パラレルリンクマニピュレータの力解析*

小 菅 一 弘^{*1}, 奥 田 実^{*2}, 川 俣 裕 行^{*3}
福 田 敏 男^{*1}, 小 塚 敏 紀^{*4}, 水 野 智 夫^{*4}

Input/Output Force Analysis of Parallel Link Manipulator

Kazuhiro KOSUGE, Minoru OKUDA, Hiroyuki KAWAMATA,
Toshio FUKUDA, Toshiki KOZUKA and Tomoo MIZUNO

This paper proposes a method to evaluate the kinematic structure of parallel link manipulators, based on the output force/torque of the mechanisms. As is well known, the relationship between the actuator force/torque and the output force/torque of manipulators is expressed by a manipulator Jacobian. In the conventional method based on the Jacobian matrix, both force and torque are analyzed simultaneously. However, it is not natural to deal with both force and torque simultaneously, since the force and torque have different dimensions. In this paper, we consider the output force and the output torque independently, and introduce the translatability and the rotatability of the manipulators. The kinematic structure is then analyzed based on the translatability and the rotatability of the manipulators. The translatability and the rotatability depend on the maximum output force and output torque of the manipulators, respectively, for given actuator forces. The proposed method is more natural than the conventional method and is useful for the design of the manipulator kinematic structure. An example illustrates the method.

Key Words: Robot, Parallel Link Manipulator, Force Analysis, Kinematics

1. は じ め に

パラレルリンクマニピュレータの作業空間は、通常のシリアルリンクマニピュレータの作業空間に比べて狭いが、シリアルリンクマニピュレータが不向きとしている高速、高精度、高負荷の作業に耐えられるという利点があり、従来のシリアル機構では適用できなかったさまざまな分野への応用が期待されている。特に、パラレルリンクマニピュレータはシリアルリンクマニピュレータに比べ、エンドエフェクタに大きな力を発生させることが可能であり、その特徴を生かした応用が考えられるため、アクチュエータの出力とエンドエフェクタに発生できる力の関係を解析することには非常に重要な問題である。

一般に、6自由度のパラレルリンクマニピュレータの場合、エンドエフェクタが発生する力(3自由度)とモーメント(3自由度)を制御することができる。各ア

クチュエータの入力とエンドエフェクタで発生できる力とモーメントは、シリアルリンクマニピュレータの場合と同様にヤコビ行列を用いて関係付けることができ、特に、アクチュエータの発生できる力の自乗和が一定の場合、エンドエフェクタが発生できる力とモーメントは、ヤコビ行列で決まるだ円体となることが知られている。しかし、力とモーメントは異なる次元をもつ量であるため、本来、別々に考える必要があるが、このだ円体を用いた解析では、別々に解析することができない。そこで、本論文ではパラレルリンクマニピュレータが純粋に発生できる力とモーメントを別々に考え、力の解析を行う方法を提案する。提案する方法を用いると、マニピュレータが発生できる力とモーメントを別々に解析でき、パラレルリンクマニピュレータの設計等に利用できる。

2. パラレルリンクマニピュ レータの運動学

図1に、パラレルリンクマニピュレータの基本的な概念を示す。本論文では、上部六角形 $E_1E_2E_3E_4E_5E_6$ のプラットフォームをエンドエフェクタと呼び、基準座標系に固定された下部六角形 $B_1B_2B_3B_4B_5B_6$ のプラットフォームをベースと呼ぶことにする。エンドエフェ

* 原稿受付 平成5年7月19日。

^{*1} 正員, 名古屋大学工学部 (〒464-01 名古屋市中千種区不老町1)。

^{*2} 学生員, 名古屋大学大学院。

^{*3} 名古屋大学工学部。

^{*4} 石川島播磨重工業(株) メカトロ総合開発センター (〒135 東京都江東区豊洲3-1-15)。

クタは、球面継手により接続された長さの制御できるアクチュエータ6本により支えられており、6本のアクチュエータの長さを調整することによってエンドエフェクタの位置/姿勢を制御することができる。

パラレルリンクマニピュレータの座標系を図2のように定義しよう。XYZ座標系は固定座標系でベース上に固定された座標系である。xyz座標系はエンドエフェクタ上に固定され、XYZ座標系に対して移動する座標系である。エンドエフェクタ、ベースの形状を決める6個の頂点は必ずしも同一平面内にある必要はない。

