各種制振構造システムのエネルギー吸収能力の
非定常解析*曾 根 彰^{*1}, 山 本 鎮 男^{*1}Nonstationary Analysis of Energy Absorption Capacity for Various Types
of Response Control Systems

Akira SONE and Shizuo YAMAMOTO

This study deals with a nonstationary analysis of energy absorption capacity for various types of response control systems for structures such as building subjected to the earthquake ground motion. In this study, a passive tuned mass damper (TMD), an active mass damper (AMD), an active tuned mass damper (ATMD) and an active tuned mass damper with lever and pendulum mechanism (APLD) are considered. This analytical study is based on expanding the Kanai-Tajimi earthquake model to include the nonstationary nature of the amplitude of earthquake ground motion. The mean cumulative absorbed energy, mean cumulative input energy and mean cumulative control energy, for four types of response control systems are calculated by solving the moment equations, and the calculated results are compared.

Key Words: Vibration, Random Vibration, Nonstationary, Energy-Absorbing Capacity, Response Control System, Moment Equation

1. ま え が き

近年, 地震や風などの外乱に対する建築構造物の安全性や居住性を確保するために, 各種制振構造が考案され実用化の段階にある⁽¹⁾. 制振構造は大別するとパッシブとアクティブ方式に分類される. 前者は, 制振対象の構造物に, 例えば動吸振器などのエネルギーを吸収する部材・装置を設置し, 構造物に入力したエネルギーをその装置で吸収して構造物への応答低減をはかるものである. また, 後者のアクティブ方式は, さらにその装置に外部からアクチュエータによる制御力を導入して, 振動応答の抑制をはかるものである.

従来から, パッシブ方式とアクティブ方式の性能比較は行われていたが^{(2)~(4)}, それらは確定した地震波のみの検討であった. また, 最近ではエネルギー授受の観点から制振構造システムの性能評価も行われている⁽⁵⁾.

そこで, 本研究では, 上記の各構造における吸収エネルギーや入力エネルギー等に着目し, これらのエネルギーを解析的に評価することを目的にする. 特に,

ここでは, 地震動の非定常性を考慮したモデルを用い, 確率的な応答解析を導入し, 構造物の制振に関与する入力エネルギー, 吸収エネルギー等の期待値を計算し, 各システムのエネルギーフローに対して物理的な解釈を加えた.

2. 地震動モデル

本研究では, 地震動の非定常性を考慮にいたした解析を行う. そこで, 地震動モデルとして, 金井-田治見モデル⁽⁶⁾を一般化した非定常モデルを導入する. すなわち, 構造物への入力地震加速度を $\ddot{u}_g$ とすると, 次式になる.

$$\ddot{u}_g(t) = -e(t)(2\zeta_g\omega_g\dot{x}_g(t) + \omega_g^2x_g(t)) \cdots \cdots (1)$$

$$\ddot{x}_g(t) + 2\zeta_g\omega_g\dot{x}_g(t) + \omega_g^2x_g(t) = -n(t) \cdots (2)$$

ここで, $x_g(t)$ はフィルタ応答変位, ω_g はフィルタの卓越円振動数である. ζ_g はフィルタ応答の帯域幅を決定する量である. $e(t)$ は包絡(確定)関数であり, また $n(t)$ は白色雑音の加速度である.

次に, 包絡関数 $e(t)$ としては, 次式のものを用いる.

$$e(t) = \frac{\exp(-at) - \exp(-bt)}{\{\exp(-at) - \exp(-bt)\}_{\max}} \cdots \cdots (3)$$

式(1), (2)を状態変数 $\mathbf{x}_g(t)^T = [x_g, \dot{x}_g]$ を用いて表

* 原稿受付 平成5年6月14日.

*¹ 正員, 京都工芸繊維大学工芸学部 (〒606 京都市左京区松ヶ崎御所海道町).

