リニアスライダ機構におけるフィードバック制御の 安定性判別法*

浜 松 弘^{*1}, 住 本 正^{*1}, 荒 木 嘉 昭^{*2}

Feedback Control Stability Analysis of Linear Slider Mechanism

Hiroshi HAMAMATSU, Tadashi SUMIMOTO and Yoshiaki ARAKI

Mechanical control can be made stable by taking into consideration mechanical resonance frequency and antiresonance frequency. A mechanical structure has different characteristics at each location at which force is applied and measuring location. The characteristics are different due to resonance frequency and antiresonance frequency. Antiresonance frequencies are determined by zero amplitude of dynamic behavior. Furthermore, their frequencies affect the control stability. This paper presents a method to distinguish between control stability and instability of the linear slider mechanism. In this method, control stability is distinguished to calculate the damping value of a multi-degree-of-freedom mechanism with control. Control algorithms are applied to positive acceleration feedback control and negative velocity feedback control.

Key Words: Vibration Control, Analysis, Antiresonance, Stability, Modal Analysis, Damping, Multi-Degree-of-Freedom System

1. 結 言

半導体製造装置のリニアスライダ機構においては、集積度の向上とともにナノメータオーダの超精密な位置決め精度が必要となる。また、超精密な位置決め精度に加えて、より高速な位置決め時間が要求され、多自由度な機構系の動特性と制御系を連成させた安定性判別は重要な問題となる。

多自由度機構系と制御系の安定化に関する研究⁽¹⁾は、反共振特性を利用して共振峰を消滅させる制御手法の研究^{(2)~(4)}、位置決め機構における制御時の不安定条件を理論展開した研究⁽⁵⁾、弾性振動モードを剛体モードと同相にする重心位置を決定し制御系を同相安定化させる研究⁽⁶⁾がある。また著者らは先にリニアスライダ機構の多自由度振動特性とACリニアモータの分布的な電磁力を考慮した解析を行い、系の安定性を論じた⁽⁷⁾。さらに、同相安定条件が成立しないリニアスライダ機構における安定化を2次フィルタにより行った⁽⁸⁾。

同相安定条件は機構系の共振と反共振の周波数軸上での配置により決定されるため、特に反共振の発生状態により制御系の安定性は影響を受ける。この反共振の発生状態は、力の作用点と変位測定点の位置と振動モードの節の位置関係により決定される。著者らは反共振の発生では、周波数変化に対する振動挙動を算出し、図形的に予測する方法を提案した⁽⁴⁾が、三次元形状の機構系では予測が困難である。

本論文では、三次元形状のリニアスライダ機構において機構共振・反共振の周波数軸上の配置を算出し、制御の同相安定条件を判別する。さらに制御系を加えた系における安定判別法を提案し、変位測定点をパラメータとした安定性の検討を解析により行う。

2. リニアスライダ機構

図1にリニアスライダ機構の構造を示す。このリニアスライダ機構は一軸の精密位置決め用であり、転がり軸受でリニアガイドに支持されている。駆動源としてテーブル下部にリニアACサーボモータを設置した。このようにリニアスライダ機構のテーブルにはリニアモータの磁石や位置決め制御用変位計が設置される。これらの構造が非対称なリニアスライダ機構では、固有振動モードも非対称となる。この非対称性のため

* 原稿受付 平成5年10月25日。

^{*1} 正員, (株)安川電機基礎研究所 (〒806 北九州市八幡西区黒崎城石2-1)。

^{*2} 正員, 九州工業大学工学部 (〒804 北九州市戸畑区仙水町1-1)。

位置決め制御用変位計の設置位置により制御の同相安定条件が成立する場合と成立しない場合がある。同相安定条件の判別は、多自由度機構系の共振と反共振の発生により行える。同相安定条件が成立する変位測定点の場合は、ネガティブフィードバック制御により安定化が図れる。しかし同相安定条件が成立しない場合は、共振と反共振の発生パターンごとに制御方式を変更する必要がある。本報では、非対称な三次元構造をもつリニアスライダ機構において変位測定点をパラメータとして制御手法別に安定性を検討する。同相安定条件が成立しない場合の制御手法として、加速度のポジティブフィードバック制御⁽⁹⁾を用いる。変位測定点は、図1(b)中任意の[1]～[9]に設定し、変位測定方向はリニアスライダの移動方向と一致している。作用する力は、モータのマグネット部に分布荷重として