6本のアクチュエータの長さをそれぞれ $l_1 \sim l_6$ とし、ベクトルを用いて $l = (l_1, \dots, l_6)^T$ と表すことにする。一般にエンドエフェクタの位置/姿勢 x とアクチュエータの長さ l の関係は

$$l = g(x) \dots\dots\dots (1)$$

と表せる(付録1参照)。式(1)の両辺を時間に関して全微分すると、次式を得る。

$$\dot{l} = J\dot{x} \dots\dots\dots (2)$$

$$J \equiv \frac{\partial g}{\partial x} \dots\dots\dots (3)$$

図1 パラレルリンクマニピュレータの一般形状

図2 パラレルリンクマニピュレータの座標系

本論文では式(3)によって定義される J をパラレルリンクマニピュレータのヤコビ行列と呼ぶことにする(付録1参照)。ただし、ここでのヤコビ行列はシリアルリンクマニピュレータのヤコビ行列とは定義が異なり、シリアルリンクマニピュレータのヤコビ行列の逆行列に相当する。

3. 力/モーメントの関係式

パラレルリンクマニピュレータのアクチュエータの出力に対して、エンドエフェクタに発生する力/モーメントを図3のように定義する。図3において、 f_i は各アクチュエータの出力であり、それらをまとめてベクトルを用いて $f = (f_1, \dots, f_6)^T$ と表すことにする。 F は、エンドエフェクタに発生する力 f_0 およびモーメント n_0 をまとめて $F = (f_0^T, n_0^T)^T$ と表したものである。式(2)から、アクチュエータおよびエンドエフェクタの微小変位 $\Delta l, \Delta x (\in R^6)$ に対し

$$\Delta l = J\Delta x \dots\dots\dots (4)$$

が成り立つ。また、仮想仕事の原理より $f, \Delta l, F, \Delta x$ の間には、次のような関係が成立つ。

$$f^T \Delta l = F^T \Delta x \dots\dots\dots (5)$$

式(5)に式(4)を代入し、整理するとパラレルリンクマニピュレータのエンドエフェクタに発生する力/モーメント F とアクチュエータの出力 f の間には、次式の関係が成り立つことがわかる。

$$F = J^T f \dots\dots\dots (6)$$

従来マニピュレータの力解析は、式(6)に基づいて行われていた。式(6)は、マニピュレータが発生する力とモーメントをまとめて扱っているが、実際にはマニピュレータが純粋に発生できる力やモーメントを知る必要がある場合が多く、次元の異なる力とモーメントをまとめて扱うことは不自然である。そこで、エンドエフェクタに発生する力とモーメント F を力 f_0 とモ

図3 力解析のモデル

ーメント n_0 に分けて考え式(6)を次式のように表現する。

$$\begin{pmatrix} f_0 \\ n_0 \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} J_t^T \\ J_r^T \end{bmatrix} f \quad \text{..... (7)}$$

ただし, $J_t^T, J_r^T \in R^{3 \times 6}$ である。上式より力 f_0 は次式のように表せ,

$$f_0 = J_t^T f \quad \text{..... (8)}$$

モーメント n_0 は次式のように表せる。

$$n_0 = J_r^T f \quad \text{..... (9)}$$

4. 並進力の解析

アクチュエータの出力 f が

$$|f| \leq 1 \quad \text{..... (10)}$$

を満たすとき, エンドエフェクタがモーメント n_0 を発生せずに, 純粹に発生できる力 f_0 を考えよう。すなわち

$$n_0 = J_r^T f = 0 \quad \text{..... (11)}$$

なる拘束条件のもとで, 式(10)を満たす f によって発生できる f_0 を考えよう。問題を簡単にするため, ここでは $\text{rank} J_t^T = \text{rank} J_r^T = 3$ の場合について考える。

