並列学習のボイラドラム水位制御への応用*

磯 村 修 —*1

Application of parallel Learning to Boiler Drum Level Control

Shuichi ISOMURA

When a feedback control system model is obtained mathematically or physically, a parallel learning system can be composed by copying the model to i ($i=1, 2, \dots, k$) systems corresponding to learning times. In the copied systems, the actuating signal of the $i-1$ -th model is added to the actuating signal of the i -th model. Thus obtained k -th learning model is equivalent to the system which has a filter as series compensator composed by the sum of i ($i=0, 1, 2, \dots, k$) multiple of the left side of the characteristic equation. This paper calls the sum "multiple eigenvalue filter", and shows that the multiple eigenvalue filter is applicable in actual plant control systems, to eliminate control variable deviation without losing stability when disturbance is added to the systems. It is demonstrated that control deviation becomes to zero by first learning in the control systems including integral action such as level control. Although controlled systems have an inverse response characteristics which is found in boiler drum level behaviour, the proposed parallel learning method is a powerful way to control the level stably as well as precisely.

Key Words: Parallel learning, Boiler, Drum level, Model, Feedback Control, Multiple Eigenvalue, Simulation

1. ま え が き

原動機の制御は、電力系統における需給のアンバランスによる大幅な負荷変動要求に応えるため、従来のフィードバック制御に加え、負荷変動外乱に応じた先行動作を与えるフィードフォワード制御を採用してきた。現在、フィードフォワードとフィードバックの割合は7:3ぐらいになっている⁽¹⁾。フィードフォワード制御は、種々の負荷変動外乱に対する操作量変化の長年にわたる経験の積重ねから得られたが、最近では、さまざまな補償回路⁽²⁾や最適制御⁽³⁾の実用化が進んでいる。

学習に関しては、これまで、制御偏差の逐次学習によって制御性の改善を試みた報告がなされているが⁽⁴⁾⁻⁽⁶⁾、著者は外乱を受けるフィードバック制御系におけるフィードフォワード制御を求める手段として、フィードバック制御による操作量の変化を繰返し学習することを提案した⁽⁷⁾⁽⁸⁾。これは操作量を記憶して次に外乱を受けたとき、記憶した操作量を先行動作として加える時系列的な逐次学習ではなく、リアルタイム

シミュレーションモデルを学習の回数分、例えば、 k 個並べて外乱をすべてのモデルに一斉に与え、 $i-1$ 番めのモデルの操作量を i 番めのモデルの操作量に加える方法である。この方法によれば k を増加させていくことにより、制御系の安定性を損なうことなく制御偏差を限りなく小さくすることができるのみならず、瞬時に学習が完了するので、動的システムの学習過程を一括して連立微分方程式系で表現でき、学習の効果や安定性を解明しやすいからである。すでに報告した「制御系の並列学習(重根フィルタの提案)」⁽⁷⁾では、このような並列学習を提案し、その構成方法と効果について述べ、フィードバック制御が比例動作のみでも並列学習の最終過程ではPID制御と同じような効果が得られることを示した。さらに、フィードバック制御系の操作部を k 回並列学習することは、制御対象伝達関数を P 、制御伝達関数を C とするとき、特性方程式の左辺($I+PC$)を i 乗($i=0, 1, 2, \dots, k$)したものを合計して、制御伝達関数 C に直列に挿入したことと同等であることから、これを重根フィルタと名付けた。このフィルタでは、特性方程式の根は重複するだけなので、制御系は不安定とはならないことがわかったが、なぜ、PIDの機能が生じるのかについても調べた。この並列学習では、偏差がある限り繰返しフィードバック

