ジャーナル形動圧気体軸受の有限要素解析*
(第1報, 解析手法)木野内 一宏^{*1}, 田中 克彦^{*1}
吉村 忍^{*2}, 矢川 元基^{*3}Finite Element Analysis of Gas-Lubricated Grooved Journal Bearings
(1st Report, Analysis method)Kazuhiro KINOUCHI, Katsuhiko TANAKA,
Shinobu YOSHIMURA and Genki YAGAWA

This paper describes the development of a finite element analysis program for the nonlinear and time-dependent Reynolds equation based on an incremental formulation. This program can be utilized to predict the dynamic behavior of gas-lubricated grooved journal bearings. The accuracy of the program is clearly demonstrated through some analyses of both non-grooved and grooved journal bearings.

Key Words: Tribology, Gas-Lubrication, Grooved Journal Bearing, Reynolds Equation, Whirl Instability, Finite Element Method, Incremental Formulation

1. 緒言

ジャーナル形動圧溝付き軸受は、高速回転・低荷重の稼働条件で優れた安定性を有する軸受として、情報機器や音響・映像機器の回転部に適用されている⁽¹⁾。その設計においては、負荷特性、摩擦特性などの静特性とともにジャーナル軸受特有の振れ回り現象（ホワール）の予測が重要である。特に、気体軸受の場合、ホワールの発生は軸受を含むシステム全体の破壊につながる可能性があるため、その予測は設計における最も重要な課題とされている。

溝付き軸受の解析では、不連続かつ複雑な軸受すきま形状のモデル化において、無限溝数の仮定が広く用いられている⁽²⁾⁽³⁾。しかし、より実用的な性能予測や溝形状の影響の理論的な解明のために、有限要素法による解析が望まれてきた⁽⁴⁾。流体潤滑問題への有限要素法の適用は、Reddiらによる研究⁽⁵⁾⁽⁶⁾をはじめとして、スライダ⁽⁷⁾や静圧軸受⁽⁸⁾⁽⁹⁾を対象とした研究例が発表されており、溝付き軸受についても、定常問題に関しては

くつかの有限要素解析が行われている⁽¹⁰⁾⁽¹¹⁾⁽¹²⁾⁽¹³⁾。

一方、ホワールの予測においては、通常、安定限界理論を用いた解析が行われているが、この理論は軸心の平衡点近傍における微小振動の仮定に基づいたものである。このため、軸受の動的挙動を把握できず、また、解析結果の信頼性は必ずしも十分でない。安定性解析の手法としては、レイノルズ方程式と回転軸の運動方程式を連立させて動的挙動を求めるNon linear orbit法が、最も信頼性があるとされている⁽¹⁴⁾。

しかし、気体軸受の性能解析にこの手法を適用すると問題は非定常かつ非線形となるため、求解に多大な計算時間を要する。特に、溝付き軸受を対象に有限要素解析を行うと、溝形状の複雑さや、溝部と平滑部を別個に要素分割する必要性のため、この傾向が著しくなる。しかし、計算力学の進展と計算機の急速な発達により、圧縮性と動的挙動を考慮した有限要素解析も実用レベルになりつつある。一例として、林らが表面絞り形ジャーナル空気軸受を対象に行った非定常有限要素解析が挙げられる⁽⁹⁾。ここでは、ホワール安定性に及ぼす形状諸元などの影響が検討されているが、詳細な解析手法は明らかにされていない。また、ジャーナル形動圧溝付き軸受については、非定常解析によりホワール時の動的挙動を検討した例は見当たらない。

* 原稿受付 平成5年10月18日。

^{*1} 正員、日本精工(株)総合研究所 (〒251 藤沢市鵠沼神明1-5-50)。^{*2} 正員、東京大学人工物工学研究センター (〒113 東京都文京区本郷7-3-1)。^{*3} 正員、東京大学工学部 (〒113 東京都文京区本郷7-3-1)。

