機械の運動における部材干渉の研究*

(第1報, 干渉現象の解析のための基礎概念)

遠 藤 亨^{*1}

A Study of Interference among Parts of a Machine in Motion

(1st Report, Basic Concepts for Analysis of Phenomena of Interference)

Takashi ENDO

This paper describes some basic concepts for the analysis of the phenomena of interference among parts of a machine in a motion. First, a hierarchical representation scheme is introduced for a variety of structures extracted from a machine through different views of its attributes, following which, a series of predicates, " Σ^r -interferential" ($r=1, 2, \dots, 5$), are added to the scheme as ones with which to state the properties of these structures in terms of whether they necessarily cause interference or not. Next, a basic relationship among these predicates is deduced, which shows that they form a hierarchy according as the structures do. Applying the concepts described in this paper, an example of a machine structure is examined as to interference, and a brief discussion is made on what kind of function an interference checking method, as a design tool, should have.

Key Words: Design Engineering, Modelling, Machine Element, Mechanism, Hierarchical Representation Scheme, Interference of Parts, Collision Check

1. 結 言

機械設計において、機械が運動時に部材どうしの干渉(衝突)を起こさないように、その構造および形状を決定する作業は、機械の構造、形状、または運動が複雑になる場合や、機械の占有空間が制限されている場合などに、困難を伴う。(本研究では、単に干渉といえば、動的な干渉すなわち衝突のことである。)機構の運動シミュレーションと形状モデルの静的干渉チェックを結びつけて、上述のような設計作業を支援する動的干渉チェックの機能を実現させているCAD応用システムも存在する。しかし、このような設計検証の機能だけでは、(1)設計案が干渉を起こした場合の設計修正の支援が困難である、(2)検証対象が形状であるため設計過程における形状決定以前の段階である基本設計などの支援ができない、などの理由で、設計への十分な支援が可能であるとはいえない。

静的あるいは動的な干渉を扱った研究は、CAD、CAMの分野などで多く行われており、対象形状の表現・操作などの、干渉処理に有効な方式を提案している⁽¹⁾⁻⁽⁴⁾など。これらの研究は、多くの場合、歯車伝

動装置とかリンク機構といった対象とする機械の種類には依存しない一般的な処理方式を指向する立場での研究といえる。一方、対象とする機械の種類を限定してその特殊性の活用を指向する立場も考えられる。特に、対象の構成要素間に密な関係のある場合は、それらの関係から生じる対象全体の構造の特性を活用して、干渉を取り扱うことは有効であろう。平面機構の節の配置および形状の、干渉を考慮した決定法に関する報告⁽⁵⁾⁽⁶⁾は、そのような立場での研究と見なせる。

一般に、ある機能を持った機械の設計方法を体系化するには、その機能に関わる機械の構造を見きわめ、それら機能と構造の関係を解明することが重要である。

以上を踏まえて本研究では、対象とする機械の種類を限定しその特殊性の活用を指向する立場に立って、「干渉を起こさずに所期の運動を行える」という機械の具備すべき基本機能と、機械の構造との関係を検討する。本第1報では、棒状の部材からなる節あるいはそのような節を連続的に膨張変形させた節と、低次対偶とから構成される機構学的な機械を対象として、機械の干渉現象を解析するための基礎概念を導入し、基本的な性質を導く。その結果を用いて次報で、構造の干渉性解析の方法を示す。

2. 機械の構造の階層的な表現法

* 原稿受付 平成5年12月3日。

^{*1} 正員、東京工業大学総合理工学研究科 (〒227 横浜市緑区長津田町4259)。

機械の干渉現象には機械の形状が関わっていることは自明であるが、機械の詳細形状を直接の検討対象としたのでは、干渉現象に関する基本的な性質を見逃しそうである。そうかといって、部品の接続関係のような機械の基本的な構造にだけ注目して干渉現象に関する議論を開始するのも難しいであろう。そこで、これらの中間の構造をいくつか定義し、階層的に整理する。

2.1 機械の属性 機械の属性⁽⁷⁾のうち、干渉現象を解析する上で重要であるものとして、 $A_1, A_2, \dots, A_5$ を以下に列挙する。それらについての具体的な説明は2.4~2.8の中で行う。

- $A_1 \equiv$ 〈機構構造〉*²: 属性 〈機構形式〉*³, 〈機構定数〉*⁴, および 〈節の組立て方〉*⁵を複合させて構成した属性 (属性の複合について2.2参照)。
- $A_2 \equiv$ 〈部材位相〉: 互いに接続する機械部材の作るネットワークのトポロジカルなありさま。
- $A_3 \equiv$ 〈対偶部骨格特性〉: 対偶軸部材の形状を代表するような一種の中心線が対偶部から出る方向。対偶部における、部材形状の一つの特徴である。
- $A_4 \equiv$ 〈骨格形状〉: 機械部材の形状を代表するような一種の中心線で表した、機械の概略形状。
- $A_5 \equiv$ 〈肉付形状〉: 機械部材のそのままの形状で表した、機械の詳細形状。

2.2 構造属性 本節と次節では、本研究で注目する、機械の構造を形式的に定義する。それらの構造についての具体的な説明は2.4~2.8で行う。

s を $1 \leq s \leq 5$ である整数とし、 $i_1, i_2, \dots, i_s$ を 1 以上 5 以下の相異なる整数とする。いま、属性 $A_{i_1}, A_{i_2}, \dots, A_{i_s}$ を複合させて新しい一つの属性を構成し、こ