* 原稿受付 平成5年6月18日。

*1 正員、三菱重工業(株)原動機技術統括室 (〒108 東京都港区芝5-34-6)。

ク制御が働くので、積分的な効果(I 動作)があるが、それでも不安定にならないのは微分的な要素(D 動作)によることもわかった。並列学習された系の特性改善に影響を及ぼすこれらの機能について、すでに報告した「並列学習制御系の安定性」⁽⁸⁾では、固有値、固有ベクトルの計算結果をもとに明らかにするとともに、ナイキストの判別法を用いてより定量的に安定性を検討した。本論文では、これまで線形系を対象に提案した並列学習から得られる重根フィルタの方法を、外乱を受ける非線形の実プラントに応用した結果について述べる。なお、外乱がランダムでかつフィードバック制御が役に立たない対象は適用範囲外とする。

火力発電プラントのドラム水位は、次の理由で、蒸気温度制御に次いでPID フィードバック制御の難しい対象である。

(1) 水位の応答は積分形のため積分動作を使うと不安定となる。

(2) 蒸気流動変動外乱に対し水位の逆応答が現れる。制御偏差をなくすため積分動作を使うと、位相が 180° 遅れ水位制御が不安定となる。位相遅れを補償しようとして微分動作を使うと、水位の逆応答に敏感に反応して振動的となる。そのため、制御システムの現地調整では苦勞するので、水位のオフセットを許して比例動作のみのフィードバック制御を採用している。本論文は、このような問題を解決するための有力な制御方式を提供するものである。

2. 並列学習システムの構成

非線形ダイナミカルシステムで、並列学習システムを次のように構成する。状態方程式を

$$dx/dt = F(x, u, v) \quad (1)$$

出力の式を

$$y = G(x) \quad (2)$$

操作量の式を

$$u = w + z \quad (3)$$

フィードバック制御の動作信号を

$$z = C(y_T - y) \quad (4)$$

と表す。 w は先行動作で、操作量 u は w とフィードバック制御の動作信号 z との和で与えられる。ここに、 x は n 次元状態ベクトル、 u は m 次元操作ベクトル、 v は l 次元外乱ベクトル、 y は m 次元出力ベクトル、 y_T は m 次元目標出力ベクトル、 w は m 次元先行制御ベクトル、 z は m 次元フィードバック制御ベクトルであり、 F は n 次元状態ベクトル x 、 m 次元操作ベクトル u および l 次元外乱ベクトル v の関数、 G は n 次元状態ベクトル x の関数、 C は $n \times m$ 定数マト

リックスである。

式(1)～(4)で表される制御系を k 組コピーしたとき、 i 番めのモデルは、組の番号を変数の右肩に()付きで表すと、

$$dx^{(i)}/dt = F(x^{(i)}, u^{(i)}, v^{(i)}) \quad (5)$$

$$y^{(i)} = G(x^{(i)}) \quad (6)$$

$$u^{(i)} = w^{(i)} + z^{(i)} \quad (7)$$

$$z^{(i)} = C(y_T^{(i)} - y^{(i)}) \quad (8)$$

を得る。先行制御 $w^{(i)}$ として、前回までのすべてのフィードバック制御信号 $z^{(j)}$ ($j=1, 2, \dots, i-1$)を取込むと、

$$w^{(i)} = z^{(1)} + z^{(2)} + z^{(3)} + \dots + z^{(i-1)} \quad (9)$$

である。これは一つ前の操作量 $u^{(i-1)}$ を取込むのと同じことなので、

$$w^{(i)} = u^{(i-1)} \quad (10)$$

とも書ける。目標ベクトル $y_T^{(i)}$ も外乱ベクトル $v^{(i)}$ もすべてのモデルに同じ目標ベクトル y_T と外乱ベクトル v が与えられるとすると、すなわち、