本研究では、ジャーナル形動圧気体軸受の実用的な性能予測を目的として、増分法による有限要素解析コードの開発を行った。ここでは、第1報として、増分法による定常および非定常解析アルゴリズムと解析コードの検証結果について報告する。

2. 解析対象および支配方程式

軸側または受側のどちらか一方の軸受面全体にヘリングボーン溝が設けられたジャーナル形溝付き軸受を解析対象とする。図1は、軸側に溝が設けられた軸受の模式図である。軸受は平滑面回転で、潤滑流体は圧縮性で層流とする。支配方程式を次に示す。式(1)はレイノルズ方程式であり、圧縮性の考慮により圧力 P に関して非線形となる。また、式(2)は潤滑膜の厚さ h を表す。

$$\frac{\partial}{\partial x}(Ph^3 \frac{\partial P}{\partial x}) + \frac{\partial}{\partial z}(Ph^3 \frac{\partial P}{\partial z}) = 6\mu r \omega \frac{\partial(Ph)}{\partial x} + 12\mu \frac{\partial(Ph)}{\partial t} \quad \dots\dots(1)$$

$$h = h_c - h_c \varepsilon \cos\{\theta - (\varphi - \varphi_0)\} + g(x, z) \quad \dots\dots(2)$$

ここで、 x 、 $\theta (=x/r)$ は軸受面の円周方向座標で、定常回転時の最大すきま位置において0の値をとる。図1および式(1)において、 z は軸方向座標、 l_r および l_g は溝部および平滑部の円周方向幅、 D は軸径である。図2は受側に溝が設けられた軸受の円周方向断面図で、ここでは、荷重方向を基準としたX-Y系の座標軸が定義してある。また、 e は偏心量、 φ は偏心角でいずれも時間依存変数であり、 O' および O'' は、初期状態および任意の時間 t_a における軸心位置である。なお、 t は時間、 μ は潤滑流体の粘性係数、 r は軸受半径、 ω は回転角速度である。式(2)において、 ε は偏心率、 h_c は半径すきま、 φ_0 は定常回転時の偏心角で、 $g(x, z)$ は溝部で h_g 、丘部で0の値をとる関数である。

溝形状と稼働条件が軸方向中心に関して対称とすると、解析領域は、円周方向に関しては $0 < \theta < 2\pi$ 、軸方向に関しては $0 < z < L/2$ となる。境界条件は、次式で表される。

$$P_{[z=0]} = P_a \quad \dots\dots(3a)$$

$$(\frac{\partial P}{\partial z})_{[z=L/2]} = 0 \quad \dots\dots(3b)$$

$$P_{[\theta=0]} = P_{[\theta=2\pi]} \quad \dots\dots(3c)$$

式(3a)において、 P_a は周囲圧を表す。また、式(3c)は、解析領域がジャーナルの展開面であるため周期境界条件となっている。

回転軸の偏心方向およびそれに直角な方向の運動方程式は、式(4)および(5)で表される。

図1 ジャーナル形溝付き軸受

図2 ジャーナル軸受の断面図

$$m\{\frac{\partial^2 e}{\partial t^2} - e(\frac{\partial \varphi}{\partial t})^2\} = -F_e + mg \cos \varphi \quad \dots\dots(4)$$

$$m\{e \frac{\partial^2 \varphi}{\partial t^2} - 2(\frac{\partial e}{\partial t})(\frac{\partial \varphi}{\partial t})\} = F_\varphi - mg \sin \varphi \quad \dots\dots(5)$$

ここで、 m は回転体の質量、 F_e 、 F_φ は流体膜反力の偏心およびそれに直角な方向の成分である。レイノルズ方程式の求解によって得られた圧力分布を積分することにより、流体膜反力が求まり、それを回転軸の運動方程式に代入して解くと、新しい軸心位置が求まる。この繰り返しによって、軸心の軌跡のシミュレーションが行われ、動的挙動の把握が可能となる。