すと、次式になる。

$$\dot{x}_\theta(t) = A_\theta x_\theta(t) + D_\theta n(t) \quad \cdots \cdots (4)$$

$$\ddot{u}_\theta(t) = e(t) C_\theta x_\theta(t) \quad \cdots \cdots (5)$$

ただし、

$$A_\theta = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -\omega_\theta^2 & -2\zeta_\theta\omega_\theta \end{bmatrix}, \quad D_\theta^T = [0 \quad -1] \\ C_\theta = [-\omega_\theta^2 \quad -2\zeta_\theta\omega_\theta]$$

3. 解析モデルと運動方程式

本研究では、4種類の構造モデルを取り上げ、その吸収エネルギーを解析的に算定する。

(1) 制振モデル(パッシブ系、動吸振器形(TMD))

図1(a)の動吸振器を取付けた2自由度系の制振モデル(パッシブ系)において、運動方程式は次のようになる。

$$M\ddot{x}(t) + C\dot{x}(t) + Kx(t) = -\bar{M}\ddot{u}_\theta(t) \quad \cdots \cdots (6)$$

ここで、

$$M = \begin{bmatrix} m & 0 \\ m_d & m_d \end{bmatrix}, \quad C = \begin{bmatrix} c & -c_d \\ 0 & c_d \end{bmatrix},$$

$$K = \begin{bmatrix} k & -k_d \\ 0 & k_d \end{bmatrix}, \quad \bar{M}^T = [m \quad m_d],$$

$$x(t)^T = [x \quad x_d]$$

ここで、 m, c, k はそれぞれ構造物の質量、減衰係数、ばね定数であり、 m_d, c_d, k_d は、それぞれ動吸振器の質量、減衰係数、ばね定数である。さらに、 $x(t)$ は入力に対する m の相対変位であり、 $x_d(t)$ は m に対する

m_d の相対変位である。式(6)を状態ベクトル $x_s(t)^T = [x \quad x_d \quad \dot{x} \quad \dot{x}_d]$ を用いて表すと次式になる。

$$\dot{x}_s(t) = Ax_s(t) + D\ddot{u}_\theta(t) \quad \cdots \cdots (7)$$

ただし、

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ -\omega_0^2 & \gamma\omega_d^2 & -2\zeta_0\omega_0 & 2\gamma\zeta_d\omega_d \\ \omega_0^2 & -(1+\gamma)\omega_d^2 & 2\zeta_0\omega_0 & -2(1+\gamma)\zeta_d\omega_d \end{bmatrix}$$

$$D^T = [0 \quad 0 \quad -1 \quad 0]$$

ここで、 $\omega_0 = \sqrt{k/m}$ 、 $\zeta_0 = c/2m\omega_0$ 、 $\omega_d = \sqrt{k_d/m_d}$ 、 $\zeta_d = c_d/2m_d\omega_d$ 、 $\gamma = m_d/m$ である。

(2) 制振モデル(アクティブ系)

一方、図1(b)~(d)の制振モデルの場合には、制御力 $u(t)$ が導入されるので、運動方程式と状態方程式は次式になる。

$$M\ddot{x}(t) + C\dot{x}(t) + Kx(t) = -\bar{M}\ddot{u}_\theta(t) + \bar{I}u(t) \quad \cdots \cdots (8)$$

$$\dot{x}_s(t) = Ax_s(t) + Bu(t) + D\ddot{u}_\theta(t) \quad \cdots \cdots (9)$$

(a) アクティブマスダンパ形(AMD)

$$M = \begin{bmatrix} m & 0 \\ m_d & m_d \end{bmatrix}, \quad C = \begin{bmatrix} c & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad K = \begin{bmatrix} k & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$\bar{M}^T = [m \quad m_d], \quad \bar{I}^T = [1 \quad -1]$$

$$x(t)^T = [x \quad x_d]$$

$$x_s(t)^T = [x \quad x_d \quad \dot{x} \quad \dot{x}_d]$$

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ -\omega_0^2 & 0 & -2\zeta_0\omega_0 & 0 \\ \omega_0^2 & 0 & 2\zeta_0\omega_0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$B^T = [0 \quad 0 \quad 1/m \quad -(1/m + 1/m_d)]$$

$$D^T = [0 \quad 0 \quad -1 \quad 0]$$

(b) アクティブチューンドマスダンパ形(ATMD)

ただし、 $M, C, K, \bar{M}, x(t), A$ は、TMDと同じである。 $B, D, x_s(t), \bar{I}$ はAMDと同じである。