$$y_T^{(1)} = y_T^{(2)} = \dots = y_T^{(k-1)} = y_T^{(k)} = y_T \quad (11)$$

$$v^{(1)} = v^{(2)} = \dots = v^{(k-1)} = v^{(k)} = v \quad (12)$$

であるから、上記の関係は

$$dx^{(i)}/dt = F(x^{(i)}, u^{(i)}, v) \quad (13)$$

$$z^{(i)} = C(y_T - y^{(i)}) \quad (14)$$

と表すことができる。

3. ボイラドラム水位のモデル

3.1 仮定と計算式 ボイラ火炉、蒸発部、ドラム、降水管、過熱器からなるボイラドラム水位のモデルを図1に示す。

数式モデルは次の仮定のもとに作成した。

図1 ボイラドラム水位のモデル

(1) ドラムの水面下にある蒸発管内の気泡が水位に与える影響を求めるため、蒸発管内の乾き度を計算する。

(2) そのため蒸発管内水・蒸気流を分布系として扱う。

(3) 水・蒸気側の熱伝達は蒸気流量と乾き度の関数とした。

(4) メタルは集中系として扱った。

(5) 水・蒸気流動の圧縮性と慣性は無視した。

(6) 火炉のガス側の熱伝達は対流のみとした。

(7) 蒸気圧力は系全体で一様とし、集中化した容器の物質および熱収支から、平均の比重量とエンタルピーを求め、蒸気圧力や蒸気温度など他の状態量は蒸気表から計算した。

ドラム水位の動特性計算式に関する詳細は付録1に示す。

3・2 動特性 ボイラ動特性を表す付録1の計算式を連立させて解くために、対話形微分方程式向きシミュレーションプログラム(IDES)を使用した。IDESでは、微分方程式をそのまま書き下ろすだけでシミュレーション結果がグラフィックCRTに出力される。

分布系として扱った蒸発管および過熱器の偏微分方程式は階差式に直して入力する。分割数は10とした。

(1) 給水流量変化に対する応答

操作量をすべて手動にした系で、まず、給水を25%減少させたときの応答を計算した。結果を図2と3に示す。図2にはドラム水位とボイラ圧力の応答をのせている。圧力のスケールは定格値に対する割合で示した。図2から給水の減少でボイラ圧力もドラム水位も下がる。給水は直接ドラムに出入りするの、ただちにドラム水位を上下させる。蒸発管内の気泡には影響を及ぼさないから、逆応答はでない。蒸気温度は飽和なので圧力に比例するから、グラフでは省略した。図3のグラフは乾き度の分布である。乾き度がいったん上昇するのは、圧力の低下で飽和蒸気温度も下がり、メタルから水・蒸気への伝熱量が増えるからである。

(2) 蒸気流量変化に対する応答

タービン入口の調速弁(GV)で蒸気流量を25%減少させたときの応答を図4と5に示す。

図4のグラフはドラム水位とボイラ圧力の応答で、ドラム水位がいったん低下する逆応答が現れている。蒸気流量が絞られても、給水は一定なので圧力が上昇

図2 給水流量変化に対する水位と圧力の応答

図4 蒸気流量変化に対する水位と圧力の応答

図3 給水流量変化に対する乾き度の応答

図5 蒸気流量変化に対する乾き度の応答

し、飽和蒸気温度も上昇するので、伝熱量が減少して水面下の蒸発管内の気泡がつぶれるからである。

一方、給水過剰のため、やがてドラム水位は上昇するが、この気泡のつぶれと給水と蒸気流量のアンバランスによる水位上昇では、気泡のつぶれのほうが早いので逆応答になる。時間がたつと圧力上昇と飽和蒸気温度の上昇を伴う蒸発が進むため、ドラム水位の上昇は抑制され、図4のグラフのようにドラム水位は自己制御性をもつ。図5には乾き度の分布を示した。乾き度がいったん下がるのは、圧力の増加で飽和蒸気温度も上がりメタルから水・蒸気への伝熱量が一時的に減るからである。

(3) ボイラ圧力一定のもとでの蒸気流量変化に対する応答

燃料でボイラ圧力を一定に保ちながら、蒸気流量を25%減少させたときの応答を図6と7に示す。

図6のグラフはドラム水位と圧力の応答で、この場合には圧力上昇を伴う蒸発量の増加はないので、ドラム水位は自己制御性をもたなくなる。図7の乾き度の

分布は下がったままである。これは圧力を一定に保つため、燃料を絞り伝熱量が減少するためである。

4. 並列学習制御

給水流量でドラム水位を比例動作のみで並列学習制御する問題を考える。並列学習制御のシミュレーションのため、3章の計算式を i 組($i=1, 2, \dots, k$)コピーし、第1組の給水流量を先行動作として第2組の給水流量に加え、第2組の給水流量を先行動作として第3組の給水流量に加える。以下、同じようにして、第 $k-1$ 組の給水流量を先行動作として第 k 組の給水流量に加える。3章の開ループのときと同じように、-25%蒸気流量外乱に対するシミュレーションを行った結果を図8に示した。図8では $k=3$ とした。