3. 解析手法

本解析では、非線形非定常問題の解法として増分法を用いた。気体潤滑問題の有限要素解析において増分法を用いた例としては、Reddiら⁽⁶⁾やWadhwaら⁽¹⁵⁾の研究が挙げられるが、いずれも定常問題が対象であり、現状では、非定常問題への適用例は見当たらない。増分法を適用して時間 t を増分パラメータとすると、履歴性により

非線形解と非定常解が同時に求まり、安定判別の指針となる軸心の軌跡が効率的に得られる。また、定常問題の求解とともに圧縮性の影響曲線が得られる点でも実用的といえる。以下に、ガラーキン法による離散化過程と増分法による解析アルゴリズムを示す。

3.1 ガラーキン法による離散化過程 レイノルズ方程式(1)をガラーキン法によって離散化することにより、次の有限要素方程式が導かれる。

$$\sum_e \int_{\Omega_e} w \left\{ \frac{\partial}{\partial x} (Ph^3 \frac{\partial P}{\partial x}) + \frac{\partial}{\partial z} (Ph^3 \frac{\partial P}{\partial z}) - 6\mu r \omega \frac{\partial (Ph)}{\partial x} - 12\mu \frac{\partial (Ph)}{\partial t} \right\} d\Omega = 0 \quad \dots (6)$$

ここで、 w は重み関数、 Ω_e は要素領域である。

式(6)の第1項および第2項の部分積分を行い、境界条件(3)を考慮すると、それぞれ次式が得られる。

$$\int_{\Omega_e} w \left\{ \frac{\partial}{\partial x} (Ph^3 \frac{\partial P}{\partial x}) \right\} d\Omega = \int_{S_1} w P_\alpha (h^3 \frac{\partial P}{\partial x}) dx - \int_{\Omega_e} \frac{\partial w}{\partial x} (Ph^3 \frac{\partial P}{\partial x}) d\Omega \quad \dots (7a)$$

$$\int_{\Omega_e} w \left\{ \frac{\partial}{\partial z} (Ph^3 \frac{\partial P}{\partial z}) \right\} d\Omega = - \int_{\Omega_e} \frac{\partial w}{\partial z} (Ph^3 \frac{\partial P}{\partial z}) d\Omega \quad \dots (7b)$$

ここで、 S_1 は $z=0$ に沿った境界である。

よって、最終的に次の有限要素方程式が得られる。

$$\begin{aligned} & \sum_{\beta=1}^{n_e} \sum_{\gamma=1}^{n_e} \int_{\Omega_e} h^3 \left(\frac{\partial N_\alpha}{\partial x} N_\beta \frac{\partial N_\gamma}{\partial x} + \frac{\partial N_\alpha}{\partial z} N_\beta \frac{\partial N_\gamma}{\partial z} \right) P_\beta P_\gamma d\Omega \\ & - \sum_{\beta=1}^{n_e} \int_{S_1} h^3 N_\alpha \frac{\partial N_\alpha}{\partial z} N_\beta dS P_\beta \\ & + 6\mu r \omega \sum_{\beta=1}^{n_e} \int_{\Omega_e} N_\alpha \left(N_\beta \frac{\partial h}{\partial x} + \frac{\partial N_\beta}{\partial x} h \right) d\Omega P_\beta \\ & + 12\mu \sum_{\beta=1}^{n_e} \int_{\Omega_e} \left(h N_\alpha N_\beta \frac{\partial P_\beta}{\partial x} + \frac{\partial h}{\partial t} N_\alpha N_\beta \right) d\Omega P_\beta = 0 \end{aligned} \quad \dots (8)$$

ここで、 N は内挿関数、 n_e は要素内節点数である。

3.2 増分法による解析アルゴリズム 本節では、増分法による定常および非定常解析アルゴリズムを示す。非線形レイノルズ方程式において、適当な変数を増分パラメータとして増分近似を行うことにより、線形化が行われ、圧力増分を解とする連立1次方程式が得られる。本解析では、増分パラメータとして、定常解析では回転角速度 ω を、非定常解析では時間 t を適用した。図3に、増分法による定常および非定常解析の流れ図を示す。