れを $\langle A_{i_1}, A_{i_2}, \dots, A_{i_s} \rangle$ で表す*⁶。このような属性を構造属性と呼ぶ。本研究で注目する構造属性 $\Sigma^1, \Sigma^2, \dots, \Sigma^5$ の名前と定義を以下に列挙する*⁷。

- $\Sigma^1 \equiv$ 〈機構構造〉*² または 〈1-構造〉
 $= \langle A_1 \rangle = A_1$
- $\Sigma^2 \equiv$ 〈部材位相付き機構構造〉 または 〈2-構造〉
 $= \langle A_1, A_2 \rangle$
- $\Sigma^3 \equiv$ 〈機械骨格形相〉, 〈骨相〉, または 〈3-構造〉
 $= \langle A_1, A_2, A_3 \rangle$
- $\Sigma^4 \equiv$ 〈機械骨格〉, 〈骨格〉, または 〈4-構造〉
 $= \langle A_1, A_2, A_3, A_4 \rangle$
- $\Sigma^5 \equiv$ 〈機構〉 または 〈5-構造〉
 $= \langle A_1, A_2, A_3, A_4, A_5 \rangle$

構造属性 Σ を構成する属性の集合が、構造属性 Σ' を構成する属性の集合に含まれるとき、 Σ の下位に Σ' を順序付ける。上掲の構造属性は、 $\Sigma^1, \Sigma^2, \dots, \Sigma^5$ の順に上位から下位へ一列に順序付けられる。

構造属性はオブジェクト指向におけるクラスに類似した概念である。また、構造属性の上位/下位の関係は、スーパークラス/サブクラスの関係に相当する。

2.3 構造 構造属性の値 (インスタンス)*⁸ の一つひとつを構造と呼ぶ。特に、構造属性 Σ^s の値の一つひとつを s -構造と呼ぶ ($s=1, 2, \dots, 5$)*¹⁰。

図1 構造の表現の例

- *2 左ギョメく に始まり、右ギョメく に終わる文字・記号列 (たとえば 〈機構構造〉) を、属性 (あるいは構造属性) の名前として用いる (左・右ギョメく も名前の一部である)。「 $A_1 \equiv$ 〈機構構造〉」は「属性 A_1 の名前は 〈機構構造〉 である」という意味である。
- *3 どの節とどの節がどのような対偶で接続されているかという属性。
- *4 対偶軸間の距離や傾角などの、機械の運動を定める重要な寸法、角度といった属性。
- *5 節の共役位置⁽⁸⁾を区別するための属性。
- *6 属性 $\langle A_{i_1}, A_{i_2}, \dots, A_{i_s} \rangle$ は、属性 $A_{i_1}, A_{i_2}, \dots, A_{i_s}$ と、これらの値*⁹ どうしの関係という属性との組である、と定義する。
- *7 各々の構造属性について、その持つ幾何的・実体的イメージを喚起する 〈機械骨格〉 のような名前と、それを構成する属性を示唆する数字を含んだ 〈4-構造〉 のような名前とを定める。以下では、これら二系統の名前を適宜使い分ける。
- *8 構造属性 $\langle A_{i_1}, A_{i_2}, \dots, A_{i_s} \rangle$ の値 (インスタンス) は、属性 $A_{i_1}, A_{i_2}, \dots, A_{i_s}$ それぞれの値*⁹ と、これらの値どうしの具体的な関係との組である (*6参照)。
- *9 属性は値をとる⁽⁷⁾。たとえば、物体の属性 〈質量〉 は 3 kg などといった値を、属性 〈形状〉 は 球, 直方体 などといった値をとるといえる。
- *10 ある属性 (あるいは構造属性) の名前が $\langle \alpha \rangle$ (α は文字・記号列) である場合、その属性 (あるいは構造属性) の値 (インスタンス) の一つひとつを呼ぶ用語として、 α を用いる。たとえば、構造属性 Σ^3 の値の一つひとつは、機械骨格形相, 骨相, または 3-構造 と呼ぶ。

構造を指し示す記号として、 $\sigma, \sigma', \dots; \sigma_1, \sigma_2, \dots$ を用いる。特に、 s -構造 (Σ^s の値) を指し示す記号としては、 $\sigma^s, \sigma'^s, \dots; \sigma_1^s, \sigma_2^s, \dots$ を用いる。

本研究では、機械の構造として1-構造, ..., 5-構造に注目する。以下では、単に構造といえば、これらの構造のことである。図1(a)~(e)は、同一の機械から抽出されるこれらの構造を表現したものである。以下で、それぞれについてやや丁寧に説明する。

2.4 機構構造(1-構造)*¹¹ 図1(a)に機構構造の例 σ^1 を示す。図中の一点鎖線は回り対偶や進み対偶などの対偶軸であり、図1(f)に示すシンボルを付けて対偶形式を表す。細実線は機構学的連鎖の中で隣合う二つの対偶軸の共通法線であり、節を代表する。3次元空間内に配置された、これら一点鎖線(シンボル付き)と細実線で機構構造(Σ^1 の値すなわち A_1 の値)を表す。機構構造を表す図1(a)のような図は、一般に機構図と呼ばれているものである。

2.5 部材位相付き機構構造(2-構造) 図1(b)に部材位相付き機構構造の例 σ^2 を示す。 σ^2 は同図(a)の機構構造 σ^1 に部材位相(A_2 の値)を複合させたものである。これに関連した部材位相付き機構構造の表現についてだけ説明する。

