振動インテンシティの基礎的検討*

本多 聡 志^{*1}, 高田 智 仁^{*2}, 長松 昭 男^{*3}

Fundamental Study on Vibration Intensity

Satoshi HONDA, Tomohito TAKADA and Akio NAGAMATSU

Energy flows are analyzed in some typical structures undergoing the forced vibration. Energy flows are shown as the vibration intensity vectors. The followings become evident: three types of energy flows exist in the forced vibration of a rectangular plate; energy flow patterns of multiple resonance peaks of which the resonance frequencies are near each other are apt to be the same because of mutual interference; an energy vortex appears in the case of two-point excitation; and energy flows on the box can be analyzed with the plate theory.

Key Words: Vibration Intensity, Vibration Mode, Forced Vibration, Resonance Peak, Kinematic Energy

1. は じ め に

機械構造物の性能向上および騒音・振動の低減といった社会的要求を満足させるための一つの方法として、現在モード解析を中心とした手法が広く用いられている。モード解析では構造物の振動を計測および解析し、必要ならその結果をふまえて振動対策を行う。しかし、その振動現象を引き起こす元になっているエネルギーの発生・伝達・消費といった本質に注目した対処方法は、まだあまり確立していないようである。これに関連して、今後エネルギー流れに注目した振動解析は重要になっていくものと考えられる。

構造物内のエネルギーの流れを表現する方法として、振動インテンシティ法がある。振動インテンシティは、弾性体を伝わる振動のエネルギーを、大きさと方向を表すベクトルとして定義したものである。振動インテンシティが解析または計測されれば、エネルギーの流れを可視化することができ、振動のエネルギーがどこで流入し、どういう伝達経路を通過して、どこに

流れ込んでいるのかを把握することができる。これにより、騒音や振動源の探索、伝達経路の解析、効果的な制振手法の開発、振動インテンシティを考慮した最適設計等、多種の効用が期待できる。

さて、音のエネルギーに関しては、音響インテンシティという量が、気体空間を伝わる振動のエネルギー(音のエネルギー)のベクトル量として定義されている。音響インテンシティに関しては、各種計測装置が市販されており、騒音問題に積極的に用いられている。しかし、振動インテンシティは平板の曲げ振動を対象とした理論により数例紹介されているのにすぎず、これを積極的に利用するといった段階にはまだ達していないようである。

そこで本報告では、その振動インテンシティの基礎的検討として各種計算シミュレーションを呈示し、一般的構造物である平板および平板構造物について、エネルギー流れの特性を示す。

2. 振動インテンシティの研究

振動インテンシティ法に関しては、Noisex⁽¹⁾, Pavic⁽²⁾らによってその解析と計測の方法が提案された。Pavicの方法は、板の曲げ振動の方程式から基礎式を導き、有限差分法により近似解を求めるものであ

* 原稿受付 平成5年11月19日。

*¹ 正員, 東京工業大学大学院 (〒152 東京都目黒区大岡山2-12-1)。*² 東京工業大学大学院。*³ 正員, 東京工業大学工学部。

るが、ある地点の振動インテンシティを求める場合、一次元波では4点、二次元波では8点の差分点を必要とするため、実機の計測という点では複雑すぎて実用的ではなかった。そこで、境界から十分離れた完全自由場の仮定を導入した2点間のクロススペクトルを用いるものが実用的方法として提案されている^{(3)~(5)}。

しかし実際には、構造物の寸法に対する波長の関係で、近似場の影響が顕著となったり、振動場が反響的であることが問題となる。シミュレーションにおいても、差分近似の各方法によって結果に若干の差が生じるため、これらの要因による誤差や、差分間隔の設定等に関しても検討の必要がある^{(6)~(8)}。さらに差分近似の方法に関しては、3点法⁽⁶⁾や9点法⁽⁸⁾等の提案もあり、より簡単・迅速かつ正確な測定法が考案されている。また、平板振動を制振する過程で振動インテンシティを表示すると、各モードによってさまざまなエネルギー流れのパターンが生じる。中でも特長な渦巻き形の流れに関しては、音響特性を含めてその発生メカニズムについて追及されている^{(9)~(11)}。

しかし、振動インテンシティの特長であるエネルギーの流れを把握し、これを具体的に利用したものでは、衝撃源探索に関するもの⁽⁴⁾、動吸振器の最適配置に応用したもの⁽¹²⁾等の数例にとどまっており、振動インテンシティそのものの基礎的検討が、重要な課題となっているのが現状である。