設定する⁽⁷⁾。

表1に解析によるリニアスライダ機構の固有振動数と固有振動モードを示す。固有振動モード図は、文献(7)に示した。制御周波数1000 Hz以内に固有振動数が7個存在し、これらの複数の固有振動モードが、制御安定性に与える影響を検討する。

3. 安定性判別の理論解析

3.1 反共振周波数の導出 機構系の多自由度振動により発生する共振と反共振の周波数軸上の配置は、制御系の安定性に影響する。本節では多自由度振動系であるリニアスライダ機構の反共振周波数をモーダルパラメータから直接導出する手法を提案し、安定条件を検討する。反共振周波数を直接導出することにより、共振と反共振の周波数軸上の配置が判別され、制御ゲインに対する安定度を明確にできる。機構系の多自由度振動の伝達関数 $G_M(s)$ は、式(1)となる。

$$G_M(s) = \frac{x_i}{F_j} = \sum_{r=1}^N \frac{\phi_{ri}\phi_{rj}}{m_r s^2 + c_r s + k_r} \quad \dots\dots\dots (1)$$

ここで、

x_i : 変位

F_j : 制御力

ϕ_{ri} : r 次 i 点のモードシェープ

m_r : r 次のモード質量

c_r : r 次のモード減衰

k_r : r 次のモード剛性

式(1)においてモード質量を1に再スケーリングすると式(2)となる。式(2)分子の a_r は、可制御性と可観測性に対する影響係数を表し、各振動モード間での符号の変化により反共振の発生状態が変わる。

$$G_M(s) = \sum_{r=1}^N \frac{\phi_{ri}\phi_{rj}}{s^2 + 2\zeta_r\omega_{pr}s + \omega_{pr}^2} = \sum_{r=1}^N \frac{a_r}{s^2 + 2\zeta_r\omega_{pr}s + \omega_{pr}^2} \quad \dots\dots\dots (2)$$

ここで、

ϕ_r : 再スケーリング後のモードシェープ

ζ_r : r 次の減衰比

ω_{pr} : r 次共振の円振動数

制御安定条件の判別のため反共振の周波数を導出する。式(2)の伝達関数より式(3)を得る。

$$G_M(s) = \frac{g_N(s)}{g_D(s)} \quad \dots\dots\dots (3)$$

$$g_N(s) = \frac{\alpha_1 \prod_{r=1}^N \beta_r}{\beta_1} + \frac{\alpha_2 \prod_{r=1}^N \beta_r}{\beta_2} + \dots + \frac{\alpha_N \prod_{r=1}^N \beta_r}{\beta_N}$$

$$g_D(s) = \prod_{r=1}^N \beta_r$$

$$\beta_r = (s^2 + 2\zeta_r\omega_{pr}s + \omega_{pr}^2)$$

表 1 固有振動数

Mode Number	Frequency Hz	Mode Shape
1	0.0	Rigid Body Mode (Slide Direction)
2	599.8	Yawing Mode
3	624.6	Local Part Bending Mode
4	719.0	Local Part Bending Mode
5	754.2	Pitching Mode
6	790.4	Table Bending Mode
7	909.6	Yawing & Pitching Mode

図 1 リニアスライダ機構の構造

表 2 モードの影響係数 α_r

Sensor	Mode 1	Mode 2	Mode 3	Mode 4	Mode 5	Mode 6	Mode 7
[1]	1.66×10^{-1}	-1.03×10^{-2}	-6.68×10^{-7}	-1.48×10^{-8}	-9.81×10^{-3}	2.94×10^{-6}	-2.35×10^{-2}
[8]	1.66×10^{-1}	1.21×10^{-2}	7.97×10^{-7}	3.98×10^{-8}	3.19×10^{-3}	-6.53×10^{-6}	6.63×10^{-2}