図1(b)で、○点(J_{da} など)、□点(R_d)はそれぞれ機械部材どうしの対偶部、剛接合部に対応し、点線は機械部材に対応する。たとえば、○点と□点を結ぶ点線は、これらの点にそれぞれ対応する対偶部と剛接合部を結ぶような機械部材の存在を表す(存在を表すだけであって、その機械部材の中心線形状などを表してはいない)。○点および□点と点線の接続の仕方(いい換えれば、○点および□点をノード、点線をアークと見なしたグラフ)で部材位相を表す。

なお、図1(b)において、○点はそれの対応する対偶部の対偶軸(一点鎖線)上にプロットしてあるが、そのことによって○点と対偶部との対応が表されさえすれば十分であるので、○点の対偶軸上での位置は、部材位相付き機構構造の表現上、意味がない。□点の位置、点線の形状も、同様の表現上、意味がない。

2.6 骨相(3-構造) 図1(c)に骨相の例 σ^3 を示す。 σ^3 は同図(b)の部材位相付き機構構造 σ^2 に対偶部骨格特性(A_3 の値)を複合させたものである。これに関連した骨相の表現についてだけ説明する。

図1(c)で、○点に付けられた太矢印は、対偶軸部材の一種の中心線が対偶部から出る方向を示すもので、

各対偶形式に対して図1(f)中の太矢印のようにとられる。これらの太矢印で対偶部骨格特性を表す。

2.7 骨格(4-構造) 図1(d)に骨格の例 σ^4 を示す。 σ^4 は同図(c)の骨相 σ^3 に骨格形状(A_4 の値)を複合させたものである。これに関連した骨格の表現についてだけ説明する。

図1(d)で、●点(J_{da} など)、■点(R_d)はそれぞれ対偶部、剛接合部に対応する。実線は機械部材の一種の中心線である。特に対偶軸部材の一種の中心線となっている実線(たとえば $J_{da}-d_3-R_d$)は、それが●点から出る方向と図1(c)中の対応する○点に付けられた太矢印の方向(対偶部骨格特性)とが一致するようにとられている。実線で骨格形状を表す。

●点、■点、実線が、図1(b),(c)中の○点、□点、点線と異なるところは、●点、■点、実線の位置および形状が、構造の表現上、意味があることである。

図1(d)の σ^4 のように、骨格形状が有限個の直線分だけから構成されている骨格を折れ線骨格と呼ぶ。また、図1(d)における $R_d-d_3-J_{da}-a-J_{ab}$ のような一続きの●点、■点および(折れ)実線の系列を骨格径路と呼び、閉じた骨格径路を骨格閉路と呼ぶ。骨格 σ^4 は次の三つの骨格閉路 C_1, C_2, C_3 を持つ。

$$\begin{aligned} C_1 &= J_{da}-a-J_{ab}-b-J_{bc}-c-J_{cd}-d_1-R_d-d_3-J_{da} \\ C_2 &= J_{da}-a-J_{ab}-b-J_{bc}-c-J_{cd}-d_2-R_d-d_3-J_{da} \\ C_3 &= J_{cd}-d_1-R_d-d_2-J_{cd} \end{aligned}$$

2.8 機構(5-構造) 図1(e)に機構の例 σ^5 を示す。 σ^5 は同図(d)の骨格 σ^4 に肉付形状(A_5 の値)を複合させたものである。図1(e)では実線で肉付形状の輪郭を表している。

2.2に掲げたように Σ^5 (≡〈機構〉)を構成する属性の集合が A_4 (≡〈骨格形状〉)を含んでいることは、機構が骨格形状を属性値として持つことを意味する。図1(e)では破線で機構の持つ骨格形状を表している。

機構の持つ骨格形状はどのようなものであるべきかについて、本報では議論せず、ただ次の制約を置く。

[制約] 機構の持つ骨格形状を、その周りに徐々に肉を付けてゆくように連続的に膨張させることによって、その機構の持つ肉付形状が得られる。□

機構は、機械部材を剛体と見なして機械の干渉現象を運動学的に解析するのに十分な情報を持つ、機械のモデルである。

2.9 構造の抽象具象関係 r -構造 σ^r に属性 $A_{r+1}, A_{r+2}, \dots, A_s$ の適当な値を複合させて s -構造 σ^s が得られることを、 $\sigma^r \searrow \sigma^s$ で表す($1 \leq r < s \leq 5$)。

$\sigma_1^i \searrow \sigma_2^i$ は $\sigma_1^i = \sigma_2^i$ のことであるとする($1 \leq s \leq 5$)。

たとえば、前述のように、図1(c)の骨相(3-構造)

*11 同一の構造を呼ぶ二系統の用語(*7*10参照)——機構構造と1-構造——を、一方を括弧で囲んで並記した。わかり易さのために、このような並記を適宜用いる。

図2 骨格(4-構造)の同型関係

σ^3 に骨格形状(A_4 の値)を複合させて同図(d)の骨格(4-構造) σ^4 が得られるので、 $\sigma^3 \searrow \sigma^4$ である。また、 σ^4 と図1(e)の機構(5-構造) σ^5 について、 $\sigma^4 \searrow \sigma^5$ である。さらに、 $\sigma^3 \searrow \sigma^5$ である。