3. 振動インテンシティの理論

振動インテンシティは、平板の場合には、その単位幅、単位断面、単位時間あたりに流れるエネルギーで定義される。ここでは曲げ振動を対象とする。板要素について、作用する力とモーメントを考慮すると、時刻 t における x 方向の振動インテンシティ $W_x(x, y, t)$ は、次の式で表される。

$$\begin{aligned} W_x(x, y, t) &= Q_x \frac{\partial \xi}{\partial t} + M_{xx} \frac{\partial^2 \xi}{\partial x \partial t} + M_{xy} \left(-\frac{\partial^2 \xi}{\partial y \partial t} \right) \\ &= B \left[\frac{\partial}{\partial x} (D^2 \xi) \frac{\partial \xi}{\partial t} - \left(\frac{\partial^2 \xi}{\partial x^2} + \nu \frac{\partial^2 \xi}{\partial y^2} \right) \frac{\partial^2 \xi}{\partial x \partial t} \right. \\ &\quad \left. - (1-\nu) \frac{\partial^2 \xi}{\partial x \partial y} \frac{\partial^2 \xi}{\partial y \partial t} \right] \dots\dots\dots (1) \end{aligned}$$

ここでは、単位幅断面あたりのせん断力、曲げモーメント、ねじりモーメントをそれぞれ Q_x , M_{xx} , M_{xy} とし、面外変位を ξ 、板の曲げ剛性を B 、ポアソン比を ν 、ヤング率を E 、板厚を h とする。式(1)で、第1項はせん断力による項、第2項は曲げモーメントによる項、第3項はねじりモーメントによる項である。これを1周期について時間平均し、周波数 f におけるス

図1 12点差分近似による差分点

ペクトル密度によって振動インテンシティを表す。 y 方向については式の x と y を入れ換えればよい。式(1)による振動インテンシティを計算するためには、平面内の直交成分の3回微分までを必要とすることがわかる。このため差分近似を行う場合、計測点まわりの8箇所の差分点を必要とするが、 xy 方向の対称性から差分点12箇所を図1のように決めて、その面外変位を $\xi_1 \sim \xi_{12}$ とする。差分間隔を Δ として式(1)の各空間微分項を有限差分近似すれば、式(2)のように表される。

$$\begin{aligned} W_x(x, y, t) &= \frac{\pi f B}{4j\Delta^3} [(\bar{\delta}_1 + \bar{\delta}_2 + 2\bar{\delta}_3 - 9\bar{\delta}_4 \\ &\quad + 3\bar{\delta}_5 - 2\bar{\delta}_6 - 2\bar{\delta}_7 + 9\bar{\delta}_8 - 3\bar{\delta}_9 + 2\bar{\delta}_{10} - \bar{\delta}_{11} - \bar{\delta}_{12}) \\ &\quad \times (\bar{\delta}_4^* + \bar{\delta}_5^* + \bar{\delta}_8^* + \bar{\delta}_9^*) - (\bar{\delta}_4^* + \bar{\delta}_5^* - \bar{\delta}_8^* - \bar{\delta}_9^*) \\ &\quad \{(\bar{\delta}_1 + \bar{\delta}_2 - \bar{\delta}_4 - \bar{\delta}_5 - \bar{\delta}_8 - \bar{\delta}_9 + \bar{\delta}_{11} + \bar{\delta}_{12}) \\ &\quad + \nu(\bar{\delta}_3 + \bar{\delta}_7 - \bar{\delta}_4 - \bar{\delta}_5 - \bar{\delta}_8 - \bar{\delta}_9 + \bar{\delta}_6 + \bar{\delta}_{10}) \\ &\quad - 4(1-\nu)(\bar{\delta}_4 - \bar{\delta}_5 - \bar{\delta}_8 + \bar{\delta}_9)(\bar{\delta}_4^* - \bar{\delta}_5^* \\ &\quad + \bar{\delta}_8^* - \bar{\delta}_9^*)\}] \dots\dots\dots (2) \end{aligned}$$