(c) 振り子とてこ形(APLD)⁽⁷⁾⁽⁸⁾

$$A = \begin{bmatrix} 0 & I \\ -M^{-1}K & -M^{-1}C \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} 0 \\ M^{-1}\bar{I} \end{bmatrix}$$

$$D = \begin{bmatrix} 0 \\ -M^{-1}\bar{M} \end{bmatrix}$$

ここで、

$$M = \begin{bmatrix} m + m_d + m_p & m_d + (1+\lambda)m_p \\ + m_l l(1+\lambda) & m_l l(1+\lambda)^2/2 \\ m_d + (1+\lambda)m_p & m_d + (1+\lambda)^2 m_p \\ + m_l l(1+\lambda)^2/2 & + m_l l(1+\lambda)^3/3 \end{bmatrix}$$

$$C = \begin{bmatrix} c & 0 \\ 0 & c_d \end{bmatrix}, \quad K = \begin{bmatrix} k & 0 \\ 0 & k_d \end{bmatrix}, \quad I = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

図1 制振構造システムの解析モデル

$$\bar{M} = \begin{bmatrix} m + m_d + m_p + m_i l(1+\lambda) \\ m_d + (1+\lambda)m_p + m_i l(1+\lambda)^2/2 \end{bmatrix}$$

ただし、 $x(t)$, $\bar{I}$, $x_s(t)$ は AMD, ATMD と同じである。 m_p , m_i はそれぞれ振り子の質量, レバーの分布質量である。 l は支点から m_d までの長さ, λ はてこ比である。

4. エネルギー吸収能力の評価

本研究では、地震入力を不規則振動過程として考え、不規則振動論に基づいた統計的な手法により各モデルにおけるエネルギー吸収能力の非定常解析を行う。

(1) 制振モデル(パッシブ系)のエネルギー吸収能力

式(6)の運動方程式をエネルギーの釣合いで記述すると次のようになる⁽⁹⁾。

$$\int_0^{t_e} \dot{\bar{x}}^T M \ddot{x} dt + \int_0^{t_e} \dot{\bar{x}}^T C \dot{x} dt + \int_0^{t_e} \dot{\bar{x}}^T K x dt = - \int_0^{t_e} \dot{\bar{x}}^T \bar{M} \ddot{u}_g dt \quad (10)$$

ここで、 $\bar{x}^T = [x \quad x + x_d]$, t_e は地震動の継続時間である。式(10)の右辺は入力エネルギーであり、左辺は制振対象系(m)と動吸振系(m_d)の弾性エネルギーと減衰による消費エネルギーの和になり、両者の釣合いを表す。式(10)を期待値で表すと、次式になる。

$$\int_0^{t_e} E[\dot{\bar{x}}^T M \ddot{x}] dt + \int_0^{t_e} E[\dot{\bar{x}}^T C \dot{x}] dt + \int_0^{t_e} E[\dot{\bar{x}}^T K x] dt = - \int_0^{t_e} E[\dot{\bar{x}}^T \bar{M} \ddot{u}_g] dt \quad (11)$$

右辺の入力エネルギーを期待値 $E[W_g]$ と表し、陽に書けば次式になる。

$$E[W_g] = - \int_0^{t_e} E[\{m\dot{x} + m_d(\dot{x} + \dot{x}_d)\} \dot{u}_g] dt \quad (12)$$

式(11)を視察すれば、共分散 $E[x\dot{x}]$, $E[\dot{x}x_d]$, $E[\dot{x}_d x]$, $E[x_d \dot{x}_d]$..., $E[\ddot{u}_g \dot{x}]$, $E[\ddot{u}_g \dot{x}_d]$ なる共分散が含まれることがわかる。これらを求めるために、以下に述べる共分散方程式を導入する。式(7)と第2章の地震動モデルの式を拡大系にすると、次のような状態方程式を得る。

$$\dot{y}(t) = A_e y(t) + D_e n(t) \quad (13)$$

ここで、

$$A_e = \begin{bmatrix} A & e(t)DC_g \\ 0 & A_g \end{bmatrix}, \quad D_e = \begin{bmatrix} 0 \\ D_g \end{bmatrix},$$

$$y(t)^T = [x \quad x_d \quad \dot{x} \quad \dot{x}_d \quad x_g \quad \dot{x}_g]$$