関係 $\searrow$ を抽象具象関係と呼ぶ。 $\sigma^r \searrow \sigma^s (r < s)$ のとき、 σ^r に何らかの属性値を複合させて σ^s を得ることを構造の具体化、逆に、 σ^s から σ^r を得ることを構造の抽象化と呼ぶ。 σ^r, s に対して $\sigma^r \searrow \sigma^s$ である σ^s は複数個存在する。 σ^s, r に対して $\sigma^r \searrow \sigma^s$ である σ^r は唯一存在する。関係 $\searrow$ は半順序関係⁽⁹⁾である。

関係 $\searrow$ は継承を表す。ただし、オブジェクト指向における継承がクラス間での属性(およびメソッド)の継承であるのに対して、関係 $\searrow$ の表す継承はインスタンス間での属性値の継承である。

2・10 構造の同型関係 二つの s -構造 σ_1^s, σ_2^s がある同一の r -構造 σ^r について $\sigma^r \searrow \sigma_1^s, \sigma^r \searrow \sigma_2^s$ であることを、 σ_1^s と σ_2^s は Σ^r -同型であるといい、 $\sigma_1^s \simeq \sigma_2^s$ で表す($1 \leq r \leq s \leq 5$)。 $\sigma_1^s \simeq \sigma_2^s$ は $\sigma_1^s = \sigma_2^s$ のことである($1 \leq s \leq 5$)。

たとえば、図2の骨格(4-構造)については、 $\sigma^4 \simeq \sigma^1$ である。しかし、 σ^4 と σ^2 とは対偶部骨格特性(A_3 の値)が異なるので——対偶軸部材の一種の中心線である骨格経路 $J_{da}-d_3-R_d$ が対偶点 J_{da} から出る方向(図中の太矢印で表す)が異なるので——、 $\sigma^4 \simeq \sigma^2$ ではない。ただし、 $\sigma^4 \simeq \sigma^3$ である。

$\sigma_1^s \simeq \sigma_2^s$ ならば $\sigma_1^r \simeq \sigma_2^r$ である ($2 \leq r \leq s \leq 5$)。関係 $\simeq$ は同値関係⁽⁹⁾である。

2・11 構造の集合の階層性 構造をノードで、構造の抽象具象関係 $\searrow$ を有向アークで表すグラフを考える。ただし、グラフの複雑さを避けるため、 $\sigma^s \searrow \sigma^s$ のような関係を表す有向アーク(ループ)と、 $\sigma^r \searrow \sigma^s \searrow \sigma^t (r < s < t)$ のときの $\sigma^r \searrow \sigma^t$ を表す有向アークを省く。これにより、各々の機構構造(1-構造) σ^1 に対して、図3に示すような σ^1 を根とする木が得られる。この木は、構造属性の順序関係(2・2参照)に応じて、構造の集合が階層性を持つことを表す。

図3 構造の集合の階層性 [一つの機構構造(1-構造)からは無限個の下位の構造が具体化されるが、便宜上、有限個であるかのように描いてある。有向アークは抽象具象関係 $\searrow$ を表す。]

3. 構造の干渉

主に、機械の干渉現象を解析する上で重要な構造である骨格について、干渉の発生の仕方を分類する。

3・1 機構(5-構造)の干渉 機構の運動時に、ある二節の肉付形状が互いに食い込むことが起こり得る。たとえば、図1(e)の機構 σ^5 が、節aが静止節dに対して図示のように一回転する運動(これを仮にMと呼ぶ)を行う際、節bの肉付形状の軸受け円筒部分と節dの肉付形状の板状部分とが互いに食い込む。このようなとき、 σ^5 がMによって干渉を生じる、という。

3・2 骨格(4-構造)の干渉

3・2・1 交差 3・1で述べた機構の運動時における節の肉付形状どうしの食い込みに相当するものは、骨格については、その運動時における節の骨格形状どうしの交わりである。たとえば、図1(d)の骨格 σ^4 は、運動Mによって節bの骨格形状と静止節dの骨格形状との交わり χ を生じる(図4)。このような交わりを交差と呼ぶ。以下では、骨格を折れ線骨格(2・7参照)に限定して、その交差を考える。

3・2・2 交差の正則性 交差 χ が、骨格形状を構成する線分のうちの n 個の線分 $s_1, s_2, \dots, s_n$ の交わりであるとき、 $s_1, s_2, \dots, s_n$ が χ に関与する、という。たとえば、図4では、線分 s_b, s_d が交差 χ に関与する。交差の発生の仕方が一般的であるという性質として正則性を定義する。

【定義1】 交差 χ が正則であるとは、 χ が次の条件R1~R4のすべてを満たすことである。

- R1. 骨格形状を構成する線分のうちのちょうど二つ(s_1, s_2 とする)が χ に関与する。
- R2. χ の生じている期間(s_1, s_2 の交わっている期間)に時間的長さが無い。
- R3. χ (s_1, s_2 の交わり)は一点からなる。
- R4. χ は s_1 または s_2 の端点を含まない。

ただし、R4ならばR3であるので、R1, R2かつR4のとき、 χ は正則であるといえる。たとえば、図4に

図4 骨格(4-構造) σ^4 の干渉—交差—

図5 非正則な交差 [矢印で示す]

図7 骨格閉路の正則な自己交差

図8 骨格閉路の自己交差の分類

示した交差 χ は正則である。

正則でない交差は、非正則であるという。図5に非正則な交差の例を示す。一般に、非正則な交差は、骨格形状の微小な変形によって、除くか正則な交差に変えるかすることができる^{*12}。

