回転に伴い加圧形態が変化する紙加工ロール系の不安定振動*

山口正博^{*1}, 片山圭一^{*1}, 竹中裕幸^{*2}
時安孝一^{*3}, 河野和徳^{*3}

Unstable Vibration of Paper-Converting Rolls Due to Pressing-Pattern Variability According to Rotation

Masahiro YAMAGUCHI, Keiichi KATAYAMA, Hiroyuki TAKENAKA,
Koichi TOKIYASU and Kazunori KONO

A paper converting single-facer occasionally experiences alternate pressing marks at the operating speed of about two times the resonant speed of the roll system. This paper describes the theoretical approach to this phenomenon based on the hypothesis in which the roll vibration system is expressed by Mathieu's equation with variable paper spring constants. Paper spring constants are calculated for each rotational angle to show that the range of its primary component is nearly equal to 60 percent of the average range. Investigation the characteristics of Mathieu's equation and the experimental results, it is demonstrated that the instability is expected to occur above the operating speed due to parametrically excited vibration. According to the above-mentioned mechanism, some preventative methods for the unstable vibration were shown quantitatively and their practicality was confirmed.

Key Words: Vibration of Rotating Body, Parametric Excitation, Stability, Modelling, Plastic Forming, Unstable Vibration, Critical Velocity, Paper, Industrial Machine

1. 緒 言

コルゲート構造体を成形するシングルフェーサにおいては、歯形ロール(以下、段ロールと呼ぶ)とこれに押付けられた平滑ロール(以下、圧力ロールと呼ぶ)の間で波形紙と平滑紙を加圧・接着する構造となっているため、両ロール間の加圧形態がロール回転に伴い変化する。このため、圧力ロールは(段ロール回転数)×(段ロール歯数)の基本成分で励振され、ロール系の固有振動と共振し、紙切れ・接着不良など製品品質に悪影響を及ぼす振動を発生することがあり、共振回避の観点から種々の検討がなされてきた⁽¹⁾。

しかし、近年機械の高速化に伴い、共振速度のおよそ2倍の速度領域で圧着痕の交互濃淡(基本励振成分の1/2の振動成分が増大する)現象が発生することがある⁽²⁾。この種の振動現象は、回転にかかわらず加圧形態が一定である一般の加圧ロール系では報告されておらず、新たに検討を要する課題である。

本研究では、この現象をロール回転に伴う加圧形態変化による紙の圧縮ばね定数の時間変動に起因する係数励振型の不安定振動としてとらえ、そのメカニズムを実機現象と対比・検証し、不安定振動発生抑止のための対策を提案する。

2. ロール系の構成と振動現象

2.1 ロール系の構成 片面段ボール紙を成形加工するシングルフェーサのロール系構成を図1に示す。一對の段ロール(上段ロール, 下段ロール)と圧力

図1 ロール系の構成

* 平成2年7月13日 1990 Dynamics and Design Conference 講演会において講演, 原稿受付 平成6年1月25日。

^{*1} 正員, 三菱重工業(株)広島研究所 (〒729-03 三原市糸崎町5007)。

^{*2} 正員, 三菱重工業(株)三原製作所 (〒729-03 三原市糸崎町5007)。

^{*3} 三菱重工業(株)広島研究所。

ロールから構成され、上段ロールおよび圧力ロールは軸芯位置固定の下段ロールに押付けられている。段ロール間で波形成形された紙(以後、中芯と呼ぶ)は段頂に糊付けされた後、段ロールと圧力ロール間で平滑な紙(以後、ライナと呼ぶ)と加圧・接着され、片面段ボールシートに成形加工される。

2・2 振動現象 図2に実機運転時の圧力ロール振動の代表例を示す。図2(a)には下段ロール転圧による基本励振パルス(下段ロール回転数×下段ロール歯数)と圧力ロールの加圧方向の振動変位波形を、図2(b)にはこの変位の振動成分の大きさと基本励振振動数との関係を三次元的に示している。