3.2.1 定常解析 定常解析では、式(8)の第6項と第7項を省略した有限要素方程式が対象となる。ジャーナル形動圧気体軸受の設計において、圧縮性の影響の検討が重要な課題の一つである。そこで、次式

図3 解析アルゴリズム

で表される圧縮定数 Λ が回転角速度 ω に比例することから、式(8)において圧力 P を ω の非線形関数とみなし、増分法を適用した。

$$\Lambda = 6\mu r \omega^2 / P a h c^2 \quad \dots (9)$$

第 $(i+1)$ ステップの ω および P 値は、それぞれ次式で表される。

$$\omega^{(i+1)} = \omega^{(i)} + \Delta\omega^{(i+1)} \quad \dots (10a)$$

$$P^{(i+1)} = P^{(i)} + \Delta P^{(i+1)} \quad \dots (10b)$$

式(10a)および(10b)を有限要素方程式(8)に代入し、 ΔP の2次項を省略することにより、圧力増分 $\Delta P^{(i+1)}$ を解とする線形の要素マトリックス方程式が得られ、それらをすべての要素について合成することによって、次式のように全体系の連立一次方程式(11)が得られる。

$$[A_{ii}^{(i)}] \{\Delta P_i^{(i+1)}\} = \{V_i^{(i)}\} + \{B_i^{(i)}\} \quad \dots (11)$$

ここで、 V_i は ω の増分項、 B_i は残差項である。求解によって得られた圧力増分 $\Delta P^{(i+1)}$ を式(10b)に代入することにより、次ステップの圧力分布 $P^{(i+1)}$ が求まる。

以下に、増分アルゴリズムによる定常解析の具体的な手順を示す。

定常解析アルゴリズム

- ① 圧力分布の初期値として、周囲圧 P_a を与える。
 - ② 増分値 $\Delta\omega$ あるいは $\Delta\Lambda$ と最終値 ω_{end} を設定する。
 - ③ 連立一次方程式(11)を解くことにより、圧力増分 $\Delta P^{(i+1)}$ および圧力分布 $P^{(i+1)}$ を求める。
 - ④ 軸受性能(負荷容量や摩擦トルク)の計算を行う。
- ③, ④のプロセスの繰り返しにより、回転角速度 ω に対応する軸受性能が求まる。なお、増分パラメータに用いた回転角速度 ω が圧縮定数 Λ に比例するため、上記処理により圧縮性の影響を表す履歴曲線も同時に得られる。この特徴を活かして、軸受設計図表の効率的な作成が行える。

3.2.2 非定常解析 非定常解析では、圧力 P を時間 t の非線形関数とみなして、増分法を適用した。圧力の時間方向に関する離散化式と増分近似式はそれぞれ次式のようになる。

$$P^* = (1 - \beta)P^{(j)} + \beta P^{(j+1)} \quad \dots\dots (12)$$

$$P^{(j+1)} = P^{(j)} + \Delta P^{(j+1)} \quad \dots\dots (13)$$

ここで、 j は時間ステップで、添字*は時間依存変数であることを表す。また、 β は $0 \leq \beta \leq 1$ の定数である。

式(12)の式(13)への代入により、次式が得られる。

$$P^* = P^{(j)} + \beta \Delta P^{(j+1)} \quad \dots\dots (14)$$

本解析では、レイノルズ方程式の求解にクランク・ニコルソン法を用い、圧力 P と同様に、偏心量 e 、偏心角 φ 、膜厚 h および流体膜反力 F_ε 、 F_φ についても、 $\beta = 0.5$ として時間方向に離散化した。ただし、運動方程式の求解においては、陽解法を適用した。また、1階微分については前進差分を、2階微分については中心差分を適用した。

