情報機器用ポリゴンミラーの負荷トルクに関する基礎的研究*

(第1報, 3次元非定常数値解析)

早瀬 敏幸^{*1}, 磯部 壮一^{*2}
小俣 公夫^{*2}, 紺野 大介^{*3}

Basic Study on Loss Torque of Rotating Polygon Mirror (1st Report, Numerical Analysis for Three-Dimensional Unsteady Flow)

Toshiyuki HAYASE, Soichi ISOBE,
Kimio KOMATA and Daisuke KONNO

A rotating polygon mirror is commonly used in contemporary printing devices. The understanding of the flow field around the rotating mirror is essential for analysis and design, since reduction of the hydrodynamic load torque directly leads to an improvement in the performance. In this paper, a numerical analysis has been conducted for the flow in the space between a fixed outer cylinder and a rotating octagonal inner cylinder. Discretized transport equations are solved for two-dimensional and three-dimensional time-dependent constant property flows using a second-order accurate finite volume scheme within the context of SIMPLER-based iterative methodology. Two-dimensional calculations show a shear-driven recirculating flow in cavity regions, while three-dimensional calculations reveal a distinct turbulent flow structure. The hydrodynamic loss torque is mainly due to an asymmetric pressure distribution on the polygon surface especially at high rotating speed. This result is qualitatively confirmed by a simple model experiment.

Key Words: Information Processing Equipment, Rotary Machinery, Optical Instrument, Polygon Mirror, Computational Fluid Dynamics, Swirling Flow, Turbulent Flow

1. 緒 言

ポリゴンミラーは、複写機、ファックス、レーザービームプリンター等の情報機器において、ビームの高速走査のために多用されている(図1)。近年の情報機器の高性能化に伴い、ポリゴンミラーもより一層の高速回転化が望まれているが、その負荷トルクが回転数の増加とともに急激に増加するため、モータの発熱に伴う熱変形、およびそれに伴うビーム位置精度の劣化等の問題が生じている。負荷トルクの発生要因としては、一般に軸受けの摩擦などの機械的なものとポリゴンミラー周りの流れ場に関連した流体力学的なものと考えられる。本研究は、後者の要因につき数値解析と実験による基礎的検討を行うことを目的とする。本論文においては、まず単純な幾何学形状をもつモデ

ルに対して数値解析を行う。非圧縮粘性流体に対する離散化基礎方程式に基づき、SIMPLER法に類似の手法を用いて解析する。得られた結果より、ポリゴンミラー周囲の流れ場の構造を明らかにするとともに、負荷トルクの発生要因についても検討する。また非定常3次元計算とともに流れ場の2次元性を仮定した場合の計算も行い、その妥当性について検討する。

図1 ポリゴンミラーによるレーザービームの走査

* 原稿受付 平成6年1月14日。

^{*1} 正員, 東北大学流体科学研究所 (〒980 仙台市青葉区片平2-1-1)。

^{*2} 荏原総合研究所 (〒251 藤沢市本藤沢4-2-1)。

^{*3} 正員, 荏原総合研究所。

主な記号

$\bar{f}$	ポリゴンの回転速度 [rpm]
L	円筒の軸方向長さ
r_1	ポリゴンの内接円半径
r_2	外部の静止円筒の半径
T	ポリゴンの回転周期
ω_1	ポリゴンの回転角速度
上付き添字	
~	有次元量
'	回転座標系に対応する量

2. 数値計算法

円筒座標系(r, θ, z)の各速度成分を(u, v, w)とする。対象領域を図2に示す。両端を閉じた長さ L の静止した円筒内で8角柱が回転する場合を考える。8角形の一边に沿った座標 x を図のように定義する。また流体は非圧縮粘性流体とする。周方向に流れ場は周期的であるとして、 $\theta_0=45^\circ$ の扇形領域のみを対象領域とする。幾何学形状が時間的に不変となるように、8角柱とともに回転する座標系(r, θ', z)を用いて基礎方程式を記述すると、無次元形で次式となる(回転座標系に対応する量には'を付して示した)。