ここで $\bar{\delta}$ は、 ξ のフーリエ変換である。

4. 周辺支持平板における振動インテンシティ

まず、二次元平板において、強制振動応答のシミュレーション結果を用いて各モードの周波数における振動インテンシティを計算する。解析対象は図2に示す平板で、これを等間隔(40 mm)の四辺形要素に分割し、有限要素法によってモード特性を解析する。これを用いて各節点の周波数応答関数(コンプライアンス)を計算し、その結果をインテンシティの計算式(2)の $\bar{\delta}$ の入力として用いる。これは、その周波数応答関数が、単位振幅力が作用するときの面外変位 ξ のフーリエ変換 $\bar{\xi}$ になっているからである。構造減衰係数は0.3%と仮定し、加振位置は図中左下の●印の地点で、面外方向加振とする。境界条件は四辺とも単純支持で

ある。

図3に、振動インテンシティのベクトル図を1次から5次の固有モード形と共に示す。なおベクトル図はそれぞれの最大値の振幅で正規化している。

図3を見ると、加振点から放射して周辺に向かって徐々にエネルギーが吸収されていくタイプ・蛇行するタイプ・渦を巻くタイプの三とおり⁽⁹⁾があるが、渦を巻くものに関しては、3次モードのように加振点から流れ出た先で蛇行したものが渦を巻くものと、4次・5次モードのように加振点を通り越すような流れになり、加振点の判断が困難な場合とがある。一般に、渦の中心と加振点とは関係がない。振動インテンシティを、振動・騒音の源になっている加振源の特定へ利用することが期待されているが、エネルギーの流れが封じ込められるような渦巻き形になっている場合には、ベクトルの流れを追っていても加振源の特定ができないことがある。

この渦巻き形の流れには、二つの振動モードの影響により発生するものもあり⁽¹⁰⁾、この場合モードと渦の関係はそれぞれの関与の度合いによって異なっていく

図2 平板モデル(●は加振点)

図3 平板のモード形と振動インテンシティ

る。減衰系の強制振動では、時刻によって振幅最小地点が周期的に移動するため、その振動モードは、自由振動の固有モード形とは必ずしも同一にはならず、近接した他の固有モードの影響で振動形態が異なることもある。また固有振動数が近接している場合には、それらの連成によって、振動モードはさらに複雑になる。

一般に周辺支持長方形平板の振動は、短辺の長さを a 、短辺方向の腹の数を i 、長辺の長さを b 、長辺方向の腹の数を j とすると式(3)のように表すことができる。

$$\zeta = A \sin \frac{i\pi x}{a} \sin \frac{j\pi y}{b} \sin \omega t \quad \dots\dots\dots (3)$$

例として、図3のうちで、振動数が接近した4次モードと5次モードを式(3)における (i, j) の組で表すと、固有モードは、4次モードが $(1, 3)$ モードで、5次モードが節が十字形の $(2, 2)$ モードである。このように、これら二つのモードの形状は異なるが、エネルギーの流れは両者がほぼ同一になっている。これら4次モード成分と5次モード成分を重ね合せた伝達関数より計算した振動インテンシティは、図4のような渦巻き形になる。この二つの固有モードは、エネルギー流れが似ているために連成しやすく、両固有モード近

図4 4次モード成分と5次モード成分の重ね合せによる振動インテンシティ

(a) 14次(1897 Hz) (b) 15次(1904 Hz)

図5 14次と15次の固有モード振動インテンシティ

(a) 39次(4731 Hz) (b) 40次(4733 Hz)

図6 39次と40次の固有モード振動インテンシティ

傍の周波数では、周波数によらずほぼ一定のエネルギー流れの形状を呈する。

図5の14次(1897 Hz)と15次(1904 Hz)の場合も同様で、自由振動における固有モードは、14次は(3, 4)モード、15次は(2, 5)モードであり、両者の形は異なるにもかかわらず、強制振動におけるエネルギー流れは、両者の連成により同一になっている。さらに39次(4731 Hz)と40次(4733 Hz)でも、図6のようにエネルギー流れは同一となる。

これらのように固有モードが密集して存在する場合、これら両方の固有モードの周波数でのエネルギーの流れは、連成によりほぼ同じになる。高周波領域において固有モードが密集している場合には、各固有モード間の連成による渦の発生がいたるところで顕著となり、ほぼ全面にわたって小さな渦巻きが発生するような状況になるので、エネルギーの流れを固有モードごとに個別にとらえることは難しい。これは、個々の固有モードの把握と識別を前提とするモード解析の高周波数域の振動解析への適用が困難であること、ならびに、各固有モードの特性を無視する統計的エネルギー解析法(SEA法)が高周波数域では有力であることをエネルギー流れの面から裏付けている。