式(8)および(14)の適用によって、回転軸の運動方程式およびレイノルズ方程式の有限要素方程式の時間方向の離散化式はそれぞれ次式となる。

$$m \left\{ \frac{\partial^2 e^*}{\partial t^2} - e^{(j)} \left(\frac{\partial \varphi^*}{\partial t} \right)^2 \right\} = -F_\varepsilon^{(j)} + mg \cos \varphi^{(j)} \quad \dots\dots (15)$$

$$m \left\{ e^{(j)} \frac{\partial^2 \varphi^*}{\partial t^2} - 2 \left(\frac{\partial e^*}{\partial t} \right) \left(\frac{\partial \varphi^*}{\partial t} \right) \right\} = F_\varphi^{(j)} - mg \sin \varphi^{(j)} \quad \dots\dots (16)$$

$$\begin{aligned} & \sum_{\beta=1}^{N_\beta} \sum_{\gamma=1}^{N_\gamma} \int_{\Omega^*} h^* \left(\frac{\partial N_\alpha}{\partial x} N_\beta \frac{\partial N_\gamma}{\partial x} + \frac{\partial N_\alpha}{\partial z} N_\beta \frac{\partial N_\gamma}{\partial z} \right) P_\beta^* P_\gamma^* d\Omega \\ & - \sum_{\beta=1}^{N_\beta} \int_{S_1^*} h^* N_\alpha \frac{\partial N_\alpha}{\partial z} N_\alpha dS P_\beta^* \\ & + 6\mu r \omega \sum_{\beta=1}^{N_\beta} \int_{\Omega^*} N_\alpha (N_\beta \frac{\partial h^*}{\partial x} + \frac{\partial N_\beta}{\partial x} h^*) d\Omega P_\beta^* \\ & + 12\mu \sum_{\beta=1}^{N_\beta} \int_{\Omega^*} (h^* N_\alpha N_\beta d\Omega \frac{\partial P_\beta^*}{\partial t} + \frac{\partial h^*}{\partial t} N_\alpha N_\beta d\Omega P_\beta^*) = 0 \end{aligned} \quad \dots\dots (17)$$

なお、式(17)における膜厚 h の時間微分式は次式で表される。

$$\frac{\partial h^*}{\partial t} = -\frac{\partial e^*}{\partial t} \cos \{\theta - (\varphi^* - \varphi_0)\} - e^* \sin \{\theta - (\varphi^* - \varphi_0)\} \frac{\partial \varphi^*}{\partial t} \quad \dots\dots (18)$$

式(17)に式(14)を代入すると、圧力増分 $\Delta P^{(i+1)}$ を解とする要素マトリックス方程式が得られる。要素マトリックス方程式の合成によって、定常問題と同じ型の連立一次方程式が得られ、この求解により、圧力増分 $\Delta P^{(i+1)}$ と次ステップの圧力分布 $P^{(i+1)}$ が求まる。

以下に非定常解析における解析手順を示す。

非定常解析アルゴリズム

- ① 定常解(圧力分布、軸心位置)を初期値とする。
 - ② 時間増分値 Δt を設定する。
 - ③ 定常回転状態において、偏心およびそれに直角な方向に、 $\Delta e / \Delta t$ 、 $\Delta \varphi / \Delta t$ の初期速度を与え、 Δt 後の軸心位置を求める。
 - ④ 新しい軸心位置における膜厚分布 $h^{(i+1)}$ を計算する。
 - ⑤ レイノルズ方程式の求解により、圧力増分 $\Delta P^{(i+1)}$ および圧力分布 $P^{(i+1)}$ を求める。
 - ⑥ 圧力分布解 $P^{(i+1)}$ をジャーナル面において積分し、流体膜反力 $F_\varepsilon^{(i+1)}$ 、 $F_\varphi^{(i+1)}$ を計算する。
 - ⑦ 流体膜反力 $F_\varepsilon^{(i+1)}$ 、 $F_\varphi^{(i+1)}$ を2つの運動方程式に代入して解くことにより、時間 $t^{(i+1)}$ における軸心位置($e^{(i+1)}$ 、 $\varphi^{(i+1)}$)を求める。
- ④～⑦のプロセスにより、各時間ステップにおいて非線形解が同時に求まり、その繰り返しによりジャーナル形動圧気体軸受の軸心の軌跡が求まる。