3・2・3 正則な交差の横断性 骨格形状を構成する線分には任意の向きを付けて、これらを有向線分しておく。二つの有向線分の双方に垂直な視線で十分に遠方からこれらの線分を見たときの、これらの線分の見え方を、有向線分の相対位置関係と仮に呼ぶ。

【性質1】 正則な交差 χ の生じる瞬間の直前(または直後)の時刻における、 χ に関与する二つの有向線分の相対位置関係——これを χ の直前型(または直後型)と呼ぶ——は、図6(a)のL近接、(b)のR近接のどちらか一方に確定する。

(証明は付録に示す)

正則な交差 χ について、 χ の直前型と直後型が異なるとき、 χ は横断的であるといい、そうでないとき、 χ は非横断的であるという。

3・2・4 骨格閉路の自己交差 3・2・1～3・2・3では、骨格形状を構成するすべての線分に注目してそれらどうしの交差を考えたが、以下では、ある一つの骨格閉路(2・7 参照)の形状を構成する線分にだけ注目してそれらどうしの交差を考える。このような交差は、

*12 ただし、二つの球面対偶の対偶点が一致するような特殊な非正則な交差に限って、それを除くか正則な交差に変えるかするには、骨格形状の変更だけでは不十分であり、機構定数の変更(微小なものでよい)が必要である。

一つの骨格閉路の内部で生じるので、骨格閉路の自己交差と呼ぶことにする。骨格閉路の自己交差は干渉現象を解析する上で重要な事項となる。

3・2・5 骨格閉路の自己交差の分類 骨格閉路の自己交差の正則性および横断性は、前述の骨格の交差の場合と同様に定義する。すなわち、3・2・2 および 3・2・3 において「骨格形状」、「交差」をそれぞれ「骨格閉路の形状」、「自己交差」にことごとく置き換えて定義する(ただし、3・2・2の「図5に」で始まる文ではこの置き換えはしない)。

いま、運動Mによる骨格閉路Cの自己交差 χ が正則であるとする。Cに任意の向きを付け、この向きに一致するように χ に関与する二つの線分にも向きを付ければ、 χ の直前型と直後型がCの向きによらずに一意的に定まる(図7)。こうして定まる χ の直前型、直後型がそれぞれu近接、v近接(u, vはLまたはR)のとき、 χ をMによるCのuv自己交差と呼ぶ(図7)。たとえば、図4の交差 χ は、運動Mによる骨格閉路C₁, C₂(2・7 参照)各々のLR自己交差である。

以上をまとめると、骨格閉路の自己交差は図8のように分類することができる。

3・3 他の構造の干渉 骨格(4-構造)よりも上位の構造は骨格形状や肉付形状のような形状要素を属性値として持たないため、それらについて形状どうしの干渉という概念を導入することはできない。

4. 構造の干渉性

s -構造 ($s=1,2,\dots,5$) の、機械の干渉に関連した性質 (これを干渉性と呼ぶ) として、これらの構造を具体化した機械が必ず干渉を生じるというような必然性や、これらの構造を干渉の生じない機械に具体化できるというような可能性といった様相⁽¹⁰⁾を取り上げる。すなわち、このような性質を言明するための述語“ Σ^r -干渉的である” (述語記号“ Σ^r -int”) ($r=1,2,\dots,5$) を導入し、それらの間の関係を検討する。

4.1 干渉性素式

4.1.1 形式 “ Σ^r -int(σ^s, M)” のようなかたちの表現を干渉性素式 (略して、素式) と呼ぶ。ここで、 r, s は $1 \leq r \leq s \leq 5$ である整数であり、 σ^s は s -構造を、 M は運動を指し示す記号である。

4.1.2 意味 素式は構造の干渉性の一つを言明する。その意味を次に定義する。

【定義2】 r, s を $1 \leq r \leq s \leq 5$ である整数とする。 s -構造 σ^s , 運動 M について:

Σ^r -int(σ^s, M)

$$\Leftrightarrow \begin{cases} r=s \text{ のとき: } *13 \\ \text{任意の } 5\text{-構造 } \sigma'^s \text{ について} \\ [\sigma^s \searrow \sigma'^s \Rightarrow \\ \sigma'^s \text{ が } M \text{ によって干渉を生じる} *14] \\ r < s \text{ のとき:} \\ \text{任意の } s\text{-構造 } \sigma'^s \text{ について} \\ [\sigma^s \preceq \sigma'^s \Rightarrow \Sigma^s\text{-int}(\sigma'^s, M)] \end{cases}$$

【定義2】は、 $r=s$ と $r < s$ の場合に分けてあるが、 $r=s$ の場合を用いて $r < s$ の場合を定義するというかたちの再帰的定義となっている。

素式 Σ^r -int(σ^s, M) を「 σ^s が M に関して Σ^r -干渉的である」と読む。 $\neg \Sigma^r$ -int(σ^s, M)^{*15} を「 σ^s が M に関して Σ^r -非干渉的である」と読む。

4.1.3 意味に関する補足 “ Σ^r -干渉的である” という用語は、叙述の対象である構造が、それを抽象化 (2.9 参照) した r -構造 (Σ^r の値) を要因として、それを具体化 (同参照) した s -構造に干渉を生じさせる、という意味合いを示唆させるために選んだ。