まず式(11)の条件について考える。式(11)の条件は $\ker J_r^T$ を求めることに等しい。いま f の次元が $n=6$ で, 係数行列の階数が $\text{rank} J_r^T = 3$ より $\ker J_r^T$ の次元は $n - \text{rank} J_r^T = 3$ となり, f は次式のように表せる(付録2参照)。

$$f = A_t X_t \quad \text{..... (12)}$$

ただし $A_t \in R^{6 \times 3}$, $X_t \in R^3$ である。次に式(10)の条件より, 両辺を自乗して式(12)を代入すると次式を得る。

$$|f|^2 = f^T f = X_t^T Q X_t \leq 1 \quad \text{..... (13)}$$

ただし

$$Q = A_t^T A_t \quad \text{..... (14)}$$

である。 Q の固有値を $\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3 (\in R)$, 正規化した固有ベクトルを $e_1, e_2, e_3 (\in R^3)$ とし, Q の固有ベクトルを列ベクトルにもつ行列 $T (\in R^{3 \times 3})$ をとる。 Q は対称行列であるため固有ベクトル e_1, e_2, e_3 はそれぞれ直交し, T は正規直交行列となる。いま

$$\bar{X}_t = T X_t \quad \text{..... (15)}$$

となるように $\bar{X}_t$ を定義すると

$$X_t = T^T \bar{X}_t \quad \text{..... (16)}$$

と書ける。式(16)を式(13)に代入すると

$$\bar{X}_t^T T Q T^T \bar{X}_t \leq 1 \quad \text{..... (17)}$$

となる。 $T Q T^T$ は $\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3$ の対角行列となるので, 式(17)は

$$(\bar{x}_t, \bar{y}_t, \bar{z}_t) \begin{bmatrix} \lambda_1 & 0 & 0 \\ 0 & \lambda_2 & 0 \\ 0 & 0 & \lambda_3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \bar{x}_t \\ \bar{y}_t \\ \bar{z}_t \end{bmatrix} \leq 1 \quad \text{..... (18)}$$

と書ける。さらに

$$\bar{X}_t = A_{t1} X'_t = \begin{bmatrix} \frac{1}{\sqrt{\lambda_1}} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{\sqrt{\lambda_2}} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{\sqrt{\lambda_3}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x'_t \\ y'_t \\ z'_t \end{bmatrix} \quad \text{..... (19)}$$

となるように X'_t を定義すると, 式(18)は

$$|X'_t|^2 = x'^2_t + y'^2_t + z'^2_t \leq 1 \quad \text{..... (20)}$$

となる。式(19)を式(16)に代入すると

$$X_t = T^T A_{t1} X'_t \quad \text{..... (21)}$$

が成り立ち, これを式(12)に代入すると

$$f = A_{t2} X'_t \quad \text{..... (22)}$$

となる。ここで

$$A_{t2} = A_t T^T A_{t1} \quad (\in R^{3 \times 3}) \quad \text{..... (23)}$$

である。式(22)は式(11)の拘束条件を満足する f を表している。さらに, 式(22)を式(8)に代入すると

$$f_0 = J_t X'_t \quad \text{..... (24)}$$

となる。ここで

$$J'_t = J_t^T A_{t2} \quad (\in R^{3 \times 3}) \quad \text{..... (25)}$$

である。 $\text{rank}(J'_t) = 3$ であるとき J'_t の逆行列が存在するから, 式(20)と式(24)より

$$f_0^T (J'_t J'^T_t)^{-1} f_0 \leq 1 \quad \text{..... (26)}$$

となる。式(26)より f_0 は $J'_t J'^T_t$ の直交するそれぞれの固有ベクトルの方向に, 固有値の平方根の大きさをもつだ円体となる。このだ円体は f_0 の発生のしやすさをあらわしている。本論文では, f_0 の発生のしやすさを Translatability と呼び, このだ円体を Translatability Ellipsoid と呼ぶ。なお $\text{rank}(J'_t) < 3$ であるときのパラレルリンクマニピュレータは, 回転せずに任意の力を発生することはできない。

5. 回転力の解析

次に, アクチュエータの出力 f が式(10)を満たすとき, エンドエフェクタが力 f_0 は発生せずに, 純粹に発生できるモーメント n_0 を考えよう。すなわち

$$f_0 = J_t^T f = 0 \quad \text{..... (27)}$$

なる拘束条件のもとで, 式(10)を満たす f によって発生できる n_0 を考えよう。4章の式の中で, f_0 と n_0 を入れ換え, 添字 t を r にすることにより次のように導出できる。

$$n_0 = J_r^T X'_r \quad \text{..... (28)}$$

ただし $J'_r \in R^{3 \times 3}, X'_r \in R^3, |X'_r| \leq 1$ である。 $\text{rank}(J'_r) =$