同図からわかるように、圧力ロールは基本的に下段ロール転圧により励振され振動し、ロール系の固有振動数と一致する230 Hzでその振幅が増大している。これは、強制加振を受けるロール系の基本的な特性で

(a) 圧力ロールの実測振動変位波形

(b) 圧力ロールの振動成分と基本励振振動数の関係

図2 実機振動状況の代表例

(a) 通常のパレスマーク (b) 交互濃淡パレスマーク

図3 シート品質(パレスマーク)の状況

ある。しかし、共振振動数の約2倍の振動数450 Hzにおいて、圧力ロールはこの基本励振の1/2の振動数の振動を生じている。これが、本研究で対象としている振動であり、シート品質でみると図3(b)に示すような交互濃淡パレスマーク(ライナ上に見られる圧着こん)の発生につながるものである。パレスマークが濃い部分は加圧荷重が大きく、淡い部分は小さいことを示しており、紙切れや接着不良に至ることがあり、運転・品質面から対策を必要とする現象である。図3(a)には比較のために、基本的な転圧作用により発生したパレスマーク(励振振動数230 Hz)を示す。

3. 理論解析

3・1 励振機構 図1に示すロール系では、上段ロール/下段ロールのかみあいと、下段ロール/圧力ロールの転圧作用が主要な励振源であるが、交互濃淡パレスマーク発生観点からすると、後者が支配的な励振源と考えられる。

3・1・1 転圧による幾何学的変位励振 圧力ロールは、軸芯固定の下段ロールとの転圧により軸芯変位を生じる。ロール間に介在する紙の変形を無視した場合、図4に示す圧力ロール軸芯の最大変位量 a は、それぞれのロールの半径および下段ロールの歯のピッチより幾何学的に決定され、式(1)のように表される。

$$a = R_L \left(1 - \cos \frac{\theta_L}{2}\right) + R_P \left(1 - \cos \frac{\theta'_L}{2}\right) \quad \cdots (1)$$

ここに、

R_L : 下段ロール半径

R_P : 圧力ロール半径

θ_L : 下段ロールの歯のピッチ角

図4 圧力ロールの幾何学的変位励振

$$\theta'_L \equiv \frac{R_L}{R_P} \theta_L$$

紙の圧縮変形を考慮すると圧力ロールの軸芯最大変位量は式(1)より若干小さい値となるが、圧力ロールはロール回転に伴い下段ロールの1歯ごとに幾何学的に変位励振されることになる。

3・1・2 紙の圧縮ばね変動による係数励振 一般の加圧ロール系では、回転にかかわらずその加圧形態は一定であるが、ここで扱うシングルフェーサでは、加圧ロール系の一方の下段ロールが歯形形状をしているため、ロール間に介在する紙を加圧する形態が、ロール回転に伴い変化する。この変化の状況を図5に模式的に示す。

一方、ロール間に介在する紙は、図6に示すように作用荷重の増大(負荷過程)とともに圧縮変形が進行し、最大圧縮変形 δ_m に達した後、作用荷重の減少(除荷過程)とともに変形回復し、荷重解放後、塑性により残留変形 δ_s を生ずる。

図5の太実線で示す状態では、負荷過程(A)の紙の変形 δ_c 、除荷過程(B)の紙の変形 δ_r は、圧力ロール軸芯の幾何学的励振変位量を y とすると、

$$\begin{aligned} \delta_c &= R_L[1 - \cos(\theta_L - \theta_0)] - R_L[1 - \cos(\theta_L - \theta)] \\ &\quad + R_P[1 - \cos(\theta_L - \theta_0)]' \\ &\quad - R_P[1 - \cos(\theta_L - \theta)]' + y \dots\dots\dots (2) \\ \delta_r &= R_L[1 - \cos(\theta_L - \theta_0)] - R_L[1 - \cos \theta] \\ &\quad + R_P[1 - \cos(\theta_L - \theta_0)]' - R_P[1 - \cos \theta'] + y \\ &\dots\dots\dots (3) \end{aligned}$$