4. 精度検証および考察

本解析では、上記の解析アルゴリズムに基づいて、ジャーナル形動圧気体軸受の性能解析コードを開発した。まず、真円軸受の性能解析を行って参照解との比較検証をして、次に、溝付き軸受の解析を行って増分パラメータの値が解に及ぼす影響を検討した。ここで、潤滑流体は空気、軸受幅比 L/D は1とした。なお、真円軸受の解析において、増分値は、 $\Delta\Lambda = 0.25$ 、 $\Delta t = 5 \times 10^{-5}(\text{sec.})$ 、また、節点数は、 $\epsilon = 0.6$ の場合は562、それ以外は395とし、いずれの場合も増分値および節点数に関する収束性を確認した。

4.1 真円軸受の解析(精度検証) 図4に、無次元負荷容量 $F (= f / (PaDL))$ と偏心角 φ を縦軸に、圧縮定数 Λ を横軸にとって、ジャーナル形真円気体軸受の負荷特性に及ぼす圧縮性と偏心の影響を示す。ここで、偏心率 ϵ は0.1および0.3であり、後者の場合については、川端らの解⁽¹⁶⁾と計算結果の比較を行って

図4 ジャーナル形真円軸受の負荷特性

る。図のように、負荷容量、偏心角とも Δ 値が5付近まで大きく変化する。しかし、圧縮性が強くなるにつれて、負荷特性の変化は徐々にゆるやかになり、 Δ が20以降ではどちらの偏心率においても一定値に収まる。なお、 $\Delta = 40$ までの全領域にわたって、計算結果が川端らの解とよく一致していることから、定常解析における本解析の妥当性が検証される。

次に、非定常解析における検証結果を示す。図5では、偏心率が0.2と0.6の場合の真円気体軸受の安定限界を、Castelliらが無限幅仮定のもとにNon linear orbit法を用いて行った計算結果^[17]と比較している。ここでは、無次元角速度 ω^* ($= \omega(mh_c/W)$)を横軸に、軸受幅比 L/D を縦軸にとり、ホワールに対して安定な領域を白い丸で、不安定な領域を黒い三角形で示した。なお、Castelliらによる解は、安定限界理論による解との比較検証を行っていることから、妥当なものと考えられる。図からわかるように、どちらの偏心率の場合

図5 ジャーナル形真円軸受の安定領域

も、軸受幅比 L/D の値が1近傍でホワール発生のオンセット速度の値は最大となる。そして、軸受幅比が大きくなるにつれて、オンセット速度は徐々に小さくなり、 L/D が1.0以上では、Castelliらの無限幅理論による解とはほぼ一致している。これにより、非定常解析における妥当性が検証される。

4.2 溝付き軸受の解析 (増分幅の影響) ここでは、回転角速度増分 (定常解析) および時間増分 (非定常解析) の値が計算結果に及ぼす影響について検討した。対象とした溝付き軸受の諸元は以下のとおりである。

溝角度 $\alpha = 30^\circ$, 溝深さ比 $h_g/h_c = 2$,

溝数 $K_g = 9$, 溝幅比 $l_g/l_r = 1$, 平滑面回転

4.2.1 Δ と節点数の影響 定常解析アルゴリズムにおいて、増分ステップ数および節点数が計算結果に及ぼす影響について述べる。図6には、圧縮定数 $\Delta = 1.0$, 偏心率 $\varepsilon = 0.3$ における溝付き軸受の負荷容量