3であるとき

$$n_0^T (J_r^T J_r)^{-1} n_0 \leq 1 \quad \dots\dots\dots (29)$$

となる。この n_0 は、 $J_r^T J_r^T$ の直交するそれぞれの固有ベクトルの方向に固有値の平方根の大きさをもつだ円体となり、 n_0 の発生しやすいさを表している。本論文では、これを Rotatability と呼び、だ円体を Rotatability Ellipsoid と呼ぶ。なお $\text{rank}(J_r) < 3$ であるときのパラレルリンクマニピュレータは、並進せずに任意のモーメントを発生することはできない。

6. 例 題

この章では、簡単な例題を用いて 4 章と 5 章で提案した Translatability と Rotatability について説明する。問題を簡単にするために、図 4 のような機構をもつ 2 次元パラレルリンクマニピュレータを考え、エンドエフェクタの位置/姿勢が $(x_c, y_c, \theta)^T = (0, 1, 0)^T$ であるときのエンドエフェクタが発生することができる力とモーメントについて着目し、マニピュレータのパラメータを設計する問題を考えよう。ここでは、エンドエフェクタの長さを $r_1 = r_2 = 0.5$ とし、ベースの長さ $R_1 = R_2 = R$ を設計する問題を考える。

図 4 に示されるパラレルリンクマニピュレータは、アクチュエータ入力 f_1, f_2, f_3 によってエンドエフェクタは力 $f_0 (\in R^2)$ とモーメント $n_0 (\in R)$ を発生することができるので、式(7)を計算した結果は次のようになる。

$$\begin{pmatrix} f_0 \\ n_0 \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} \alpha_1 & \alpha_2 & \alpha_3 \\ \beta_1 & \beta_2 & \beta_3 \\ \gamma_1 & \gamma_2 & \gamma_3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} f_1 \\ f_2 \\ f_3 \end{bmatrix} \quad \dots\dots\dots (30)$$

まず、Translatability について考えよう。式(10)の拘束条件は、ベクトル $f = (f_1, f_2, f_3)^T$ が原点を中心とする球の内部にあることを意味し、式(11)は f が原点を通る平面上にあることを意味している。これらの条件

図 4 例題

を満足する f は、図 5 に示すように球を平面で切った断面内に存在していることがわかる。4 章のように計算すると Translatability Ellipsoid はだ円となるので、Translatability を、ここでは $\sigma = (\text{だ円の短径}) / (\text{だ円の長径})$ の大きさを評価することにする。 R を変化させたときの σ の値は図 6 のようになる。図 6 から $R = 0.82$ のとき σ が最大となることがわかる。

次に、Rotatability について考えよう。式(10)は f が原点を中心とする球の内部にあることを意味し、式(27)は f が原点を通る二平面の交線上にあることを意味している。これらの条件を満足する f は、図 7 に示すように球を二平面で切った線分内に存在していることがわかる。5 章のように計算すると Rotatability Ellipsoid はスカラーとなるので、Rotatability は J_r の大きさを評価することにする。 R を変化させたときの J_r の値を図 8 に示す。図 8 から $R = 0.81$ のとき J_r が最大となることがわかる。

図 6 と 8 より、図 4 のパラレルリンクマニピュレータでは、エンドエフェクタの位置/姿勢、長さが $(x_c, y_c, \theta) = (0, 1, 0), r_1 = r_2 = 0.5$ のとき、ベースの長さを $R_1 = R_2 = 0.815$ とするのが望ましいと考えられる。参考のため、 $r_1 = r_2 = 0.5, R_1 = R_2 = 0.815, \theta = 0$ のとき、エン

図 5 Translatability におけるアクチュエータトルクの拘束

図 6 ベース長さと Translatability との関係

図 7 Rotatability におけるアクチュエータトルクの拘束

図 8 ベース長さと Rotatability との関係

図 9 Translatability と Rotatability

ドエフェクタの位置を変化させたときの Translatability と Rotatability を図 9 に示す。これにより、エンドエフェクタのそれぞれの位置/姿勢での力/モーメントの発生しやすいさがわかる。