Navier-Stokes 式

$$\begin{aligned}
 & \frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial r} + \frac{v'}{r} \frac{\partial u}{\partial \theta'} + w \frac{\partial u}{\partial z} - \frac{v'^2}{r} - 2\omega_1 v' - r\omega_1^2 \\
 & = -\frac{\partial p}{\partial r} + \frac{1}{R_{eo}} \left(\frac{\partial^2 u}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial u}{\partial r} - \frac{u}{r^2} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 u}{\partial \theta'^2} \right. \\
 & \quad \left. - \frac{2}{r^2} \frac{\partial v'}{\partial \theta'} + \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} \right) \\
 & \frac{\partial v'}{\partial t} + u \frac{\partial v'}{\partial r} + \frac{v'}{r} \frac{\partial v'}{\partial \theta'} + w \frac{\partial v'}{\partial z} + \frac{uv'}{r} + 2\omega_1 u \\
 & = -\frac{1}{r} \frac{\partial p}{\partial \theta'} + \frac{1}{R_{eo}} \left(\frac{\partial^2 v'}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial v'}{\partial r} - \frac{v'}{r^2} \right. \\
 & \quad \left. + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 v'}{\partial \theta'^2} + \frac{2}{r^2} \frac{\partial u}{\partial \theta'} + \frac{\partial^2 v'}{\partial z^2} \right) \\
 & \frac{\partial w}{\partial t} + u \frac{\partial w}{\partial r} + \frac{v'}{r} \frac{\partial w}{\partial \theta'} + w \frac{\partial w}{\partial z} \\
 & = -\frac{\partial p}{\partial z} + \frac{1}{R_{eo}} \left(\frac{\partial^2 w}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial w}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 w}{\partial \theta'^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial z^2} \right)
 \end{aligned} \tag{1.a}$$

連続式

$$\frac{\partial u}{\partial r} + \frac{u}{r} + \frac{1}{r} \frac{\partial v'}{\partial \theta'} + \frac{\partial w}{\partial z} = 0 \tag{1.b}$$

ここで、無次元化の代表量は、8角柱の内接円半径 $\bar{r}_1$ 、周速度 $\bar{\omega}_1 \bar{r}_1$ 、および流体の密度 $\bar{\rho}$ である(有次元量には~を付して示した)。以下の計算は全て無次元量で行ったが、計算結果の中には実験結果との比較を考慮して有次元量で表したものも含まれている。

本研究で用いた数値解析手法は既報で用いたものと基本的には同一である^{(1),(2)}。等間隔の直交スタガード格子系を用い、有限体積法に基づいて基礎方程式を離散化する。得られた差分方程式群はSIMPLER法⁽³⁾に類似の手法により解かれる。本数値解析手法の主な特徴を列挙すると、

- 1) 対流項の差分化に、物理的考察に基づき再定式化されたQUICKスキーム⁽⁴⁾を用いた。反復過程における境界面での流束の連続性を保証する生成項の取扱いにより、数値計算全体の数値安定性が向上し、乱流域を含む高レイノルズ数流れの数値解析が可能となった⁽⁵⁾。
- 2) 線形代数方程式の解法に、5重対角行列の陰解法(MSI法)⁽⁶⁾を採用した。
- 3) 時間微分項の離散化に、2次精度の陰解法⁽⁷⁾を用いることにより、陽解法に比べ大きな時間刻みで計算を進めることができた。

3. 計算結果と考察

計算条件を表1に示す。非定常計算の初期値としては、最初全ての速度成分を0とし、以後は得られた解を用いた。

まず平均速度場の計算結果について述べる。図3は対称面($z/L=0.5$)における平均速度ベクトル場である。回転数を10000[rpm]とし、過渡状態の解を除くため十分計算を行った後、変動の低周波成分が含まれるように24回転間(768計算ステップ)の解を平均した[図6(c)参照]。2次元計算の結果は定常解であり計算領域の下部に循環渦が形成されている。一方、3次元