式(13)より、共分散方程式は、次式で与えられる。

$$\dot{R}(t) = A_e R(t) + R(t) A_e^T + D_e W D_e^T \quad (14)$$

ここで、 $R(t) = E[(y - m_y)(y - m_y)^T]$, $m_y(t) =$

$E[y] = 0$, $W = 2\pi S_0$ である。

本研究では、式(14)を各時間刻みごと ($\Delta t, 2\Delta t, 3\Delta t, \dots, n\Delta t$) に計算して、 $E[x\dot{x}]$, $E[\dot{x}x_d]$, $E[x\dot{x}_d]$, $E[x_d \dot{x}_d]$ などの非定常応答の共分散を求め、さらにこれらにより式(11)の各エネルギー吸収を計算し、これより動吸振器によるエネルギー吸収能力を評価する。

(2) 制振モデル(アクティブ系)のエネルギー吸収能力

図1(b)~図1(d)のアクティブ系の運動方程式によりエネルギーの釣合いをとると、次式になる。

$$\int_0^{t_e} \dot{\bar{x}}^T M \ddot{x} dt + \int_0^{t_e} \dot{\bar{x}}^T C \dot{x} dt + \int_0^{t_e} \dot{\bar{x}}^T K x dt = - \int_0^{t_e} \dot{\bar{x}}^T \bar{M} \ddot{u}_g dt + \int_0^{t_e} \dot{\bar{x}}^T \bar{I} u dt \quad (15)$$

ただし、 $x^T = [x \quad x + x_d]$ である。式(15)を同様に期待値で表すと、次式になる。

$$\int_0^{t_e} E[\dot{\bar{x}}^T M \ddot{x}] dt + \int_0^{t_e} E[\dot{\bar{x}}^T C \dot{x}] dt + \int_0^{t_e} E[\dot{\bar{x}}^T K x] dt = - \int_0^{t_e} E[\dot{\bar{x}}^T \bar{M} \ddot{u}_g] dt + \int_0^{t_e} E[\dot{\bar{x}}^T \bar{I} u] dt \quad (16)$$

前述したように、上式には、共分散 $E[x\dot{x}]$, $E[\dot{x}x_d]$, $E[\dot{x}_d x]$, $E[x_d \dot{x}_d]$..., $E[\ddot{u}_g \dot{x}]$, $E[\ddot{u}_g \dot{x}_d]$, $E[u\dot{x}]$, $E[u\dot{x}_d]$ なる共分散が含まれている。これらを求めるためには、同じように次の共分散方程式を導入する。

アクティブ系の状態方程式と第2章の地震動モデルの式を拡大系にして、次のような状態方程式を得る。

$$\dot{y}(t) = A_e y(t) + D_e n(t) \quad (17)$$

ここで、

$$A_e = \begin{bmatrix} A - BG & e(t)DC_g \\ 0 & A_g \end{bmatrix}, \quad D_e = \begin{bmatrix} 0 \\ D_g \end{bmatrix}$$

$$y(t)^T = [x \quad x_d \quad \dot{x} \quad \dot{x}_d \quad x_g \quad \dot{x}_g]$$

ただし、 G は後述するように拡大システムとしても求められるが、状態変数 $x_s^T = [x \quad x_d \quad \dot{x} \quad \dot{x}_d]$ に対するフィードバックゲインベクトルを意味する。したがって、制御力 $u(t)$ は次式で表される。

$$u(t) = -Gx_s = -(g_1 x + g_2 x_d + g_3 \dot{x} + g_4 \dot{x}_d) \quad (18)$$

g_1, g_2, g_3, g_4 は G の要素である。これにより、 $E[u\dot{x}]$, $E[u\dot{x}_d]$ は、それぞれ次のようになる。

$$E[u\dot{x}] = -(g_1 E[x\dot{x}] + g_2 E[\dot{x}x_d] + g_3 E[\dot{x}^2] + g_4 E[\dot{x}\dot{x}_d]) \quad (19)$$

$$E[u\dot{x}_d] = -(g_1 E[x\dot{x}_d] + g_2 E[x_d \dot{x}_d] + g_3 E[\dot{x}\dot{x}_d] + g_4 E[\dot{x}_d^2]) \quad (20)$$