このように、パラレルリンクマニピュレータのアクチュエータの配置を決めたとき、エンドエフェクタの形状と位置/姿勢、ベースの形状のパラメータを変化させることにより Translatability と Rotatability を計算し、エンドエフェクタの力とモーメントの発生しやすいさを考慮しながらパラレルリンクマニピュレータの設計をすることができる。

7. ま と め

従来ヤコビ行列を用いたマニピュレータの機構解析は数多くなされてきた⁽¹⁾⁽¹⁷⁾⁽¹⁸⁾が、これらの研究では、エンドエフェクタの並進と回転運動、力とモーメントを一緒に取扱うことによってマニピュレータの評価をしており、それぞれ次元が異なる量を一緒に取扱っており不自然であった。本論文では、この不自然さを解決するために、エンドエフェクタの発生できる力とモーメントを別々に考えるパラレルリンクマニピュレータの力の解析方法を提案した。

提案する方法では、まずアクチュエータの入力 f に対し、 $|f| \leq 1$ という条件のもとで、エンドエフェクタが回転せずに発生できる力 f_0 と並進せずに発生できるモーメント n_0 を求め、次にこの f_0, n_0 は、それぞれ円体となることを示した。これらの円体はそれぞれ f_0 の発生のしやすさ (Translatability), n_0 の発生のしやすさ (Rotatability) を表している。Translatability と Rotatability は、パラレルリンクマニピュレータの幾何学的パラメータで決まるのでパラレルリンクマニピュレータの評価ならびに設計に用いることができる。そして、最後に簡単な例題を用いて提案する解析方法を説明した。

付 録 1

ベースの継手の位置を図 2 に示すようにパラメータ R_i, ϕ_i, φ_i を用いて極座標で表すと、ベースの継手の位置 B_i は XYZ 座標系で以下のように表せる。ただし、 $i=1 \sim 6$ とする。

$$B_i = \begin{bmatrix} B_{xi} \\ B_{yi} \\ B_{zi} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_i \sin \phi_i \cos \varphi_i \\ R_i \sin \phi_i \sin \varphi_i \\ R_i \cos \phi_i \end{bmatrix} \dots \dots \dots (31)$$

エンドエフェクタの継手の位置を、図 2 に示すようにパラメータ r_i, θ_i, ϕ_i を用いて極座標で表すと、xyz 座標系で以下のように表せる。

$$e_i = \begin{bmatrix} e_{xi} \\ e_{yi} \\ e_{zi} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} r_i \sin \theta_i \cos \phi_i \\ r_i \sin \theta_i \sin \phi_i \\ r_i \cos \theta_i \end{bmatrix} \dots \dots \dots (32)$$

XYZ 座標系からの xyz 座標系の原点の位置を x_c, y_c, z_c とし、姿勢を X-Y-Z 固定角で記述するとエンドエフェクタの位置/姿勢を表すベクトルは $x = (x_c, y_c, z_c, \alpha, \beta, \gamma)^T$ となる。ここで γ, β, α はそれぞれ xyz 座標系を X 軸, Y 軸, Z 軸回りにこの順で回転したときの回転角を表す。いまベクトル X_c , 行列 T を以下のように定義する。

$$X_c = \begin{bmatrix} x_c \\ y_c \\ z_c \end{bmatrix} \dots\dots\dots (33)$$

$$T = \begin{bmatrix} cac\beta & cas\beta s\gamma - sac\gamma & cas\beta c\gamma + sas\gamma \\ sac\beta & sas\beta s\gamma + cac\gamma & sas\beta c\gamma - cas\gamma \\ -s\beta & c\beta s\gamma & c\beta c\gamma \end{bmatrix} \dots\dots\dots (34)$$

このベクトル X_c と行列 T を用いて, xyz 座標系で表されたエンドエフェクタの継手の位置 e_i は XYZ 座標系で次式のように表せる.

$$E_i = T e_i + X_c \dots\dots\dots (35)$$

ここで E_i はエンドエフェクタの継手の位置を XYZ 座標系で表したものとなり, 成分は以下のようになる.

$$E_i = \begin{bmatrix} E_{xi} \\ E_{yi} \\ E_{zi} \end{bmatrix} \dots\dots\dots (36)$$