Σ^s -int(σ^s, M) は、 s -構造 σ^s を具体化して得られる任意の 5 -構造 σ'^s が運動 M によって干渉を生じること (必然性) である。 Σ^r -int(σ^s, M) ($r < s$) は、 σ^s と Σ^r -同型である任意の s -構造 σ'^s (σ^s 自身でもよい) が Σ^s -int(σ'^s, M) であること、すなわち、 σ'^s を具体化して得られる任意の 5 -構造が M によって干渉を生じること (必然性) である。

*13 $P \Leftrightarrow Q$ を「 P を Q で定義する」の意味で用いる。

*14 $P \Rightarrow Q$ を「 P ならば Q である」 (含意) の意味で用いる。

*15 $\neg P$ を「 P でない」 (否定) の意味で用いる。

*16 $P \Leftrightarrow Q$ を「 P と Q は等価である」 (同値) の意味で用いる。

$\neg \Sigma^r$ -int(σ^s, M) ($r \leq s$) は、 σ^s を ($r=s$ のとき)、または、 σ^s と Σ^r -同型なある s -構造 σ'^s を ($r < s$ のとき)、適切に具体化すれば、 M によって干渉を生じない 5 -構造が得られること (可能性) である。

以下の節では、構造の干渉性を解析する上で重要となるいくつかの基本的な性質を示す。

4.2 干渉と干渉性の関係

【性質2】 機構 (5 -構造) σ^5 , 運動 M について:

Σ^5 -int(σ^5, M)

$\Leftrightarrow \sigma^5$ が M によって干渉を生じる *16

【証明】 【定義2】で $r=s=5$ として導ける。■

骨格の干渉と干渉性の間にも同様な関係がある。

【性質3】 骨格 (4 -構造) σ^4 , 運動 M について:

Σ^4 -int(σ^4, M)

$\Leftrightarrow \sigma^4$ が M によって交差を生じる

【証明】 P を「ある機構 (5 -構造) σ'^5 について、 $\sigma^4 \searrow \sigma'^5$ 、かつ σ'^5 は M によって干渉を生じない」、 Q を「 σ^4 は M によって交差を生じない」とする。 Q を仮定する。 σ^4 の骨格形状をわずかに膨張させた十分に薄い肉付形状を σ^4 に複合させて、ある機構 σ'^5 ($\sigma^4 \searrow \sigma'^5$) が得られる ($\because$ 2.8 の [制約] が満たされる) が、 Q から、 σ'^5 は M によって干渉を生じない。よって、 P である。逆に、 P を仮定すると明らかに Q である。したがって、 $P \Leftrightarrow Q$ 。よって、 $\neg P \Leftrightarrow \neg Q$ 。【定義2】は、 $r=s=4$ のとき、 Σ^4 -int(σ^4, M) $\Leftrightarrow \neg P$ 。以上から、 Σ^4 -int(σ^4, M) $\Leftrightarrow \neg Q$ 。■

骨格 (4 -構造) よりも上位の構造については、形状どうしの干渉という概念がない (3.3 参照) ため、上記の性質のような関係はない。

4.3 干渉性の含意関係 構造の干渉性の間に次のような含意関係がある。

【性質4】 s -構造 σ^s , 運動 M について:

Σ^{r-1} -int(σ^s, M) $\Rightarrow \Sigma^r$ -int(σ^s, M)

ここで、 $2 \leq r \leq s \leq 5$ である。

【証明】 Σ^{r-1} -int(σ^s, M)、すなわち「任意の s -構造 σ'^s について、 $\sigma^s \preceq \sigma'^s \Rightarrow \Sigma^{r-1}$ -int(σ'^s, M)」であるとする。このとき、 $\sigma^s \preceq \sigma'^s \Rightarrow \sigma^s \preceq \sigma'^s$ (2.10 参照) に注意して、「任意の s -構造 σ'^s について、 $\sigma^s \preceq \sigma'^s \Rightarrow \Sigma^r$ -int(σ'^s, M)」が導ける。すなわち【定義2】によれば、 Σ^r -int(σ^s, M) である。■

4.4 干渉性の等価関係 抽象具象関係にある二つの構造の干渉性の間に次のような等価関係がある。

【性質5】 s -構造 σ^s , ($s+1$)-構造 σ^{s+1} , 運動

M について: $\sigma^s \searrow \sigma^{s+1}$ のとき、

Σ^r -int(σ^s, M) $\Leftrightarrow \Sigma^r$ -int(σ^{s+1}, M)

ここで、 $1 \leq r \leq s \leq 4$ である。 (証明は省く)

A を「 $r=q, \sigma^r \searrow \sigma$ 」、 B を「 $\Sigma^r\text{-int}(\sigma^r, M) \Leftrightarrow \Sigma^q\text{-int}(\sigma, M)$ 」とする。 A であるとき、【性質5】を繰り返し用いて、 B である。また、 A でないとき、 B でない。よって、次の二つの素式の集合は相等しい。

$$\{\Sigma^q\text{-int}(\sigma, M) \mid A\}, \{\Sigma^r\text{-int}(\sigma^r, M) \mid B\}$$

ただし、これらの集合の定義では q, σ を変動させる。後者の定義から、これらの集合は、注目するすべての構造に関するすべての素式の集合の、等価関係 $\Leftrightarrow$ による、素式 $\Sigma^r\text{-int}(\sigma^r, M)$ の同値類⁽⁹⁾であることがわかる。そこで、同値類の通常の表記法にならって、これらの集合を $[\Sigma^r\text{-int}(\sigma^r, M)]$ で表す。