したがって、パッシブ系と同様に共分散方程式によって上記などの共分散を求め、式(16)の各エネルギーを計算し、これより制御力によるエネルギー吸収力を

評価できる。

5. 動吸振器の最適パラメータと 制御力の最適化

図1(a)のモデルにおける動吸振器のパラメータの最適調整は、Den Hartogの最適調整式⁽¹⁰⁾を用いると次のようになる。すなわち、動吸振器の質量比 $\gamma = m_d/m$ に対して固有振動数比 ν と減衰比 ζ_d は次のようになる。ただし、 $\zeta_0=0$ とおく。

$$\left. \begin{aligned} \nu &= \omega_d/\omega_0 = 1/(1+\gamma) \\ \zeta_d &= (3\gamma/8(1+\gamma))^{1/2} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (21)$$

本研究では、この条件を動吸振器の最適調整として与える。また、図1(d)の振り子としてこの形(APLD)においても同様な最適調整を行う。

次に、図1(b)～(d)の制御系において、制御力 $u(t)$ は、現代制御理論に基づく最適レギュレータ問題を解くことによって決定する⁽¹¹⁾⁽¹²⁾。ただし、フィードバックゲインベクトル G にはいわゆる外乱のダイナミクスを入れた拡大システムで考えるとフィードフォワードの効果も得られるが、本研究では、フィードバックの効果のみを取り上げた。すなわち、評価関数 $J(u)$ を次の2次形式に置く。

$$J(u) = E[x_s^T Q x_s + r u^2] \dots\dots\dots (22)$$

Q, r は、重み係数である。 P は次のRiccati方程式の正定解である。

$$PA + A^T P - PBB^T P/r + Q = 0 \dots\dots\dots (23)$$

さらに、状態フィードバックゲインベクトル G は次式になる。

$$G = B^T P/r \dots\dots\dots (24)$$

6. 解析モデルのパラメータ設定

ここでは、10階の建物を想定して、各モデルのパラ

表1 パラメータの設定値

Parameters	Set Value
m	9.8×10^5 kg
m_d	9.8×10^3 kg
k	3.87×10^7 N/m
k_d	3.79×10^5 N/m
ω_0	6.28 rad/s
ω_d	6.22 rad/s
ζ_0	0.05
ζ_d	0.0609

表2 パラメータの設定値
(振り子としてを含む)

Parameters	Set Value
m	9.8×10^5 kg
m_d	9.8×10^2 kg
m_p	6.86×10^3 kg
m_{il}	4.90×10^2 kg
λ	3.0
k	3.87×10^7 N/m
k_d	4.67×10^6 N/m
ω_0	6.28 rad/s
ω_d	69.06 rad/s
ζ_0	0.05
ζ_d	0.6372

メータを決め、表1に示す。なお、表中の動吸振器部のパラメータは、第5章の式(21)による最適調整値を採用している。最適調整値を求めるにあたり $\zeta_0=0$ としているが、微少な値であるので最適調整をくずすことが少ないと考えられるので、建物の減衰を $\zeta_0=0.05$ としている。さらに、表2に振り子としてこのに関するパラメータを示す。

次に、地震動モデルのパラメータとしては、共振入力を想定して次のように設定した。

$$\left. \begin{aligned} \omega_g &= 6.28 \text{ rad/s} \\ \zeta_g &= 0.2, 0.6 \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (25)$$

さらに、包絡関数 $e(t)$ については、パラメータ $a=0.25, b=0.5$ とした。また白色雑音のパワースペクトルの一定値 S_0 は地震動の加速度の最大値が約 50 gal 程度になるように選んだ。継続時間 t_e は 20 s である。図2に、上記の値による確定関数の形状を示す。さらに、図3に入力地震加速度のパワースペクトルを示す。

また、アクティブモデルにおいて、式(23)のRiccati方程式の解より最適制御力を求める場合には、重み係数 r と Q を次のように設定した。ただし、システムとしては、入力の特徴を考慮した拡大システムであるので、入力のフィードフォワード制御が導入されるが、ここでは、これを無視して、単に状態フィードバック制御のみ検討する。さらに、この制御では、構造物の応答 $x(t)$ と制御力 $u(t)$ のみを評価関数に導入し