ただし,

$$E_{xi} = (cac\beta)ex_i + (cas\beta s\gamma - sac\gamma)e_{yi} + (cas\beta c\gamma + sas\gamma)e_{zi} + x_c \dots\dots\dots (37)$$

$$E_{yi} = (sac\beta)e_{-i} + (sas\beta s\gamma + cac\gamma)e_{yi} + (sas\beta c\gamma - cas\gamma)e_{zi} + y_c \dots\dots\dots (38)$$

$$E_{zi} = (-s\beta)ex_i + (c\beta s\gamma)e_{yi} + (c\beta c\gamma)e_{zi} + z_c \dots\dots\dots (39)$$

$$\sin\alpha = sa, \sin\beta = s\beta, \sin\gamma = s\gamma$$

$$\cos\alpha = ca, \cos\beta = c\beta, \cos\gamma = c\gamma$$

i 番めのアクチュエータの長さ l_i は, それぞれ i 番めのエンドエフェクタの継手と E_i ベースの継手 B_i を結んだものであり,

$$l_i^2 = l_{xi}^2 + l_{yi}^2 + l_{zi}^2 \dots\dots\dots (40)$$

$$l_i = \sqrt{l_{xi}^2 + l_{yi}^2 + l_{zi}^2} \dots\dots\dots (41)$$

と表せる. ただし

$$l_{xi} = E_{xi} - B_{xi} \dots\dots\dots (42)$$

$$l_{yi} = E_{yi} - B_{yi} \dots\dots\dots (43)$$

$$l_{zi} = E_{zi} - B_{zi} \dots\dots\dots (44)$$

である.

式(40)の両辺を全微分し, これを整理すると次式のようになる.

$$\begin{bmatrix} \dot{l}_1 \\ \dot{l}_2 \\ \dot{l}_3 \\ \dot{l}_4 \\ \dot{l}_5 \\ \dot{l}_6 \end{bmatrix} = J \begin{bmatrix} \dot{x}_c \\ \dot{y}_c \\ \dot{z}_c \\ \dot{\alpha} \\ \dot{\beta} \\ \dot{\gamma} \end{bmatrix} \dots\dots\dots (45)$$

式(45)の J の要素は J_{ij} は次式で計算できる.

$$J_{i1} = l_{xi} \frac{1}{l_i} \dots\dots\dots (46)$$

$$J_{i2} = l_{yi} \frac{1}{l_i} \dots\dots\dots (47)$$

$$J_{i3} = l_{zi} \frac{1}{l_i} \dots\dots\dots (48)$$

$$J_{i4} = [l_{xi}\{(-sac\beta)ex_i + (-sas\beta s\gamma - cac\gamma)e_{yi} + (-sas\beta c\gamma + cas\gamma)e_{zi} + l_{yi}\{(cac\beta)ex_i + (cas\beta s\gamma - sac\gamma)e_{yi} + (cas\beta c\gamma + sas\gamma)e_{zi}\}}] \frac{1}{l_i} \dots\dots\dots (49)$$

$$J_{i5} = [l_{xi}\{(-cas\beta)ex_i + (cac\beta s\gamma)e_{yi} + (cac\beta c\gamma)e_{zi} + l_{yi}\{(-sas\beta)ex_i + (-sac\beta s\gamma)e_{yi} + (sac\beta c\gamma)e_{zi} + l_{zi}\{(-c\beta)ex_i + (-s\beta s\gamma)e_{yi} + (-s\beta c\gamma)e_{zi}\}}] \frac{1}{l_i} \dots\dots\dots (50)$$

$$J_{i6} = [l_{xi}\{(cas\beta c\gamma + sas\gamma)e_{yi} + (-cas\beta s\gamma + sac\gamma)e_{zi} + l_{yi}\{(sas\beta c\gamma - cas\gamma)e_{yi} + (-sas\beta s\gamma - cac\gamma)e_{zi} + l_{zi}\{(c\beta c\gamma)e_{yi} - (c\beta s\gamma)e_{zi}\}}] \frac{1}{l_i} \dots\dots\dots (51)$$

式(3)で定義されるヤコビ行列は x だけの関数であるが式(46)~(51)で表されるヤコビ行列は x と l の関数である. 与えられたエンドエフェクタの位置/姿勢 x に対してヤコビ行列を計算するには, まず式(41)から l_i を計算し, 式(46)~(51)に代入すればよい.