図2 対象領域および座標系

図3 中心断面における平均速度ベクトル場
($\bar{\omega}=10000[\text{rpm}]$)

計算は乱流に対応する時間的に激しく変動する解となり、これを平均した図(b)では、8角柱の右側の頂点近傍に若干速度の減少する領域が見られるのを除いてほぼ全域で大きな速度成分をもっている。

非定常3次元計算において瞬間速度場を示したのが図4である。流れ場は z 軸位置により大きく異なっており、図(a)と(c)の比較より $z/L = 0.5$ の対称面に関して対称性をもっていないことがわかる。また先の平均速度場(図3(b))には見られない大きな渦構造が同一断面の瞬間速度場(図4(b))には存在している。以上、2次元計算と3次元計算では、得られる流れ場の構造が本質的に異なっていることが明らかとなった。

次に、負荷トルクに直接影響を与える8角柱表面上

表1 計算条件

Radius of inscribed circle $\tilde{r}_1$	2.75[cm]
Radius of outer cylinder $\tilde{r}_2$	3.25[cm]
Length $\tilde{L}$	0.7[cm]
Density of fluid $\tilde{\rho}$	0.001229[g/cm ³]
Kinematic viscosity $\tilde{\nu}$	0.15[cm ² /s]
Grid points $N_r \times N_\theta \times N_z$	16 × 24 × 20
Time increment	$T/32$
Total residual at convergence	0.4×10^{-3}
CPU time for one time step on cray Y/MP8	12s

図4 種々の断面における瞬間速度ベクトル場。
(3次元計算, $\bar{\omega}=10000[\text{rpm}]$)

での圧力を z 方向および時間に関して平均したものを x の関数として図5に示す。図で2次元計算の結果は、 $x/x_0=0.5$ に関してほぼ対称である。圧力による負荷トルクは壁面上の平均圧力 $\bar{p}_w(x)$ を用いて次式で与えられる。

$$q_p = \int_0^{x_0} \bar{p}_w(x) \tan \phi(x) r_1 L dx \quad (2)$$

ここで $\phi(x)$ は対称軸を基準とした方位角を表す(図2参照)。従って2次元計算の場合は圧力に起因する負荷トルクが左右の壁面ではほぼ相殺されることがわかる。一方、3次元計算では圧力分布は非対称であり、

図5 ポリゴンの一辺に沿う平均圧力分布
($\bar{\omega}=10000[\text{rpm}]$)

図 6 負荷トルクの時間変化 (3次元計算)

x の大きな領域における負圧が負荷トルクを増大させる。なお、 $x/x_0=0.3$ 近傍で3次元計算の結果に空間的な振動が見られるが、これは階段状の計算格子の不連続性に起因するものである(図3, 4参照)。より正確な解を得るためには、境界適合格子系などを用いる必要があるが、振動の振幅が本計算条件の範囲内では比較的小さく、また式(2)中の $\phi(x)$ も小さな範囲に限られるため、負荷トルクの評価に関する限り解の振動の影響を無視しても差しつかえないものと考えられる。

次に、3次元計算における負荷トルクの時間変化を種々の回転数について調べた結果を図6に示す。図で q_t は壁面上での摩擦による負荷トルクであり、 q_f はこれに圧力分布による負荷トルク q_p を加えた流体力学的

図 7 負荷トルクの回転数による変化 (計算結果)

要因による全負荷トルクである。なお、これらの結果は8角柱の側面全体について計算した結果であり、両端面の寄与は考慮されていない。回転数の低い400[rpm]では摩擦によるトルクが全トルクのほぼ半分を占めており、またトルクに時間的な変動はなく流れが層流であることを示している。回転数の増加に伴い流れは乱流に遷移し時間的な変動を伴うようになる。負荷トルクの絶対値の増加とともに、摩擦トルクの寄与が相対的に減少し、40000[rpm]においては摩擦トルクは圧力分布に起因するものに対して事実上無視し得る程度となる。