図2 確定関数 $e(t)$

図3 入力地震加速度のパワースペクトル密度

ているが、付加質量系の応答には拘束条件を与えていない。したがって、第7章の解析結果は、地震動の特性を固定し、さらに Q を構造物本体のみの変位に重みをつけた1ケースの結果であることを付け加える。

$$r: 10^{-12} \sim 10^{-16}$$

$$Q = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \dots \dots \dots (26)$$

7. 解析結果

まず、図4, 5にTMD, 制御入力を与えた場合のAMD, ATMD, APLDの制振効果の比較を示す。これらの図は、構造物の変位の分散 $E[x^2]$ の時刻歴であり、無制御の場合も加えている。これらは、 $\omega_g = 6.28$ rad/s で、 $\zeta_g = 0.2$ と 0.6 の場合であり、アクティブ制振構造系においては $r = 10^{-14}$ の例である。これらの図より、 $E[x^2]$ の最大値は無制御の場合に比べ、TMDでは約20%, AMD, ATMDとAPLDはほぼ同じで約65%低減することがわかる。

次に、式(16)の制御力 u によるエネルギー $E[W_u]$ を左辺に移行して、アクチュエータで消費されるエネルギーと考えて、各エネルギーの釣合いを時系列で示したものが図6~図8である。図中の $E[W_g]$, $E[W_{h1}]$,

$E[W_{h2}]$, $E[W_e]$ は、それぞれの時刻における $\ddot{u}_g$ による入力エネルギー、構造物の線形減衰 c による吸収エネルギー、動吸振器の線形減衰 c_d による吸収エネルギー、弾性エネルギーと運動エネルギーの和の累積値である。さらに、これらのエネルギーは構造物の質量 m で除した単位質量当りのエネルギーである。図6のATMDの場合で、 $E[W_{h2}]$ と $E[W_u]$ は正負と符号が異なり大きさはほぼ等しいことがわかる。これより、制御力 u は両質量間の減衰 c_d による減衰力と相異なる向きに導入されていることがわかる。換言すれば、制御力は主として質量間の減衰力を反力として導入されると言える。

一方、図7, 図8はAMDの場合は、両質量間には

図6 ATMDのエネルギーの釣合い ($\zeta_g = 0.2$, $r = 10^{-15}$)

図4 $E[x^2]$ の時刻歴の比較 ($\zeta_g = 0.2$, $r = 10^{-14}$)

図7 AMDのエネルギーの釣合い ($\zeta_g = 0.2$, $r = 10^{-13}$)

図5 $E[x^2]$ の時刻歴の比較 ($\zeta_g = 0.6$, $r = 10^{-14}$)

図8 AMDのエネルギーの釣合い ($\zeta_g = 0.2$, $r = 10^{-15}$)

ばねも減衰の要素も存在しないので制御力は付加質量の慣性力を反力として導入される。図7は小さい制御力 ($r=10^{-13}$) の場合のものであるが、制御力が小さいために付加質量の慣性力が小さく、したがって $E[W_e]$ も大きく成長せず地震の主要動(4秒)を過ぎると徐々に零に収束する。この場合、制御力によるエネルギー $E[W_u]$ は主要動を過ぎて徐々に右上がりの方向に転じ、約8秒で $E[W_e]$ と交差して以降は制御力の導入もなくフラットな特性となる。一方、図8のように大きな制御力 ($r=10^{-15}$) では、制御力の導入する反力としての付加質量の慣性力が非常に大きくなり、結果として $E[W_e]$ は、 $E[W_u]$ が負の値をとるのに対向して正の符号で大きくなり、地震が終了しても零点に復帰しない不安定な現象を呈している。

$E[W_u]$ の符号を物理的に考察するために、 $E[W_u]$ を視察すると次式になる。

$$\begin{aligned} E[W_u] &= - \int_0^{t_e} E[\dot{x}^T \bar{I} u] dt \\ &= - \int_0^{t_e} E[(\dot{x} + \dot{x}_d)[1] u] dt = \int_0^{t_e} E[\dot{x}_d u] dt \end{aligned} \quad \dots\dots\dots (27)$$