付 録 2

$\ker J_r^T, \ker J_t^T$ である A_t, A_r は, 次のように求めることができる. まず,

$$[YZ] = \begin{bmatrix} J_t^T \\ J_r^T \end{bmatrix}^{-1} \dots\dots\dots (52)$$

とおく. ただし $Y, Z \in R^{6 \times 3}$ である. 次に

$$\begin{bmatrix} J_t^T \\ J_r^T \end{bmatrix} [YZ] = \begin{bmatrix} J_t^T Y & J_t^T Z \\ J_r^T Y & J_r^T Z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} I_3 & 0 \\ 0 & I_3 \end{bmatrix} \dots\dots\dots (53)$$

が成り立つから,

$$J_r^T Y = 0 \dots\dots\dots (54)$$

$$J_t^T Z = 0 \dots\dots\dots (55)$$

となる. ここで, Y, Z は求めるべき $\ker J_r^T, \ker J_t^T$ となっているから,

$$A_t = Y \dots\dots\dots (56)$$

$$A_r = Z \dots\dots\dots (57)$$

である。

文 献

- (1) Mason, M. T. and Salasbury, J. K., *Robot Hands and the Mechanics of Manipulation*, (1985), 65-76, MIT Press, Cambridge, Massachusetts.
- (2) 武田・舟橋・平原, パラレルマニピュレータの特異点解析, 第9回日本ロボット学会学術講演会予稿集, (1991), 61-63.
- (3) 内山・飯村・多羅, パラレルロボット HEXA の特異点解析, 第9回日本ロボット学会学術講演会予稿集, (1991), 65-66.
- (4) 中島・片岡・永田・和田・新井, パラレルリンクマニピュレータ用制御装置の開発, 第9回日本ロボット学会学術講演会予稿集, (1991), 73-74.
- (5) 新井・Clearly, K. 中村・安達・本間, パラレルリンクマニピュレータの開発(第2報), 第8回日本ロボット学会学術講演会予稿集, (1990), 685-686.
- (6) 新井・Stoughton, R. 中村・安達・本間, パラレルリンクマニピュレータの開発(第3報), 第9回日本ロボット学会学術講演会予稿集, (1991), 71-72.
- (7) 津坂・福泉・井上, パラレルマニピュレータの設計と機構特性, 日本ロボット学会誌, 5-3 (1987), 12-19.
- (8) 舟橋・堀江, 6自由度パラレルマニピュレータの開発, 機論, 56-523, C(1990), 829-834.
- (9) Nanua, P., Direct Kinematics Solution of a Stewart platform, *Trans. IEEE Robotics and Autom.*, 6-4(1990), 438-444.
- (10) Sugimoto, K., Kinematics and Dynamic Analysis of parallel Manipulators by Means of Motor Algebra, *Trans. ASME, J. Mech., Trans. and Automa. in Design*, 109(1987), 3-7.
- (11) Gosselin, C. and Angeles, J., Singularity Analysis of Closed-Loop Kinematic Chains, *IEEE Trans. Robotics and Autom.*, 6-3(1990), 281-290.
- (12) Lee, K. and Shah, D., Dynamic Analysis of a Three-Degrees-of-Freedom In-Parallel Actuated Manipulator, *IEEE J. Robotics and Autom.*, 4-3(1988), 354-367.
- (13) Fichter, E. F., A Stwert platform-based manipulator, general theory and practical construction, *The Int. J. Robotics Research*, 5-2(1986), 157-182.
- (14) Hunt, K. H., Structural kinematics of in-parallel-actuated robotarms, *Trans. ASME, J. Mech., Trans. and Auto. in Design*, 105(1983), 705-712.
- (15) Do, D. Q. W. and Yang, D. C. H., Inverse dynamic analysis of a platform type of robot, *J. Robotic Syst.*, 5-3(1988), 210-227.
- (16) Merlet, J. P., An Algorithm for The Forward Kinematics of General 6 D. O. F. Parallel Manipulators, *INRIA Research Report*, 1331, November(1990), 1-27.
- (17) 吉川, ロボットアームの可操作度, 日本ロボット学会誌, 2-1(1984), 63-67.
- (18) 内山・清水・箱守, ヤコビ行列式によるロボットアームの機構評価, 計測自動制御学会論文集, 21-2(1985), 82-88.