5. 正方形平板における渦巻き 振動インテンシティの生成

振動インテンシティによるエネルギー流れを表示すると、各振動モードの形状によっては、渦巻き形にな

ることがあることがわかった。また、近接したモードが同時に、ある位相差をもって励起される場合にも渦巻きを生じた。しかし、二つの振動モードが近接していない場合でも、位相差をつけた4点を加振することによって、任意の地点に渦巻き形のエネルギー流れを発生させることができる⁽¹⁰⁾。

ここでは、正方形平板の2点加振による加振位相差の影響を調べることににより、この渦巻き形振動インテンシティの発生について考察を進める。正方形平板はその対称形状により、二つのモード形が重根となって現れる周波数が多いので、板全体をひと回りするようなエネルギーの流れを発生させるのに適した条件とな

図7 正方形平板モデル

図8 62 Hzでのモード形

図9 位相差による渦の発生

っている。

解析対象は、図7に示すような正方形平板モデルであり、境界条件は周辺単純支持である。図中 P_1 , P_2 の2箇所を加振点とし加振力は同一とする。62 Hzでは、図8に示すような2次モードと3次モードの重根となり、節が互いに直交する二つのモードが励起される。この状態で、 P_2 に対する P_1 の加振力の位相差を $\phi=0 \sim 360^\circ$ の範囲で進めていき、振動インテンシティを計算する。構造減衰は0.3%と仮定する。

シミュレーション結果は、図9に示すようになり、位相の進んだ方向から遅れた方向に、回転するエネルギー流れが生じることがわかる。この中で、まず位相差 $\phi=0^\circ$ では、渦は発生していない。この図ではわかりにくいものの、さらに拡大した図から、レベルは小さいが二つの加振点から板の中心に集まり左下に向かう放射形の流れが生じていることがわかった。これは2点と同位相で、双方とも節を加振しているため、このモードが励起されず、近接モードの影響で中心がわずかな振幅をもつ振動形状となるためである。 P_1 の位相を進めていくと、左回りの渦が発生する。このベクトルは $\phi=90^\circ$ で最大となり、 $\phi=90^\circ$ を過ぎると、以後は小さくなり、 $\phi=180^\circ$ で渦は発生しなくなる。 $\phi=180^\circ$ でも左上から右下への放射形の流れが生じるが、 $\phi=0^\circ$ のときのように中心には集まらず、それぞれの加振点からお互いに干渉せずに板右下の方向に放射していく。 $\phi=180^\circ$ を超えると今度は P_1 が P_2 に対して遅れることになるので、渦は右回りに反転する。 $\phi=270^\circ$ にお

いて右回りの最大値となる、 $\phi=90^\circ$ と $\phi=270^\circ$ で流れが最大になるのは、板全体の振幅移動が回転方向と一致して、それが加振周期と一致し、 P_1 による加振力と P_2 による加振力が互いに強め合うためである。

これは次の理由による。振動数が等しい二つの重根の固有モードを Z_{12} , Z_{21} 、これらを重ね合せた振動モードを Z とすると、両モードの振幅比は次式の γ の値を変化させることによって表現できる。

$$Z(x, y) = Z_{12}(x, y) \cos \gamma + Z_{21}(x, y) \sin \gamma \quad \dots\dots\dots (4)$$

この式において、 $\gamma=0^\circ$, 180° の場合には Z_{12} だけが、また $\gamma=90^\circ$, 270° の場合には Z_{21} だけが励振される。ここで γ を位相とすれば、それぞれの固有モードの振幅は、位相差 $\pm 90^\circ$ で交互に最大になる。したがって、もし板上の2点を位相差が $\pm 90^\circ$ で加振すれば、その2点が Z_{12} と Z_{21} の1個の固有モードをとともに最大限に加振できることになる。よって2点の加振位相差が 90° と -90° (270°) のとき、これらを重ね合せた強制振

図10 正方形平板モデル

図11 位相差による渦の発生

動モード Z がもっとも大きく加振され、渦巻きは最大になる。

ここで、同じ加振位置で不減衰にしてシミュレーションを行うと、位相差による渦巻きの形はまったく同一で振幅のみが異なる結果となり、 $\phi=0^\circ$ および $\phi=180^\circ$ ではインテンシティは零となる。この時、入力周波数応答関数は実部のみで、完全に定在波がたつた状態になっているため、外部よりエネルギーを注入できず、振動のエネルギー流れはない。また加振点の位置によっては、定在波と振動モードの形状が異なるために励起されなくなる。