$E[W_u]$ の符号は相対速度 $\dot{x}_d$ と制御力 u の符号に依

存されることがわかる。すなわち、 $\dot{x}_d$ と u が同符号であればエネルギーは正、異符号であれば負となる。

制御力 u による入力エネルギー $E[W_u]$ と制御重み係数の逆数 $1/r$ の関係を図9と10に示す。これらは、 $t_e=20$ sにおける累積値で、 $\zeta_0=0.2$ と 0.6 の場合である。ATMDあるいはAPLDの場合には制御力の増加 ($1/r$ の増加) と共に負のエネルギーが増大するが、AMDの場合には $1/r < 10^{15}$ の範囲でいったん正の方向に増加し $1/r=10^{14}$ 近傍で極値を示し、以降で右下がりの様相を呈しながら負に転じている。 $1/r$ が小さい範囲で正のエネルギーを示すのは、前述のように制御力が小さい範囲では制御力の導入のための反力として、付加質量の慣性力が大きく成長しないからである。これを確認するために、 $\zeta_0=0.2$ における付加質量の絶対加速度の $[E(\ddot{x} + \ddot{x}_d + \ddot{u}_g)^2]_{\max}^{1/2}$ を図11に示す。この図に見られるように、制御力 $u=0$ の静止状態から $1/r$ の増加と共に付加質量の絶対加速度が急増するのが見受けられる。

これらのことを根軌跡から検討したものが図12である。図中の○、□が構造物の根軌跡、●、■が付加系の根軌跡を示す。制御力の増大は、AMDの場合には

図9 $E[W_u]$ と $1/r$ の関係 ($\zeta_0=0.2$)

図11 $[E(x + x_d + u_g)^2]^{1/2}$ と $1/r$ の関係 ($\zeta_0=0.2$)

図10 $E[W_u]$ と $1/r$ の関係 ($\zeta_0=0.6$)

図12 AMDとATMDの根軌跡 ($\zeta_0=0.2$)

構造物の減衰とばね剛性の増加に寄与し, ATMD は主として構造物のばね剛性の増加と付加系の減衰の増加に寄与しているのが見られる。さらに, AMD の場合には付加系の根が原点にあるために, 前述のように制御力が大きくなると不安定の現象を示す。

8. あ と が き

本研究では, 代表的な制振構造系, すなわちパッシブ系やアクティブ系におけるエネルギー吸収に着目し, その吸収エネルギーの非定常解析を共分散方程式を用いて行った。この解析により, 各制振構造システムのエネルギー吸収や制御力によるエネルギーフローを比較検討した。

今後は, 数値シミュレーションによる検証, さらには制御重み係数等の検討を含みながらほかの制御システムや制御方式に対して検討を行う予定である。

文 献

- (1) 田川, 我が国のアクティブ制震(振)技術の現状を探る, 建築雑誌, 108-1338(1993), 32.
- (2) 小泉・ほか 2 名, アクティブマスダンパによる構造物の制御(地震入力に対するアクティブマスダンパとダイナミックダンパの性能比較), 機論, 55-515, C(1989), 1602.
- (3) 背戸・ほか 2 名, ハイブリット動吸振器による振動制御, 機論, 57-534, C(1991), 478.
- (4) 姜・吉田, アクティブ振動制御における評価関数と制御特性, 機論, 58-552, C(1992), 2373.
- (5) Mita, A. and Kaneko, M., Hybrid Versus Tuned or Active Mass Dampers for Response Control of Tall Buildings, *Proc. of 1st MOVIC*, (1992), 304.
- (6) Tajimi, H., A Statistical Method of Determining Response of a Building Structure during an Earthquake, *Proc. 2nd WCEE*, II(1960), 781.
- (7) 藤波・ほか 2 名, 振り子とてこ機構を付与した動吸振器による制振(パラメータの最適設計), 機論, 57-543, C(1991), 3490.
- (8) 藤波・山本, 振り子とてこ機構を付与した動吸振器による制振(機構の原理と最適調整), 機論, 57-538, C(1991), 1842.
- (9) 秋山, 建築物の耐震極限設計, (1980), 1, 東京大学出版会.
- (10) Den Hartog, *Mechanical Vibration*, (1947), 115, McGraw-Hill.
- (11) 樺木・ほか 2 名, 確率システムの制御の基礎, (1975), 37, 日新出版.
- (12) 吉田, 制振・制御の理論, 機習教, 890-49(1989), 13.