図6 ジャーナル形溝付き気体軸受の負荷容量計算値に及ぼす増分ステップ数と節点数の影響

図7 ジャーナル形溝付き気体軸受の軸心軌跡の計算結果に及ぼす時間増分幅の影響

の計算値を示した。ここでは、節点数が201から1,534、増分ステップ数が5から50の範囲で検討を行った。なお、増分ステップ数が5および50のとき、増分幅 $\Delta\Lambda$ は2および0.2となる。図から、節点数が1,099以上で、また、増分ステップ数が40以上で数値解がほぼ収束していることが確認される。

4.2.2 Δt の影響 非常定常解析アルゴリズムにおいて、軸心軌跡の計算結果に及ぼす増分値 Δt の影響を検討した結果を図7に示す。ここでは、圧縮定数 Λ を10、回転体質量を300gとして、時間増分幅 Δt が 2×10^{-5} 、 5×10^{-5} および 1.5×10^{-4} (sec.)の場合の計算結果を比較した。いずれの場合も、節点数は1,099であり、収束性は確認してある。なお、初期値となる定常解を求めるにあたって、増分幅 $\Delta\Lambda$ は0.25とした。図7において、 ϵ_x は水平方向の偏心率、縦軸 ϵ_y

は荷重方向の偏心率である。図からわかるように、 Δt が 5×10^{-5} (sec.)以下では、同様の軸心軌跡が得られるが、 Δt が 1.5×10^{-4} (sec.)の場合、多少異なったシミュレーション結果となる。ただし、適切な Δt の値は、回転速度、偏心率などによって異なり、各計算条件において検討を行う必要があると考えられる。

5. 結 言

(1) ジャーナル形動圧気体軸受の定常および非常定の性能予測のための増分法に基づく有限要素解析コードを開発した。これによって、軸心軌跡の効率的なシミュレーションとその結果に基づく適確な安定判別が可能となった。

(2) ジャーナル形真円気体軸受を対象に、負荷容量およびホワール安定領域の計算結果を、川端らおよびCastelliらの解と比較することにより、本解析の妥当性を検証した。

(3) 増分法による定常および非常定常解析において、ジャーナル形溝付き気体軸受の性能計算結果に及ぼす節点数と増分値の影響について検討した。

文 献

- (1) 田中, 機誌, 89-812, 756, (1986).
- (2) Vohr, J.H. and Chow, C.Y., *Trans. ASME, Ser. D*, 87-3, 568, (1965).
- (3) Bootsma, J., *Liquid Lubricated Spiral-Groove Bearings*, (1975).
- (4) 金子・三矢・ほか2名, 電々公社実用化報告, 21-9, 1715 (1972).
- (5) Reddi, M.M., *Trans. ASME, Ser. F*, 91-3, 524, (1969).
- (6) Reddi, M.M.・Chu, T.Y., *Trans. ASME, Ser. F*, 92-3, 495, (1970).
- (7) 三矢, 機論, 44-386, C (1978), 3593.
- (8) 林・青山・稻崎, 精密工学会誌, 53-4, C (1987), 619.
- (9) 林・青山・稻崎, 機論, 54-503, C (1988), 1584.
- (10) 染谷・山本・福山, 機論, 45-391, C (1979), 370.
- (11) Kinouchi, K.・Tanaka, K., *Proc. Japan Int. Tribology Conf., Vol. III*, (1990), 935.
- (12) 市原, 機論, 55-514, C, 1413, (1989).
- (13) Muidjerman, E.A.・ほか2名, *Leed-Lyon Conf.*, (1986).
- (14) 森, 潤滑, 20, 7, (1975) 481.
- (15) Wadhwa, S.S.・ほか2名, *Wear*, 69, 133-141, (1981).
- (16) 川端・ほか3名, 機論, 49-440, C (1983), 648.
- (17) Castelli, V.・Elrod, H.G., *Trans. ASME, Ser. D*, 87-1, 199, (1965).