図5 紙加圧形態の模式図

ここに

$$\theta' \equiv \frac{R_L}{R_P} \theta, (\theta_L - \theta_0)' \equiv \frac{R_L}{R_P} (\theta_L - \theta_0),$$

$$(\theta_L - \theta)' \equiv \frac{R_L}{R_P} (\theta_L - \theta)$$

であり、式(2)、(3)から

$$\begin{aligned} \delta_r - \delta_c &= R_L[\cos \theta - \cos(\theta_L - \theta)] \\ &\quad + R_P[\cos \theta' - \cos(\theta_L - \theta)'] \dots\dots\dots (4) \end{aligned}$$

となる。一方、2歯[A]、[B]に作用する力 P_c, P_r (それぞれ、 δ_c, δ_r の関数)の合力は、加圧力 P_0 に等しく

$$P_0 = P_c + P_r \dots\dots\dots (5)$$

で表されるので、紙の変形 δ_c, δ_r は式(4)、(5)より、ロール回転角 θ に対応して求めることができる。

初期紙厚 t_0 、最小紙厚 t_m 、残留紙厚 t_s に対し、

$$\left. \begin{aligned} 0 \leq \delta_c \leq \delta_m = t_0 - t_m \\ t_0 - t_s = \delta_s \leq \delta_r < \delta_m = t_0 - t_m \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (6)$$

図6 紙の圧縮変形特性

(a) 紙の変形状況

(b) 紙のばね定数変動

図7 紙の変形状況とばね定数変動

の条件で、図5の細実線で示す基準歯、先行歯、後行歯直下の紙の変形状況を、ロール回転 $2\pi(\theta/\theta_L)$ に対して算定すると、図7(a)のようになる。

図7(b)には、同図(a)の変形推移に伴う紙の圧縮ばね定数の変動を示している。

下段ロールと圧力ロール間に介在する紙の圧縮ばね定数の総和は、図7(b)より各歯直下の紙ばねの並列結合として、紙幅2000mmの場合、図8のように算定され、下段ロールの歯のピッチ (2π) を1周期とし、ロール回転とともに大きく変動する。

ただし、実際には下段ロール、圧力ロールの接触変形ばねは剛ではないため、円筒殻の接触変形ばね⁽³⁾を考慮すると、図2に実測振動波形を示したロール系の場合と同図中の細実線のようになる。

図8に示す紙の圧縮ばね変動に起因する下段ロール/圧力ロール間の接触ばねの変動をフーリエ級数展開すると、図9のようになり、平均ばね定数に対する基本変動成分(1次)の比率は、紙ばねのみの場合約60%、ロールの接触変形を考慮した場合でも約40%と大きな変動となっている。

3・2 振動モデル シングルフェーサのロール系は前述のとおり、軸芯位置固定の下段ロールとこれに加圧される上段ロール、圧力ロールの3本から構成されるが、製品シートの交互濃淡プレスマークの発生については、圧力ロールの加圧方向の振動との間に強い相関があることが経験的に把握されている。

図8 ロール間接触ばね定数の変動

図9 ロール間接触ばね変動のフーリエ分析

そこで、振動検討のための解析モデルとして、図10に示す圧力ロールに着目した1自由度の振動系を想定すると、圧力ロールの振動は式(7)で表される。

$$m\ddot{x} + c_1(\dot{x} - \dot{y}) + c_2\dot{x} + k_1(x - y) + k_2x = 0 \quad \dots\dots\dots (7)$$