4.5 素式同値類の集合の階層性 素式の集合 X, Y それぞれの任意の元 x, y が $x \Rightarrow y$ であることを、 $X \Rightarrow Y$ と書く。【性質4】および【性質5】から、素式同値類の間に次の含意関係があることがわかる。

【性質6】 s -構造 σ^s , $(s+1)$ -構造 σ^{s+1} , 運動 M について: $\sigma^s \searrow \sigma^{s+1}$ のとき、

$$[\Sigma^s\text{-int}(\sigma^s, M)] \Rightarrow [\Sigma^{s+1}\text{-int}(\sigma^{s+1}, M)]$$

ここで、 $1 \leq s \leq 4$ である。 (証明は省く)

いま、構造の集合が図3の木で表される階層性を持つとすると、素式同値類どうしの含意関係 $\Rightarrow$ は図9の木によって表されることが、【性質6】からいえる。ただし、図3の木で、ノードの表す事象を構造 σ_i^s から素式同値類 $[\Sigma^s\text{-int}(\sigma_i^s, M)]$ に、有向アークの表す関係を抽象具象関係 $\searrow$ から含意関係 $\Rightarrow$ に変更したものが、図9の木である。したがって、図3と図9の木は同じ形であるが、このことは、構造の集合と、それらの構造についての素式同値類の集合とが順序同型⁽⁹⁾であること、すなわち両集合が互いに同型な階層性を持つこと、を意味する。なお、干渉性は複合的な様相論理の枠組みで把握することができる^{*17}。

図9 素式同値類の集合の階層性 (図3の構造の集合の階層性に対して、本図の階層性が成立する。有向アークは含意関係 $\Rightarrow$ を表す。)

5. 例と考察

骨格(4-構造)の実例について干渉と干渉性を調べ、機械設計に応用するための干渉チェック法が持つべき機能について考察する。

5.1 骨格の交差と干渉性の例 図10(a)に、一つの回り対偶と三つの円筒対偶を持つ空間4節機構⁽¹¹⁾の折れ線骨格 σ^4 を示す。 σ^4 の含む骨格閉路を C とする。 σ^4 は、原動節 a が静止節 d に対して図示のように一回転する運動 M によって、 C の LR 自己交差、 RL 自己交差を一つづつ生じることが確認された (図10(b),(c))^{*18}。したがって、【性質3】から、

$$\Sigma^4\text{-int}(\sigma^4, M) \dots\dots\dots (1)$$

である。図10(d)に、

$$\sigma^4 \stackrel{\Sigma^3}{\searrow} \sigma'^4 \dots\dots\dots (2)$$

である折れ線骨格 σ'^4 を示す。 σ'^4 は上述の運動 M によって交差を生じないことが確認された。したがって、【性質3】から、

$$\neg \Sigma^4\text{-int}(\sigma'^4, M) \dots\dots\dots (3)$$

である。 $r=3, s=4$ の場合の【定義2】から、

$$\neg \Sigma^3\text{-int}(\sigma^4, M) \Leftrightarrow \text{ある骨格 } \sigma'^4 \text{ について } [\sigma^4 \stackrel{\Sigma^3}{\searrow} \sigma'^4 \text{ かつ } \neg \Sigma^4\text{-int}(\sigma'^4, M)] \dots\dots (4)$$

命題(2), (3) から、命題(4)の右辺が成立するので、

$$\neg \Sigma^3\text{-int}(\sigma^4, M) \dots\dots\dots (5)$$

5.2 考察 本研究で対象とするような機械を新規に設計する場合、設計要求 $\rightarrow \dots \rightarrow 1$ -構造 $\rightarrow 2$ -構造 $\rightarrow \dots \rightarrow 5$ -構造 $\rightarrow \dots \rightarrow$ 設計解、というように、構造の階層的な系列に沿って設計案を具体化してゆく設計過程をとるものとする (この仮定は妥当であろう)。

前節で調べたように、図10(a)の骨格 σ^4 は、 $\Sigma^4\text{-int}(\sigma^4, M)$ である [命題(1)] が、 $\neg \Sigma^3\text{-int}(\sigma^4, M)$ である [命題(5)]。このことは、属性 A_4 の値すなわち骨格形状だけの修正で、 σ^4 から交差を生じない骨格が得られるということであり、それゆえに、 σ^4 を骨格の設計原案とすることが可能であって、交差を生じることを理由にただちに σ^4 を棄却するには及ばないことを意味する。

また、図9からわかるように、上位の構造 σ^s ($1 \leq s \leq 4$) が $\Sigma^s\text{-int}(\sigma^s, M)$ ならば、 $\sigma^s \searrow \sigma^s$ である任意の機構(5-構造) σ^5 は $\Sigma^5\text{-int}(\sigma^5, M)$ である。こ

*17 様相論理⁽¹⁰⁾ との関係について簡単に触れる。素式 $\Sigma^s\text{-int}(\sigma^s, M)$ は、構造を可能世界とし、抽象具象関係 $\searrow$ を到達可能関係とした $S4$ クリプキモデルの言明「 σ^s において、 $\square M$ による干渉が予知される」に対応させられる。素式 $\Sigma^r\text{-int}(\sigma^r, M)$ は、さらに同型関係 $\stackrel{\Sigma^r}{\searrow}$ を到達可能関係として追加した複合的なクリプキモデルの言明「 σ^s において、 $\blacksquare \square M$ による干渉が予知される」に対応させられる。ここで、 $\square, \blacksquare$ は、様相命題論理体系 $S4, S5$ の必然様相記号である。このように、素式は、 $S4$ および $S5$ の具体例が複合した体系の必然命題と関係付けられる。