図8で、 $i=0$ は学習しない場合で、比例制御のためオフセットが出ている。しかし、 $i=1$ 、すなわち、1回めの学習でドラム水位のオフセットが零になるのは注目値とする。重根フィルタをイメージとして生成する並列学習制御では、対象が積分のときは、1回めの学

図6 蒸気流量変化に対する水位・圧力の応答 (圧力一定)

図8 蒸気流量変化に対するレベルの応答 (学習制御)

図7 蒸気流量変化に対する乾き度の応答 (圧力一定)

図9 蒸気流量変化に対するレベルの応答 (比例制御)

習でオフセットを零にすることができる。

理由は付録2に示す。

図9には、比較のため、学習を行わない場合で、比例ゲインを2倍、4倍、8倍としたときのシミュレーション結果を載せている。図9から、過渡偏差は減少する。しかし、オフセットを減らそうとして比例ゲインを上げると不安定となる。

5. ま と め

本論文の結果は次のように要約される。

(1) 並列学習制御は、ボイラドラム水位のような逆応答特性をもち、かつ、自己制御性のない系にも有効である。

(2) ボイラドラム水位に限らず、一般に、対象の動特性が積分のときは、1回めの学習でオフセットを零にすることができる。

付録1. 計 算 式

(1) 蒸発部

水・蒸気の熱収支は

$$\partial h_B / \partial t + u_B \partial h_B / \partial z = \Delta q_B / \gamma_B / f_B \quad (15)$$

メタル内の熱収支は

$$\gamma_m c_m V_{Bm} dT_{Bm} / dt = \Delta q_g - \Delta q_B \quad (16)$$

である。ここに、 u_B は管内流速で

$$u_B = W_B / \gamma_B / f_B \quad (17)$$

Δq_B , Δq_g はそれぞれ水・蒸気側およびガス側の蒸発管単位長当たりの伝熱量で

$$\Delta q_B = \alpha_B F_B (T_{Bm} - T_B) \quad (18)$$

$$\Delta q_g = \alpha_g F_g (T_g - T_{Bm}) \quad (19)$$

である。 h_B はエンタルピー、 z は管方向の座標、 T_{Bm} はメタル温度、 T_g はガス温度、 γ_m はメタルの比重、 c_m はメタルの比熱、 V_{Bm} は単位長当たりの体積、 W_B は循環流量、 γ_B は水・蒸気の比重、 f_B は管流路断面積、 F_B は蒸発管単位長当たり水蒸気側の伝熱面積、 F_g は蒸発管単位長当たりガス側の伝熱面積、 α_B は水・蒸気側の熱伝達率、 α_g はガス側の熱伝達率、 T_B は蒸気温度である。水・蒸気側の熱伝達率は

$$\alpha_B = \alpha_{B0} (1 + rx) (W_B / W_{B0})^{0.8} \quad (20)$$

とした。 W_{B0} は W_B の定格値、 α_{B0} は定格での α_B 、 r は定数、 x は乾き度である。他の水・蒸気の状態量 T_B , γ_B , x は蒸気圧力 p とエンタルピー h_B から

$$T_B = T_B(p, h_B) \quad (21)$$

$$\gamma_B = \gamma_B(p, h_B) \quad (22)$$

$$x = x(p, h_B) \quad (23)$$

と求まる。入口の境界 $z=0$ では、蒸発管入口流量は

$$W_B = W_{BCP} \quad (24)$$

蒸発管入口エンタルピーは

$$h_B = (h_W W_C + h_F W_F) / (W_C + W_F) \quad (25)$$

である。ここに、 W_{BCP} は循環水ポンプの流量、 W_C は降水管内流量、 h_W は湿り蒸気のエンタルピー、 W_F は給水流量、 h_F は給水のエンタルピーである。