次に近接した2点を加振した場合を示す。加振位置は図10に示すように設定し、第4章同様に P_2 に対して P_1 の加振力を進めていく。30度ごとに取出したものが図11である。この場合は加振点の位相差によって渦の巻きの形に違いがある。まず、 $\phi=0^\circ$ と $\phi=30^\circ$ では右下に蛇行しながら流れる。 $\phi=60^\circ$ になると左回りの傾向が見られ、 $\phi=90^\circ$ になると左回りの渦が生成されてくる。加振点の位置がわかるような流れ方は $\phi=90^\circ$ までであり、 $\phi=120^\circ$ ではレベルはさほど大きくないが整った渦となるので、もはや加振点の特定は難しい。 $\phi=180^\circ$ では、二つの加振点が近く互いの振動を相殺するので、流れはほとんどない。 $\phi=210^\circ$ からは右回りの整った渦となる。またこの場合には、図9と異なり、 $\phi=90^\circ$ と $\phi=270^\circ$ でベクトルが最大にならず、 $\phi=330^\circ$ 付近で最大となる。

なお、図10の加振点でも、不減衰の場合には、全位相差で整った渦巻き形となり、加振点の位置によらず、 $\phi=90^\circ$ と $\phi=270^\circ$ で最大となることが確認できた。このように不減衰の場合、加振点の位置による差は、加振点を特異点(対称位置等)に置かない限り、整った渦を巻くことになる。

図12は、加振位置の相異による位相差 $\phi=90^\circ$ でのインテンシティの大きさであり、それぞれの加振点位

置では最大の渦巻きが発生する場合である。これらを比較すると、図8のようにモード形の最大振幅付近の中心に対して 90° の位置関係においたときが、これらの中でも最大となる。

このように正方形平板の2点加振時において渦巻き形インテンシティが発生するためには、二つの加振点が板の中心に対して回転方向に成分をもつ位置関係にある必要があり、位相差 $\phi=90^\circ$ と $\phi=270^\circ$ でベクトルが最大となる。加振位置の設定に関して、減衰がある場合はその作用により大きさや形が異なる。この場合、加振点が渦の流れの中に入ってしまうときには、その位置の特定は難しいが、減衰によりベクトルの大きさや向きにアンバランスが生じるので傾向がつかめる。

6. 箱形構造物のインテンシティ

振動インテンシティが、実用機械構造物に適用できれば振動・騒音対策上大変有用であるが、今のところ平板の曲げ振動を基にした式展開を用いていることから、一次元ははり、二次元は平板を対象としたものにとどまっており、三次元構造物を取り扱ったものはまだ少ない⁽⁴⁾。

そこで本章では、三次元の基礎的な構造物として、箱形構造物を取上げ、それを加振した際の振動インテンシティを計算する。箱形構造物は、平板の組合せで構成されているため、各平面において二次元に対する振動インテンシティの基礎式が適用できる。

解析対象は図13に示すような、 $120 \times 180 \times 80$ mm、板厚が2 mmの平板で構成された直方体構造物である。この構造物を有限要素分割してモード特性解析し、周波数応答関数を計算する。構造減衰は0.3%と仮定し、外部へのエネルギー伝達を考慮しないため、境界条件は周辺自由とする。また、各平板の境界では変位、曲げモーメントおよびせん断力は連続である。これを図13で上面にあたる面1の中ほど1箇所を法線方向

図12 各加振点による振動インテンシティ

図13 箱形モデル

に加振する。加振点は中心軸上の A 点または、やや端よりの B 点のいずれか 1 箇所とし、各モードの共振振動数で加振したものについて、エネルギー流れを以下に説明する。

ここでは、代表的な流れ方の例として次に示す四つの共振振動数で加振したものをあげる。インテンシティは面 1 の最大値で正規化しているので、各面を通して大きさを比較できる。

まず図 14 は、加振点を A 点とした場合で、弾性振

図 14 1 次モード 623 Hz
(A 点加振)

動 1 次モードの共振振動数である 623 Hz で加振したものである。このモードでは、上下面に比べて四つの側面の振幅は相対的に小さい。この場合のエネルギーの流れは上の面 1 から流入し、ほぼ真っ直ぐ面 4 のほうに向かうものと、面 3・5 の側面に流れるもの、面 3, 5 から面 2 へ向かい、そこから面 6 へ流れるものがある。