また、一般に伝達関数を共振と反共振の周波数で表すと式(4)となる。

$$G_M(s) = A \frac{\prod_{m=1}^M (s^2 + \omega_{zm}^2)}{\prod_{r=1}^N (s^2 + \omega_{pr}^2)} \dots\dots\dots (4)$$

ここで、

A : 定数

ω_z : 反共振の円振動数

式(3)と(4)より式(5)を得る。

$$\frac{g_N(s)}{g_D(s)} = A \frac{\prod_{m=1}^M (s^2 + \omega_{zm}^2)}{\prod_{r=1}^N (s^2 + \omega_{pr}^2)} \dots\dots\dots (5)$$

機構の減衰が小さいと仮定すれば、式(6)を得る。

$$g_N(s) = A \prod_{m=1}^M (s^2 + \omega_{zm}^2)$$

$$\sum_{k=1}^N \frac{\alpha_k \prod_{r=1}^N \beta_r}{\beta_k} = A \prod_{m=1}^M (s^2 + \omega_{zm}^2) \dots\dots\dots (6)$$

式(6)の左辺より代数方程式(7)となる。

$$a_1 s^{2(N-1)} + a_2 s^{2(N-2)} + \dots + a_N = 0 \dots\dots\dots (7)$$

$$a_1 = \sum_{r=1}^N \alpha_r$$

$$a_2 = \sum_{k=1}^N \alpha_k \left\{ \left(\sum_{r=1}^N \omega_{pr}^2 \right) - \omega_{pk}^2 \right\}$$

$$\vdots$$

$$a_N = \sum_{k=1}^N \frac{\alpha_k \prod_{r=1}^N \omega_{pr}^2}{\omega_{pk}^2}$$

共振周波数と α_r からなる高次方程式(7)は4次因子の組立除法により根を求める。

$$(s^4 + ps^2 + q)(b_1 s^{(2N-6)} + b_2 s^{(2N-8)} + \dots + b_{N-2}) + R s^{(2N-6)} + T s^{(2N-4)} = 0 \dots\dots\dots (8)$$

残余項 R, T が零になるように実数 p, q を決定すれば根が得られる。 p, q 決定のための繰返し収束計算の増分 $\Delta p, \Delta q$ の収束条件は、 10^{-4} 以下として計算する。得られた根の周波数により各振動モード間での位相の同相性を判別する。

図1に示すリニアスライダ機構において、位置決め制御に影響する固有振動モードを判別し低次元化を図る。そのため α_r を変位測定点[1]と[8]を代表点として算出する。表2に各固有振動数における α_r を示

表 3 反共振点の周波数(Unit: Hz)

Sensor	ω_{z1}	ω_{z2}	ω_{z3}
[1]	600.2	755.5	914.3
[8]	599.3	753.8	897.1

す。これらのうち絶対値で 1×10^{-3} 以上の1次, 2次, 5次, 7次の固有振動モードを選択する。

これらの α_r と式(7)から反共振の周波数を求める。式(3)の分子, 分母は次式となる。

$$g_N(s) = \alpha_1 \beta_2 \beta_5 \beta_7 + \alpha_2 \beta_5 \beta_7 \beta_1$$

$$+ \alpha_5 \beta_7 \beta_1 \beta_2 + \alpha_7 \beta_1 \beta_2 \beta_5$$

$$g_D(s) = \beta_1 \beta_2 \beta_5 \beta_7$$

さらに、式(6)から式(9)が導出される。

$$\alpha_1 (s^2 + \omega_{p2}^2)(s^2 + \omega_{p5}^2)(s^2 + \omega_{p7}^2)$$

$$+ \alpha_2 (s^2 + \omega_{p5}^2)(s^2 + \omega_{p7}^2)(s^2 + \omega_{p1}^2)$$

$$+ \alpha_5 (s^2 + \omega_{p7}^2)(s^2 + \omega_{p1}^2)(s^2 + \omega_{p2}^2)$$

$$+ \alpha_7 (s^2 + \omega_{p1}^2)(s^2 + \omega_{p2}^2)(s^2 + \omega_{p5}^2)$$

$$= A \prod_{m=1}^M (s^2 + \omega_{zm}^2) \dots\dots\dots (9)$$

式(9)より反共振周波数 ω_{zm} を求める。

$$a_1 s^4 + a_2 s^2 + a_3 = 0 \dots\dots\dots (10)$$

$$a_1 = \alpha_1 + \alpha_2 + \alpha_5$$

$$a_2 = \alpha_1 (\omega_{p2}^2 + \omega_{p5}^2) + \alpha_2 (\omega_{p5}^2 + \omega_{p1}^2)$$