(2) ドラム

水の物質収支

$$F_D dL_X / dt = W_B (1 - x_E) / \gamma_W - W_C / \gamma_W \quad (26)$$

から決まる水位 L_X にドラム水面下管内気泡の補正を加えて、ドラム水位は

$$L_D = L_X + \left(\int_0^{l_B} x V_B dz \right) / F_D \quad (27)$$

として計算した。 F_D は断面積、 x_E は蒸発管出口の乾き度、 γ_W は湿り蒸気比重、 V_B は蒸発管単位長当たりの体積、 l_B は蒸発管の長さである。

(3) 降水管

降水管入口の流量バランスから

$$\dot{W}_C = W_B - W_F \quad (28)$$

であり、降水管入口でのエンタルピー h_C は飽和水のエンタルピーなので、蒸気表から

$$h_C = h_W(p) \quad (29)$$

となる。

(4) 火炉ガス温度

火炉ガス温度は燃料流量 W_{FL} と発熱量 H_U の関数として、 $T_g = T_g(W_{FL}, H_U)$ と表せるが、計算では、火炉ガス温度 T_g をボイラ入力とした。

(5) ボイラ循環水ポンプ(BCP)

ポンプ流量 W_{BCP} は出入口の差圧 Δp_{BCP} に比例するとした。

$$W_{BCP} = C_{BCP} \Delta p_{BCP} \quad (30)$$

(6) ボイラ圧力

物質収支は

$$d(\gamma^* \cdot V_T) / dt = W_F - W_S \quad (31)$$

熱収支は

$$\begin{aligned} & d(\gamma^* \cdot V_T \cdot h^* + c_m \cdot \gamma_m \cdot V_{Tm} \cdot T_m) / dt \\ & = W_F h_F - W_S h_S - \Delta Q_T \end{aligned} \quad (32)$$

である。 γ^* は平均の比重、 h^* は平均のエンタルピー、 V_T はドラムを含む蒸発部と過熱器の全体積、 V_{Tm} はドラムを含む蒸発部と過熱器のメタルの体積、 W_S は蒸気流量、 h_S は過熱器出口のエンタルピー、 ΔQ_T は蒸発部と過熱器での吸収熱量である。

$$\Delta Q_T = W_F (h_F - h^*) - W_S (h_S - h^*) \quad (33)$$

から、平均の比重 γ^* とエンタルピー h^* を求め、蒸気表から平均の圧力

$$p^* = p^*(\gamma^*, h^*) \quad (34)$$

を計算する。

(7) 過熱器

過熱蒸気の熱収支は

$$\partial h / \partial t + u \partial h / \partial z = \Delta q_s / \gamma / f \quad (35)$$

メタル内の熱収支は

$$c_m \gamma_m V_m dT_m / dt = \Delta q_g - \Delta q_s \quad (36)$$

である。ここに、 u は管内流速で

$$u = W_s / \gamma / f \quad (37)$$

Δq_s , Δq_g はそれぞれ水・蒸気側およびガス側の過熱管単位長当たりの伝熱量で

$$\Delta q_s = \alpha_s F_s (T_m - T_s) \quad (38)$$

$$\Delta q_g = \alpha_g F_g (T_g - T_m) \quad (39)$$

である。

h はエンタルピー、 z は管方向の座標、 T_m はメタル温度、 V_m はメタル単位長当たりの体積、 W_s は蒸気流量、 γ は蒸気の比重、 f は管流路断面積、 F_s は過熱管単位長当たり蒸気側の伝熱面積、 F_g は過熱管単位長当たりガス側の伝熱面積、 α_s は蒸気側の熱伝達率、 α_g はガス側の熱伝達率である。

