1.047)$	1.153	1.010	2.618	3.885	3.107
2 $D_8(1.222)$	1.159	1.015	2.793	2.139	2.419
1 or 2			1		
2 $D_6(0.873)$	1.145	1.004	2.443	5.632	3.794
1 $D_7(1.047)$	1.153	1.010	2.618	3.885	3.107
1 or 2			2		
$D_{opt1}: D_7$	1.153	1.010	2.618	3.885	3.107
Satisfactory?			no		
			.		
			.		
$D_{opt3}: D_7$	1.155	1.011	2.649	3.571	2.983
Satisfactory?			yes		
Preferable design solution:					
$\Psi_1=1.153 \times 10^{-2} \text{m}^3, \Psi_2=1.011 \times 10^{-4} \text{m}, \Psi_3=2.649 \text{rad}$					

図 11 一対比較による選好解決定の例

$$\left. \begin{aligned} U_2 &= L_1 + (\text{opt}_1)(U_1 - L_1)/(n-1) \\ &(\text{opt}_1 \neq n \text{ のとき}) \\ U_2 &= L_1 \quad (\text{opt}_1 = n \text{ のとき}) \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (11)$$

そしてステップ4.1の L_1 を L_2 , U_1 を U_2 と置き換えて、この範囲内で、同様に D_{opt_2} を求める。すなわち、目的関数上における D_{opt_1} の両隣の点 D_{opt_1-1} ($\text{opt}_1=1$ のときは D_1)と D_{opt_1+1} ($\text{opt}_1=n$ のときは D_n)の間にある n 個の設計案を一对比較することにより2回めの最良解 D_{opt_2} を求める。

意思決定者が満足できる設計案 D_{opt_m} が得られるまで上記の手順を m 回繰返し、選好解の探索の範囲を少しずつ狭めていくことによって、選好解(Ψ_1, Ψ_2, Ψ_3)を得る。この選好解決定の方法論の流れを図9に示す。

4.3 適用例 以上の方法論を3・2・3項で用いたロボットのモデルに適用する。数値例として、次式と、式(3), (4)の決定変数の制約のもとで、選好解を決定する。

$$0.1 \leq d_1 \leq 0.2 \quad \dots\dots\dots (12)$$

$$0.1 \leq d_3 \leq 0.3 \quad \dots\dots\dots (13)$$

$$\pi/2 \leq X \quad \dots\dots\dots (14)$$

[ステップ1] まず現状の設計においては、 $X = \pi/2$ radとして設計が行われているとして、 $\Psi_3^s = \pi/2$ と一定にして、コスト(アーム1と2の総体積)、性能(アーム先端におけるたわみ)の2目的問題を考える。

[ステップ2] 決定変数の制約によって、理想点 Ψ_1^* , Ψ_2^* が次のように決まる。

$$\begin{aligned} \Psi_1^* &= 5.018 \times 10^{-3} \text{ m}^3, \quad \Psi_2^* = 4.88 \times 10^{-5} \text{ m} \\ &\dots\dots\dots (15) \end{aligned}$$

式(6)の A_2 は、 $a=0.61$ において最小値をとる。よって初期選好解 $\Psi_1^s, \Psi_2^s, \Psi_3^s$ は、次のようになる。

$$\begin{aligned} \Psi_1^s &= 1.058 \times 10^{-2} \text{ m}^3, \quad \Psi_2^s = 9.558 \times 10^{-5} \text{ m}, \\ \Psi_3^s &= \pi/2 \text{ rad} \quad \dots\dots\dots (16) \end{aligned}$$

[ステップ3] ここで意思決定者に、式(16)の初期選好解($\Psi_1^s, \Psi_2^s, \Psi_3^s$)と下記の初期選好解でのトレードオフ比 λ_{21} を表示する。

$$\lambda_{21} = 6.691 \times 10^2 \text{ (m}^3/\text{m)} \quad \dots\dots\dots (17)$$

ここでは意思決定者がこの値に満足したものとして、2目的問題における選好解(一次選好解) $\Psi_1^{\text{op}}, \Psi_2^{\text{op}}$ が次のように決定される。

$$\begin{aligned} \Psi_1^{\text{op}} &= 1.058 \times 10^{-2} \text{ m}^3, \quad \Psi_2^{\text{op}} = 9.558 \times 10^{-5} \text{ m} \\ (\Psi_3^{\text{op}} &= 1.571 \text{ rad}) \quad \dots\dots\dots (18) \end{aligned}$$

[ステップ4] ここでステップ3で求めた一次選好解でのトレードオフ比 λ_{21} の値を一定にしたまま、 Ψ_3

の値を増大(改善)する。そして一次選好解からの改善量 $\Delta\Psi_3$ と一次選好解からの改悪量 $\Delta\Psi_1, \Delta\Psi_2$ との関係を、図10(3目的問題におけるパレート曲線)として表し、この図を意思決定者に示す。また $n=10$ としたこの対話的な選好解決定の流れの例を図11に示す。ここでは3回めの探索によって意思決定者が満足する設計解が得られ、これによって、最終的に次の選好解を得た。

$$\begin{aligned} \Psi_1 &= 1.154 \times 10^{-2} \text{ m}^3, \quad \Psi_2 = 1.011 \times 10^{-4} \text{ m}, \\ \Psi_3 &= 2.649 \text{ rad} \quad \dots\dots\dots (19) \end{aligned}$$

5. 結 言

本研究では、フレキシビリティのある製品を設計・生産するために、設計段階から使用環境の変動に対するフレキシビリティを考慮した最適設計の一つの方法論を提唱した。その結果、以下の結論を得た。

(1) コストの低減および性能の向上という従来の機械製品の多目的最適設計における主要な二つの目的に、新たにフレキシビリティの向上という目的を導入した。

(2) コストの低減、性能の向上、フレキシビリティの増大という3目的問題におけるパレート曲面を導出し、三つの目的にトレードオフの関係があることを確認した。そして、パレート曲面を用いて、使用環境に対するフレキシビリティを設計段階から評価することの必要性および有用性を述べた。

(3) 3目的問題の最適化を行う際、意思決定者の選好構造が適確に反映されにくい単一の目的関数にスカラー化して選好解を求めることを避け、パレート解上で、二つの設計案の比較を繰返すことによって選好解を得る対話的な方法論を構築した。その際、まず、コストの低減、性能の向上の2目的間の最適化を行い、それにより得られたトレードオフ比を一定にして3目的問題を考えることにより、3目的問題を2目的問題に帰着させた。それによって、フレキシビリティを考慮した最適設計問題の選好解を、有効に得ることができた。

文 献

- (1) Belegundu, A. D. and Zhang, S., *ASME J. Mech. Design*, 114-2(1992), 212.
- (2) Thurston, D. L., ほか2名, *ASME DE-Vol. 31* (1991), 173, *Design Theory and Methodology*.
- (3) 坂和, 非線形システムの最適化, (1986), 114, 森北出版.
- (4) 中山, システムと制御, 28-11(1984), 619.