$$+ \alpha_5 (\omega_{p1}^2 + \omega_{p2}^2)$$

$$a_3 = \alpha_1 \omega_{p2}^2 \omega_{p5}^2 + \alpha_2 \omega_{p5}^2 \omega_{p1}^2$$

$$+ \alpha_5 \omega_{p1}^2 \omega_{p2}^2$$

式(10)に固有振動数と α_r を代入し、反共振の周波数 ω_{zm} を代表点[1], [8]で得る。表3に結果を示す。

変位測定点[1]の場合では、式(11)のように1次共振と2次共振の間に反共振がないため同相安定条件は成立せず、ネガティブフィードバック制御では不安定となる。

$$\omega_{p1} < \omega_{p2} < \omega_{z1} < \omega_{p5} < \omega_{z2} < \omega_{p7} < \omega_{z3} \dots\dots (11)$$

変位測定点[8]の場合では、式(12)のように各共振の間に反共振が発生し、同相安定条件が成立する。

$$\omega_{p1} < \omega_{z1} < \omega_{p2} < \omega_{z2} < \omega_{p5} < \omega_{z3} < \omega_{p7} \dots\dots (12)$$

機構系の反共振周波数の導出により、同相安定条件を判別できた。このときリニアスライダ機構のモーダ

ルパラメータから反共振周波数を導出する式を得た。3・2節では機構の多自由度特性に対して、フィードバック制御の特性を結合することで安定判別を変位測定点のパラメータとして検討する。

3・2 フィードバック制御の安定条件 3・1節では機構の特性より構成された高次方程式によって反共振周波数を求め、同相安定を判別した。本節では制御の伝達関数を含めた系に展開し安定性を判別する。この安定性を加速度のポジティブフィードバック制御とネガティブフィードバック制御において検討する。このとき変位測定点を任意に選び制御安定性を判別する手法を提案する。図2にネガティブフィードバック制御と加速度のポジティブフィードバック制御のブロック図を示す。

テーブル上の変位測定点[1]～[9]において、ポジティブフィードバック制御での安定性を判別する。式(2)に加速度の開ループ特性を加え特性方程式(13)を構成し、フィードバックゲイン K_a ごとに減衰定数を求める。

$$1 - K_a \sum_r \frac{\alpha_r}{s^2 + 2\zeta_r \omega_{pr} s + \omega_{pr}^2} \frac{T s^2}{T s + 1} = 0 \quad \cdots (13)$$

式(13)を展開すると9次方程式(14)となる。

$$a_1 s^9 + a_2 s^8 + \cdots + a_8 s^2 = 0 \quad \cdots (14)$$

式(14)より解 $s = (\text{real}) + j(\text{imag})$ を求め、式(15)により減衰定数 d を求める。

$$d = -(\text{real}) / ((\text{real})^2 + (\text{imag})^2)^{1/2} \quad \cdots (15)$$

減衰定数 d は、特性方程式の解の大きさに正規化し

(a) 加速度のポジティブフィードバック制御

(b) ネガティブフィードバック制御

K_p : Position Amp. Gain (s^{-1})
 K_v : Velocity Amp. Gain (s^{-1})
 K_a : Acceleration Amp. Gain (Ns^2/m)
 T : Derivative Time (s)

図2 制御ブロック線図

た実数部とし、制御を含めたリニアスライダ機構の減衰成分を表す。図3に結果を示す。加速度のフィードバックにより1次の剛体モードの極が消去される。その結果、加速度ループ内の1次フィルタの特性が剛体特性として現れ、減衰項は存在しない。図3中には2次、5次、7次共振における減衰定数を表す。

[1]～[3]に変位測定点を選んだ場合の減衰定数は、ゲイン K_a を増加させると2次、5次、7次共振ともに増加する。2次共振では K_a が 5×10^4 で最高値をとる。5次共振はピッチングモードであり、回転中心をテーブル上面にもつためテーブル下面に変位測定