蒸気側の熱伝達率は

$$\alpha_s = \alpha_{s0} (W_s / W_{s0})^{0.8} \quad (40)$$

とした。 W_{s0} は W_s の定格値、 α_{s0} は定格での α_s である。他の過熱蒸気の状態量 T , γ , x は、 p と h から

$$T = T(p, h) \quad (41)$$

$$\gamma = \gamma(p, h) \quad (42)$$

$$x = x(p, h) \quad (43)$$

から求められる。入口の境界では、 $z=0$ で、過熱管入口流量 W_{SH} は、スプレー流量 W_{SP} との和

$$W_{SH} = W_s + W_{SP} \quad (44)$$

となる。 T は蒸気温度、 p は蒸気圧力である。過熱管入口エンタルピー h_{SH} は

$$h_{SH} = (h_s W_s + h_{SP} W_{SP}) / (W_s + W_{SP}) \quad (45)$$

となる。 h_{SP} は給水のエンタルピーである。

(8) 制御

蒸気圧力は燃料(ガス温度で代表)で比例制御する。

$$T_g = C_P (p_T - p^*) \quad (46)$$

p_T は p^* の目標である。

ドラム水位は給水で比例制御する。検出と操作部の遅れを考慮し

$$\tau_s dY_s / dt = (L_{DT} - L_D) - Y_s \quad (47)$$

$$\tau_D dW_F / dt = C_L Y_s - W_F \quad (48)$$

とした。ここに、 L_{DT} は L_D の目標、 Y_s は検出器出力、 τ_s , τ_D は検出および操作部の遅れの時定数である。

過熱器蒸気温度 T はスプレー流量 W_{SP} で制御する。

$$W_{SP} = C_{SP} (T_T - T) \quad (49)$$

T_T は T の目標である。

なお、計算に最小限必要な定数と初期値は次のとおりである。

$\gamma_m = 7800 \text{ kg/m}^3$, $c_m = 502.4 \text{ J/kg/}^\circ\text{K}$, $l_B = 30 \text{ m}$,
 $\alpha_B = 2.09 \times 10^5 \text{ W/m}^2/^\circ\text{K}$, $\alpha_g = 104.7 \text{ W/m}^2/^\circ\text{K}$, $r = 2$,
 $C_{BCP} = 3.275 \times 10^{-4} \text{ kg/s/Pa}$, $C_P = 2.03 \times 10^{-3} \text{ }^\circ\text{K/Pa}$,
 $C_L = 40 \text{ kg/s/m}$, $\tau_s = 4 \text{ s}$, $\tau_D = 30 \text{ s}$, $p^* = 1.334 \times 10^7$

Pa, $W_s = 72.2 \text{ kg/s}$, $x_1 = 0$, $x_{10} = 0.45$, $L_D = 0 \text{ m}$,

蒸発管内径: $d_{Bs} = 0.0635 \text{ m}$,

蒸発管外径: $d_{Bg} = 0.0735 \text{ m}$,

蒸発管本数: $M_B = 400$,

ドラム内径: $d_{Di} = 1 \text{ m}$,

ドラム外径: $d_{Di0} = 1.1 \text{ m}$,

ドラムの長さ: $l_D = 11 \text{ m}$,

降水管内径: $d_c = 0.2779 \text{ m}$,

降水管長: $l_c = 30 \text{ m}$,

降水管本数: $M_c = 4$.