次に図 15 は 2 次モードである 848 Hz で加振したものであり、面 1 から面 3・4・5 の 3 方向に流れ、底面の面 6 で集まったあと面 2 を通って面 1 に戻ってきている。

図 16 は 3 次モードである 1089 Hz で加振したものであり、面 1 から面 2・3・4・5 に流れ、底面 6 に集まっている。

次に図 17 に 8 次モードの共振振動数である 1651 Hz で加振した場合のエネルギー流れを示す。ここでは上面の振幅に対して側面の振幅も比較的大きくなっている。この場合は、面 1 の加振点より流入したエネルギーは面 2 を通って、底面の面 6 に向かい、面 4 で上に上がって、その後両側面の面 3 と 5 に流れていき、側面で大きなエネルギーの流れが生じる。このように、箱全体を回転する流れとなっているので、この場合は加振点の特定が困難である。

さらに図 18 は、9 次モードの 1705 Hz で B 点を加振したものである。この場合、面 1 で蛇行したり回転する流れのほか、面 3 を回って面 1 に戻ってくる流れや、面 5 → 面 2 → 面 3 → 面 6 と回っていく流れな

図 15 2 次モード 848 Hz
(A 点加振)

図 16 3 次モード 1089 Hz
(A 点加振)

図 17 8 次モード 1651 Hz
(A 点加振)

図 18 9次モード 1705 Hz
(B点加振)

どがある。いずれもエネルギー流れの道筋が各面で連なっている。この場合も大きく回転する流れがほとんどである。

これらの結果から、今回の平板で構成された箱形構造物の場合、加振点から流入したエネルギーは特有の道筋をもって流れていく、その傾向としては、いく筋かに別れて、箱全体を回転する1周するタイプとなり、流入したエネルギーは、それぞれの面で湾曲・回転するが、エネルギーの流れる道筋は、面から面へと連続的につながっていることがわかる。すなわち、面外振動の方向は異なるものの、エネルギーの流れが連続的になっているので、各辺のところで面の方向に添って伝達することが理解できよう。また箱の側面も共振によって振動が大きくなっている場合には、側面にも大きな流れが発生しているという妥当な結果が得られた。

ただし、機械構造物は内部減衰が比較的小さく、境

界や結合部での損失が大きい場合が多いので、一様構造物でなく、複数の構造物が結合されている場合は、その部分でのエネルギー消費を十分考慮する必要がある。

7. お わ り に

平板モデル、箱形モデルの振動インテンシティシミュレーションの結果から以下の知見を得た。

(1) 平板モデルを加振した場合、隣接モードが連成することにより渦巻き形流れが発生するが、この際加振点の特定は困難である。

(2) 正方形平板の2点加振モデルから、不減衰の条件では整った渦を巻くが、減衰や加振点の位置関係、位相差によって渦巻き形インテンシティの発生に相違がある。こちらも渦巻き形インテンシティが発生している場合、その回転場の生成により、加振源の探索には不向きである。

(3) 立体構造物でも、平板で構成されるもので、各要素の接続部分での影響が少ない場合、二次元の振動インテンシティをそのまま適用することにより、エネルギー流れを把握することができる。曲げ振動の伝達は各面に連続的に流れる。ただし、平板の時の渦巻き形の流れが発生しやすい。

文 献

- (1) Noiseux, D. U., *J. Acoust. Soc. Am.*, (1969), 238-247.
- (2) Pavic, G., *J. Sound Vib.*, (1976), 221, (1987), 115(3).
- (3) 上玉里, 自動車研究, 7-5(1985), 25-29.
- (4) 小嶋・貝原・古谷・周, 機論, 55-518, C(1989), 2519-2526.
- (5) 沖津・畔上・寺本・小林, 機論, 56-525, C(1990), 1131-1138.
- (6) 柴田・若月・高津・加藤, 機論, 59-558, C(1993), 440-444.
- (7) 周・小嶋・加藤, 機論, 59-558, C(1993), 445-451.
- (8) 柴田・小林・加藤・井上, 機論, 58-555, C(1992), 3279-3284.
- (9) 菊島・黒田・田中, 環境工学シンポジウム講演論文集, No. 900-41(1990), 583-589.
- (10) 田中・菊島・黒田, 機論, 58-547, C(1992), 788-795.
- (11) 田中・菊島・黒田, 機論, 58-556, C(1992), 3598-3605.
- (12) 本多・長松・鈴木, 機論, 60-574, C(1994), 1933-1940.