(a) 2次共振

(b) 5次共振

(c) 7次共振

図3 ポジティブフィードバック制御における減衰定数

(a) 2次共振

(b) 5次共振

(c) 7次共振

図4 ネガティブフィードバック制御における減衰定数

点を設置した[1]で α_r が大きくなり減衰効果が顕著に現れる。[1]側では1次と2次の間に反共振をもたないため、 α_r が反転し逆位相となる。その結果2次、5次、7次共振は安定化されている。

それに対し変位測定点を[5]～[8]に選んだ場合の減衰定数は、ゲイン K_a を増加させると2次、5次、7次共振ともに減少し、負の値となる。ポジティブフィードバックによりフィルタの特性を不安定化させるため、1次共振と同相な α_r をもつ2次、5次、7次共振は不安定となり減衰定数は小さくなる。このとき各共振間には反共振が一つずつ存在している。中央部[4]、[9]では減衰定数の変化は小さい。また値も一

致しているため、変位検出点のスライド方向における安定度は変化しない。以下[9]については[4]で代表する。

これより1次、2次、5次、7次の振動モードを考慮したリニアスライダ機構における加速度のポジティブフィードバック制御の安定条件を以下に示す。

(1) 剛体モード(1次)において力の作用点と変位測定点の振動位相は同位相である。

(2) 剛体モード(1次)と2次共振の間に反共振がない。

(3) 2次共振と5次共振の間に反共振が一つある。

(4) 5次共振と7次共振の間に反共振が一つある。

(5) 7次共振の次に反共振がある。

これらの条件を満たす特別な反共振の配置になる変位測定点[1]～[3]での安定化が確認された。

次にテーブル上の変位測定点[1]～[9]において、ネガティブフィードバック制御での安定性を判別する。式(2)に加速度の開ループ特性を加え特性方程式(16)を構成し、フィードバックゲイン K_v ごとに減衰定数 d を求める。

$$1 - K_v \sum_r \frac{\alpha_r}{s^2 + 2\zeta_r \omega_{pr} s + \omega_{pr}^2} s = 0 \quad \dots\dots\dots (16)$$

展開すると8次方程式となる。式(15)により減衰定数を求める。図4に結果を示す。ネガティブフィードバックにおいては各共振とも変位測定点[8]側で減衰定数が上昇し、安定化する。[8]側では式(12)に示した同相安定条件が成立するためネガティブフィードバック制御で安定化する。

本節では、制御を含めた多自由度機構系の安定性を判別するためにフィードバックゲインごとの減衰定数を算出する手法を提案した。図3、4ではポジティブフィードバック制御とネガティブフィードバック制御について、各変位測定点での安定性を判別できた。

4. 結 言

多自由度振動系であるリニアスライダ機構において共振、反共振発生の有無と周波数軸上の配置を数値解析した。この解析により変位測定点別の制御安定性を検討し、以下の結論を得た。

(1) 多自由度機構系の共振と反共振の周波数軸における配置をリニアスライダ機構においてモーダルパラメータから直接導出し、同相安定条件を判別した。

(2) 多自由度機構に制御を加えた系において、安定性を判別する手法を提案し、リニアスライダ機構に

おけるポジティブフィードバック制御とネガティブフィードバック制御における安定判別を行った。

文 献

- (1) 例えば, 背戸, 機習教 No. 910-37(1991-6), 238.
 - (2) 梶原・ほか3名, 機論, 54-505, C(1988), 2084.
 - (3) 背戸・ほか3名, 機論, 55-516, C(1989), 2029.
 - (4) 浜松・住本, 機講論, No. 890-61(1989-11), 32.
 - (5) 小野, 機論, 53-496, C(1987), 2568.
 - (6) 寺本・小野, 機論, 55-520, C(1989), 2919.
 - (7) 住本・浜松・大畑, 機論, 56-524, C(1990), 911.
 - (8) 住本・浜松・ほか3名, 機講論, No. 920-55(1992-7), B, 81.
 - (9) 二見, 第31回自動制御連合講演会, (1988-10), 467.
-