付録2. 対象が積分の場合のオフセット

対象が積分の場合に1回の学習でオフセットが零になることを線形系で示す。

まず、線形ダイナミカルシステムで並列学習システムを構成する。状態方程式を

$$dx/dt = Ax + Bu + Hv \quad (50)$$

出力の式を

$$y = Gx \quad (51)$$

操作量の式を

$$u = w + z \quad (52)$$

フィードバック制御の動作信号を

$$z = C(y_T - y) \quad (53)$$

と表す。 w は先行動作で、操作量は w とフィードバック制御の動作信号 z との和で与えられる。ここに、 x は n 次元状態ベクトル、 u は m 次元操作ベクトル、 v は l 次元外乱ベクトル、 y は m 次元出力ベクトル、 y_T は m 次元目標出力ベクトル、 w は m 次元先行制御ベクトル、 z は m 次元フィードバック制御ベクトルであり、 A は $n \times n$ 定数マトリックス、 B は $n \times m$ 定数マトリックス、 H は $n \times l$ 定数マトリックス、 G は $m \times n$ 定数マトリックス、 C は $m \times m$ 定数マトリックスである。 $Y = Y(s)$ を $y = y(t)$ のラプラス変換、 $U = U(s)$ を $u = u(t)$ のラプラス変換、 $V = V(s)$ を $v = v(t)$ のラプラス変換、 $Y_T = Y_T(s)$ を $y_T = y_T(t)$ のラプラス変換とすると、式(50)と式(51)は

$$Y = PU + QV \quad (54)$$

となる。ここに、 P , Q はそれぞれ $m \times m$, $m \times l$ の伝達関数行列で、

$$P = G(sI - A)^{-1}B \quad (55)$$

$$Q = G(sI - A)^{-1}H \quad \dots\dots\dots (56)$$

である。同様に式(52)と(53)もラプラス変換して、

$$U = W + Z \quad \dots\dots\dots (57)$$

$$Z = C(Y_T - Y) \quad \dots\dots\dots (58)$$

となる。式(54), (57), (58)から U, Z を消去すると、

$$Y = PC(Y_T - Y) + PW + QV \quad \dots\dots\dots (59)$$

となり、もし $(I + PC)$ の逆行列 $(I + PC)^{-1}$ 存在すれば、

$$Y = (I + PC)^{-1}\{PCY_T + PW + QV\} \quad \dots\dots\dots (60)$$

が得られる。式(54), (57), (58)で表される制御系を k 組コピーしたとき、 i 番めのモデルは、組の番号を変数の右肩に () 付きで表すと、

$$Y^{(i)} = PU^{(i)} + QV^{(i)} \quad \dots\dots\dots (61)$$

$$U^{(i)} = W^{(i)} + Z^{(i)} \quad \dots\dots\dots (62)$$

$$Z^{(i)} = C(Y_T^{(i)} - Y^{(i)}) \quad \dots\dots\dots (63)$$

となり、また、 $i-1$ 番めのモデルは

$$Y^{(i-1)} = PU^{(i-1)} + QV^{(i-1)}$$

$$U^{(i-1)} = W^{(i-1)} + Z^{(i-1)}$$

$$Z^{(i-1)} = C(Y_T^{(i-1)} - Y^{(i-1)})$$

と表すことができる。 i 番めのモデルの先行動作 $W^{(i)}$ に $i-1$ 番めのモデル操作量 $U^{(i-1)}$ を与えるとする

$$W^{(i)} = U^{(i-1)} = W^{(i-1)} + Z^{(i-1)} \quad \dots\dots\dots (64)$$

である。次に式(62), 式(64)から i 番めのモデルの操作量 $U^{(i)}$ を求めると

$$U^{(i)} = W^{(i-1)} + Z^{(i-1)} + Z^{(i)} \quad \dots\dots\dots (65)$$

となる。式(63), (65)を(61)に代入すると、

$$Y^{(i)} - Y^{(i-1)} = PC(Y_T^{(i)} - Y^{(i)}) \quad \dots\dots\dots (66)$$

が得られる。ただし $i=1, 2, 3, \dots, k$ である。

並列学習されたすべてのモデルに対し、同じ目標ベクトル Y_T が与えられるなら、すなわち、

$$Y_T^{(1)} = Y_T^{(2)} = \dots = Y_T^{(k-1)} = Y_T^{(k)} = Y_T$$

であるとき、この漸化式(66)を解いて

$$Y^{(k+1)} = \{I + (I + PC) + (I + PC)^2 + \dots + (I + PC)^k\}PC(Y_T - Y^{(k+1)}) + QV \quad \dots\dots\dots (67)$$

という関係が得られる。

これは $Y^{(k+1)}$ について解くと

$$Y^{(k+1)} = \{I - (I + PC)^{-(k+1)}\}Y_T + (I + PC)^{-(k+1)}QV \quad \dots\dots\dots (68)$$