*18 運動 M を多数の微小運動に分割し、計算機を用いて、各微小運動によって、骨格 σ^4 の骨格形状を構成する各々の二線分 s_1, s_2 が交差を生じるかどうかを調べた。そのとき、 s_2 から見た s_1 の微小相対運動軌跡面を二つの平面三角形で近似し、これらの三角形と s_2 との交わりを調べている。

図10 空間4節機構の折れ線骨格の交差検出 (交差の発生位置を矢印で示す)

図11 正則な交差の直前 (直後) $(0 < \alpha < \pi)$

のことは、このような σ^s を設計案として採用したならば、先に仮定した設計過程では干渉を生じない機構の設計案はもはや得られないということであり、それゆえに、 σ^s は設計案として不適格であることを意味する。

以上から、上位の構造について比較的簡単な手続きで干渉性を判定できれば、設計における意思決定の効率化を図れるであろうことがわかる。しかし、従来の干渉チェック法は、本報の用語によれば、既述の階層において最下位の構造である機構(5-構造)が Σ^s -干渉的であるかどうかを判定する方法である。そこで、上位の構造を対象とした干渉チェック法が要望されるが、その持つべき機能の一つとして、上で見たように、上位の構造が注目する運動に関して Σ^r -干渉的であるかどうかを判定する機能が挙げられる。

6. 結 言

干渉(衝突)問題の観点から機械の構造と機能との関係を検討する研究の序論として、機械の干渉現象を解析するための基礎概念を導入した。すなわち、棒状の部材からなる節と低次対偶とから構成される機構学的な機械を対象として、以下のことを行った。

- 干渉現象に関わる機械の構造として1-構造, ..., 5-構造を定義し、これらの構造の集合が階層性を持つように整理した(2.)。
- 骨格(4-構造)の干渉すなわち交差について検討し、骨格閉路の自己交差を分類した(3.)。
- 構造の干渉性を言明する干渉性素式を定義し、干渉性素式の同値類の集合が、構造の集合の持つ階層性と同様な階層性を持つことを示した(4.)。
- 骨格(4-構造)の実例について干渉と干渉性を調べ、上位の構造の干渉性を判定できれば、機械設計の効率化を図れることを示した(5.)。

次報で、構造の干渉性と骨格閉路の自己交差などとの関係を検討し、上位の構造の干渉性の判定法を導く。

終わりに、日頃、温かい励ましとご支援をいただいている東京工業大学・林國一名誉教授、研究の場と機

会をいただいている同大学・横山正明教授、ならびに貴重なご助言をいただいている同大学・下河邊明教授に心から謝意を表す。

付録：【性質1】の証明

交差 χ の生じる時刻 t_x と、十分に小さな正実数 δ に対して、時間区間 $[t_x - \delta, t_x]$ に属する任意の時刻 t をとる。 χ の正則性(【定義1】R3, R4)から、 χ に参与する二つの有向線分 s_1 と s_2 は、時刻 t_x においてそれらの非端点で $0 < \alpha_x < \pi$ である角度 α_x で交わる。このことと、骨格の変位が時刻に関して連続的であることから、時刻 t において s_1 と s_2 のなす角 α は $0 < \alpha < \pi$ である($\because \delta$ が十分に小さい)。また、 χ の正則性(【定義1】R2)から、 t において s_1 と s_2 とは交わらない。以上から、 t において s_1, s_2 への共通垂線 H_1H_2 が一意的に定まり、その s_1, s_2 上の足 H_1, H_2 はそれぞれ s_1, s_2 の非端点となる(図11)。したがって、 t において $\overrightarrow{H_1H_2}$ または $\overrightarrow{H_2H_1}$ の方向の視線で十分に遠方から s_1, s_2 を見れば、図6のL近接、R近接のどちらかのように見える。どちらのように見えるかは、視線方向が上記二者のどちらであるかによらず、また、 t にもよらない($\because \delta$ が十分に小さい)。以上から、 χ の生じる瞬間の直前の微小時間区間 $[t_x - \delta, t_x]$ において、 s_1, s_2 の見え方すなわち相対位置関係がL近接、R近接のどちらか一方に確定する。 χ の生じる瞬間の直後においても同様である。■

文 献

- (1) Boyse, J.W., C. ACM, 22-1 (1979), 3.
- (2) 重松・嘉数・沖野, 精密機械, 49-11 (1983), 1561.
- (3) 水垣・木村・佐田, 精密機械, 50-6 (1984), 944.
- (4) 山口, 精密工学会誌, 53-9 (1987), 1472.
- (5) Hain, K., Konstruktion, 31-8 (1979), 329.
- (6) 舟橋・小川, 機論, C編, 49-442 (1983), 1085.
- (7) 吉川, 精密機械, 45-8 (1979), 906.
- (8) Meyer z. Capellen, W. and Krumm, H., Mech. Mach. Theory, 8-1 (1973), 71.
- (9) 日本数学会編, 数学辞典, 第3版, (1985), 440/878, 岩波書店.
- (10) $t_x - \delta$, χ の生じる瞬間, 様相論理入門, (1981), 恒星社厚生閣.
- (11) Gupta, V.K., Trans. ASME, J. Eng. Ind., 95-2 (1973), 481.