ここに

- m : 圧力ロールの振動等価質量
- k_1 : 下段ロール/圧力ロール間接触ばね定数
- c_1 : 下段ロール/圧力ロール間減衰定数
- k_2 : 圧力ロール曲げ・加圧系ばね定数
- c_2 : 圧力ロール曲げ・加圧系減衰定数
- x : 圧力ロール振動変位
- y : 下段ロールによる励振変位

式(7)の k_1 は紙の圧縮ばねと各ロールの接触変形ばねから成り図8に示すようなロール回転に伴うばね定数変動を考慮するものとする。また、励振変位 y は下段ロールによる圧力ロールの幾何学的変位励振を表す。

式(7)は変形して、

$$m\ddot{x} + (c_1 + c_2)\dot{x} + (k_{1c} + k_2 - k_{1v} \cos \omega t)x = F \quad \dots\dots\dots (8)$$

ここに

- k_{1c}, k_{1v} : 下段ロール/圧力ロール間接触ばね定数の定常および変動成分 $k_1 = k_{1c} - k_{1v} \cos \omega t$
- ω : 下段ロール転圧による基本励振角振動数
- $F = c_1\dot{y} + k_1y$

となり、マシュー型の係数励振振動系として表現される。

3・3 安定性解析 式(8)に示すマシュー型の係数励振振動系はよく知られるように、 ω_0 を系の固有角振動数とすると、

$$\frac{\omega_0}{\omega} = \frac{1}{2}, 1, \frac{3}{2}, \dots, \frac{n}{2} \quad (n: \text{整数}) \quad \dots\dots\dots (9)$$

で、振動が不安定になる傾向を示す。つまり、

図10 振動解析モデル

図 11 安定性解析結果

$$a = \left(\frac{2\omega_0}{\omega} \right)^2 (1 - \zeta^2)$$

$$q = \frac{1}{2} \cdot x \left(\frac{2\omega_0}{\omega} \right)^2 \quad \dots\dots\dots (10)$$

ここに,

$$\omega_0^2 = \frac{k_{1c} + k_2}{m}, \quad c_c = 2m\omega_0$$

$$x: \text{系のばね定数変動比} \quad \left(\equiv \frac{k_{1v}}{k_{1c} + k_2} \right)$$

$$\zeta: \text{系の減衰比} \quad \left(\equiv \frac{c_1 + c_2}{c_c} \right)$$

とすると, 図 11(a) で示す領域で振動が不安定になることがある⁽⁴⁾.

本研究で対象としている交互濃淡プレスマークは, その発生時(共振速度のおよそ 2 倍の速度領域)に基本励振振動数の 1/2 の振動成分が増大しているのので, 図 11(a) 上では $\omega_0/\omega \doteq 1/2$ つまり $a \doteq 1$ の領域での不安定振動現象に相当すると考えられる.

3・4 実機現象との対比 図 11(b) は同図(a)の $a=1$ 付近の拡大であり, 系の減衰比 ζ により不安定領域が異なることを示している⁽⁵⁾.

図 2, 3 に示す交互濃淡プレスマークが発生した状態の振動系の諸元は $\omega_0/\omega = 0.511$ ($= 230 \text{ Hz}/450 \text{ Hz}$), $x = 0.418$ (図 9 の 1 次変動成分), $\zeta = 0.1$ であり, 式 (10) より $a = 1.03$, $q = 0.218$ となるので, 図 11(b) 中のプロット(●)で示すように不安定領域にあり, ここで述べた係数励振による不安定振動であることが確認された.

(a) ロール間接触ばね定数の変動

(b) ロール間接触ばね変動のフーリエ分析

図 12 ロール薄肉化によるばね定数変動比低減

4. 考 察

以上の振動現象の分析および理論解析により, シングルフェーサで発生する交互濃淡プレスマークは, 被成形材である紙の圧縮ばね変動に起因する係数励振型の不安定振動であることがわかったが, ここではその抑止方法について検討する.