または

$$Y^{(k+1)} = Y_T - \{I - (I + PC)^{-1}PC\}^{k+1}Y_T + \{I - (I + PC)^{-1}PC\}^{k+1}QV \quad \dots\dots\dots (69)$$

が得られる。

$k=0$ のとき、つまり学習しないときは、式(60)から

$$Y^{(1)} = (I + PC)^{-1}\{PCY_T + PW + QV\} \quad \dots\dots\dots (70)$$

の関係が成り立ち、 $W=0$ で、外乱 V のみの応答は

$$Y^{(1)} = (I + PC)^{-1}QV \quad \dots\dots\dots (71)$$

となる。もし、 P, Q が定常偏差を有するならば、制御 C が比例制御の場合、外乱 V に対し出力 Y は定常偏差を生じる。もし、 P が積分要素をもてば、式(71)で $P = s^{-1}M$ とおいて、(s はラプラス演算子)

$$Y^{(1)} = (I + s^{-1}MC)^{-1}QV$$

すなわち

$$Y^{(1)} = s(sI + MC)^{-1}QV \quad \dots\dots\dots (72)$$

となり、 Q が定常偏差を有するなら、定常時、すなわち $s \rightarrow 0$ で、 $Y^{(1)} \rightarrow 0$ となる。

しかし、 Q が積分要素をもてば、式(72)で $Q = s^{-1}N$ とおいて、

$$Y^{(1)} = s(sI + MC)^{-1}s^{-1}NV$$

すなわち

$$Y^{(1)} = (sI + MC)^{-1}NV \quad \dots\dots\dots (73)$$

となり、定常時、すなわち $s \rightarrow 0$ で、 $Y^{(1)}$ は定常偏差を生じる。

次に、 $k=1$ のとき、つまり 1 回めの学習では、式(69)の外乱に対する応答は

$$Y^{(2)} = \{I - (I + PC)^{-1}PC\}^2QV = \{(I + PC)^{-1}(I + PC) - (I + PC)^{-1}PC\}^2QV$$

となり、

$$Y^{(2)} = (I + PC)^{-2}QV \quad \dots\dots\dots (74)$$

を得る。 P, Q が積分要素をもてば、式(74)で $P = s^{-1}M, Q = s^{-1}N$ とおいて、

$$Y^{(2)} = s(sI + MC)^{-2}NV \quad \dots\dots\dots (75)$$

となり、 Q が積分要素をもっている、定常時、すなわち $s \rightarrow 0$ で、 $Y^{(2)} \rightarrow 0$ となる。

一般に、 $k=n$ のとき、つまり n 回めの学習では、

$$Y^{(n+1)} = \{I - (I + PC)^{-1}PC\}^{n+1}QV \quad \dots\dots\dots (76)$$

$$Y^{(n+1)} = s^n(sI + MC)^{-(n+1)}NV \quad \dots\dots\dots (77)$$

となり、 $n \geq 1$ なら、 Q が積分要素をもっている、定常時、すなわち $s \rightarrow 0$ で、 $Y^{(n+1)} \rightarrow 0$ となる。式(69)では、明らかに、 P と C は必ず積の形で含まれるので、制御が積分の場合でも同じ結果が得られ、1 回の学習で出力 $Y^{(n+1)}$ のオフセットは零になる。

文 献

- (1) 松村・白坂・鈴木, 計装, 35-10(1992), 35.
- (2) 相楽・戸田, 火力発電, 24-12(1973), 1405.
- (3) 相楽・山中・佐藤, 三菱重技報, 17-2(1980), 268.
- (4) 有本, 機誌, 93-856(1990), 180.
- (5) 黄・藤堂, 機論, 58-547, C(1992), 851.
- (6) 高橋・田島, 電学論, 112-3, C(1993), 201.
- (7) 磯村, 機論, 60-571, C(1994), 877.
- (8) 磯村, 機論, 60-571, C(1994), 884.