負荷トルクの時間平均値を回転数に対してプロットしたものを図7に示す。図より2次元計算の結果は回転2重円筒間の層流に対する解析解(クエッテ流れ)と同程度の低い値となっており、高速回転数域の乱流場の解析を2次元で行うことは適当でないことがわかる。

4. 実 験

上で述べた数値解析結果を確認するために以下の実験を行った。実験装置の概略を図8に示す。内接円半径 $\tilde{r}_1 = 2.75[\text{cm}]$ 、軸方向長さ $\tilde{L} = 0.7[\text{cm}]$ の8角柱形状のミラー(重量120[g])をサーボモータにより駆動する。回転数は6000~35000[rpm]の範囲で実験を行った。数値解析結果との比較のため、ミラーの両端面に円板を取り付け、また半径方向には円筒形状のカバーを設け

図 8 実験装置の概略図

て実験を行った。ただし、計算とは異なり、両端面の円板はミラーとともに回転する構造となっている。比較のため半径2.75[cm]の円柱ミラー（重量125[g]）についても実験を行った。

種々の回転数におけるモータの消費電力を測定し、8角ミラーと円柱との場合で差をとったものを図9に示す。円柱表面の圧力分布は負荷トルクに寄与しないので、上記の差は8角ミラーの圧力分布に起因する負荷トルクに対応する電力消費量と考えることができる。図より回転数が15000[rpm]程度までは8角ミラーと円柱との間にほとんど差異はみられないが、20000[rpm]以降では8角ミラーの消費電力が急激に増加している。このことは、回転数の増加とともに圧力差に起因する負荷トルクが急激に増加するとの、先の数値解析の結果と定性的に一致するが、実験ではミラーに作用する負荷トルクは直接測定していないので、数値解析結果との定量的な比較はできない。

5. 結 言

回転するポリゴンミラーの負荷トルクに関する流体力学的な要因について検討するため、比較的単純な幾何学形状をもつモデルに対して数値解析を行った。非定常3次元計算により、乱流場に対応する流れ場の構造を明らかにするとともに圧力分布の非対称性に起因する負荷トルクが高速回転数域では支配的となること

図 9 8角ミラーと円柱ミラーの消費電力の差（実験結果）

を示した。また2次元計算で得られる解は3次元計算の結果と本質的に異なるものとなる。さらに回転する8角ミラーと円柱ミラーの消費電力の測定を行った結果、8角ミラーでは回転数の増加とともに圧力分布に起因する負荷トルクが急激に増加するという本数値解析結果と定性的に一致する結果が得られた。ミラーカバー形状の影響、および変動負荷トルクによるミラーの振動の問題等については今後検討したい。

計算は、東北大学流体科学研究所CRAY Y/MP8で行った。本研究で用いた数値解析コードは、カリフォルニア大学バークレー校において、著者の1人およびJ.A.C. Humphrey, R. Greifにより作成された。

参 考 文 献

- (1) Hayase, T., Humphrey, J. A. C. and Greif, R., Mini manual for ROTFLO2, Dept. mech. Eng. Rep., #FM-90-1, Univ. Calif. Berkeley (1990).
- (2) Hayase, T., Humphrey, J. A. C. and Greif, R., Trans. ASME, J. Heat transf., 114 (1992), 589.
- (3) Patankar, S. V., Numerical Heat Transfer and Fluid Flow, (1980), McGraw-Hill.
- (4) Hayase, T., Humphrey, J. A. C. and Greif, R., J. Comput. Phys. 98-1 (1992), 108.
- (5) 早瀬, 末松, 菊池, 機論, 58-546, B (1992), 364.
- (6) Schneider, G. E. and Zedan, M., Numerical Heat Transfer, 4 (1981), 1.
- (7) Fletcher, C. A. J., Computational Techniques for Fluid Dynamics, Vol. 1 (1988), 302, Springer-Verlag.