前述のように, 振動系の安定性は, 下段ロール/圧力ロール間の接触ばね定数の変動比 x と系の減衰比 ζ に支配される. 交互濃淡プレスマークが発生する領域, つまり $a \doteq 1$ ($\omega_0/\omega \doteq 1/2$) で振動系が安定であるためには,

$$\zeta > \frac{x}{4} \quad \text{つまり} \quad \frac{c_1 + c_2}{c_c} > \frac{k_{1v}}{4(k_{1c} + k_2)} \quad \dots\dots\dots (11)$$

を満足することが必要である⁽⁴⁾. そこで, 次に示す対策が考えられる.

(1) 振動系の減衰 c_1, c_2 を式(11)を満たすようにする. 減衰 c_1 は紙の減衰なので, 実用上は圧力ロール曲げ・加圧系の減衰 c_2 を大きくする.

(2) ロール間接触ばね定数の変動比 x を小さくする(系の減衰比 $\zeta = 0.1$ の場合は $x < 0.4$ を目安とする). 紙の圧縮ばね変動の低減は実用上困難であるので, 紙の圧縮ばねと直列結合の関係にあるロールの接触変形ばね定数の低減(ロール薄肉化など)や圧力ロール曲げ・加圧系ばね定数 k_2 の増大などが考えられる.

ここでは, 一例として圧力ロール薄肉化によるロー

ル間接触ばねの変動 x の低減予測計算例を図 12 に示す。圧力ロール肉厚を 80% にすることにより、ロール間接触ばね定数の変動比 x は 0.362 となり $x < 0.4$ を満足し、図 11(b) ではプロット (○) で示され、振動は安定となる。この対策を、図 2, 3 に振動状況を示した実機ロール系に適用したところ、交互濃淡プレスマークが解消され、本対策の有効性が確認された。

5. 結 言

回転に伴い加圧形態が変化する紙加工ロール系(片面段ボール紙を成形加工するシングルフェーサ)において、ロール系共振速度のほぼ 2 倍の速度領域で発生することがあるプレスマークの交互濃淡現象(基本励振振動数の 1/2 の振動数成分が増大する現象)の発生メカニズムを実機振動現象の分析と理論解析により検討し、以下の知見を得た。

(1) 歯形を有する下段ロールとこれに加圧される平滑な圧力ロール間に介在する紙の加圧形態がロール回転に伴い変化するため、紙の圧縮ばね定数が下段ロールの歯のピッチを 1 周期とし大きく変動し、その基本変動成分は平均ばね定数の約 60%、ロールの接触変形ばねを考慮した場合でも約 40% に達する。

(2) 上記紙の圧縮ばね定数変動に起因し、下段ロールと圧力ロールから構成される振動系がマシュエ形の係数励振振動系として表現され、共振速度のほぼ 2 倍の速度域での不安定振動現象としてプレスマークの交互濃淡現象が発生することが、理論解析および実機振動現象との対比により明らかとなった。

(3) 不安定振動抑止方法として、圧力ロール薄肉化によるロール間接触ばね定数変動の低減や振動系の減衰比増大などが有効であることとその効果の定量的予測が可能であることを示した。

終わりにあたり、実機での振動現象把握および振動抑止方法の効果確認にあたり、多大の御便宜を計っていただいた段ボールメーカー関係各位に感謝の意を表す。

文 献

- (1) 塩谷・ほか 2 名, シングルフェーサの振動源とハイロウ評価について, 紙パ技協誌, 36-6(1982), 29-41.
- (2) 山口・ほか 2 名, 断続的な転圧力が作用する紙加工ロール系の自励振動, 機講論, No. 900-44 (1990-7), 202-205.
- (3) J. Roark, R. and C. Young, W., *Formulas for Stress and Strain*, (1975), 496, MCGRAW-HILL.
- (4) 亘理, 機械振動, (1975), 179-210, 丸善.
- (5) 国枝, 実用機械振動学, (1984), 185-192, 理工学社.