不思議遊星歯車機構減速機の最高効率に関する研究*

堀 光 平^{*1}, 林 巖^{*2}Maximum Efficiencies of Conventional Mechanical
Paradox Planetary Gears for Reduction Drive

Kohei HORI and Iwao HAYASHI

Mechanical paradox planetary gears are suitable for power transmissions of current robots, such as space manipulators, which drive large-inertia loads, because the gears offer high reduction ratio, small size, light weight and high reliability. However, mechanical paradox planetary gears are subject to a drawback in that their efficiencies are lower than those of conventional planetary gears. The efficiencies of mechanical paradox planetary gears are hence theoretically analyzed and evaluated by defining the tooth number modification of a planet gear to deal with all the possible combinations of tooth numbers. The following results are obtained: the efficiencies are greatly influenced by the efficiencies of the planet and internal gear pairs; the maximum efficiencies are minimally influenced by the reduction ratio, and they are obtained when the factors of the contact ratio of the gear pairs are approximately equal; the maximum efficiency is approximately 78% if the tooth surface friction coefficients are 0.1.

Key Words: Gear, Design, Efficiency, Planetary Gear Drive, Mechanical Paradox, Optimization, Profile-Shifted Involute Gear, Mathematical Programming

1. 緒 言

3 K 形不思議遊星歯車機構⁽¹⁾⁽²⁾ 減速機は, インボリュート歯車 6 個の単純な構成で 1/60~1/1 000 の高減速比が得られること, 小形・軽量および高信頼性であることが特長であり, 大きな慣性負荷を駆動する近年のロボット用に適している。宇宙ステーションで利用が予定されるマニピュレータは 10 m 級の長尺アームで大形機器のハンドリングを行うが, このアーム駆動の動力伝達機構には上記減速機の特長がよく適合する。そこで著者らは, 宇宙マニピュレータ用として実用化をすすめている⁽³⁾⁽⁴⁾。しかし, 上記減速機の効率は, 他の遊星歯車機構の効率が 80~90% であるのに比べて低いことが問題点であり⁽⁵⁾⁽⁶⁾, 高効率化が急務である。

不思議遊星歯車機構の効率については, 組込まれている歯車対の基準効率(かみあい効率のこと)から求める理論計算式が導かれており, 基準効率を 98.7

~99.4%としたときの理論計算値にほぼ一致する 75%の実験値が得られている⁽⁷⁾⁽⁸⁾。また, 効率の実験値が 60%程度で実用に至らなかった例, 低効率の原因として動力循環による損失について検討した例がある⁽⁹⁾⁽¹⁰⁾。

一方, 不思議遊星歯車機構は, 組立条件を満足させる歯数の組合せが非常に多く, 広い範囲の減速比が可能であり, また一定の減速比に対していくとおりもの歯数組合せが可能であり, さらに同軸条件を満足させしかも歯先とがりやインボリュート干渉などが生じないように各歯車の転位係数を選択しなければならないので, 設計がかなり複雑である。そのため, 歯数組合せや転位係数の選択に際して効率を最高にする最適化手法が確立されておらず, 最高効率が明らかになっていない。

本論文では, 不思議遊星歯車機構減速機の高効率化を実現する第 1 段階として, 遊星歯車歯数修正数を提案して実現可能な歯数組合せを系統的に扱い, 減速機の効率に及ぼす各歯車対の基準効率の影響を検討して, 影響の大きい歯車対のかみあい率因子(2・2 節参照)に着目して目的関数と制約領域を求め, 現在の機構において取りうる最高の効率について理論的に検討した。その結果について報告する。

* 原稿受付 平成 6 年 5 月 20 日。

*¹ 正員, (株)東芝研究開発センター (〒210 川崎市川崎区浮島町 4-1)。*² 正員, 東京工業大学工学部 (〒152 東京都目黒区大岡山 2-12-1)。

2. 3 K 形不思議遊星歯車機構

2・1 機構の概略と歯数組合せ 宇宙マニピュレータ減速機のベースである 3 K 形不思議遊星歯車機構減速機の構成を図 1 に示す。太陽歯車 a が遊星歯車 b とかみあい、遊星歯車 b が同心かつ歯数が異なる二つの内歯車 c, d と同時にかみあう。このように、1 個の遊星歯車 b が同心かつ歯数が異なる二つの内歯車 c, d と同時にかみあう機構が不思議歯車機構と呼ばれる。転位歯車を使用すると中心距離を等しく(同軸条件)でき、厳密にかみあうことが示されている⁽²⁾。

この機構の減速比 u は式(1)から求められる⁽⁸⁾。

$$u = \frac{(1 - i_{ca})}{(1 + i_{ca})} \dots\dots\dots (1)$$

ここで、 i_{ca} , i_{cd} はそれぞれ歯数比である。 z_a, z_c, z_d をそれぞれ太陽歯車 a, 固定内歯車 c, 回転内歯車 d の歯数とすると、 $i_{ca} = z_c/z_a$, $i_{cd} = z_d/z_c$ で与えられる。ただし、 $z_c < z_d$ である。

歯数 z_a, z_c, z_d は、組立条件から決定されるが、それぞれ使用する遊星歯車 b の個数 N ($N=2$ または 3 , 通常 $N=3$) の整数倍とし、さらに $z_d - z_c = N$ とする。ここで、遊星歯車 b の歯数 z_b は遊星歯車歯数修正数 j を導入して、次式(2)から求める。

$$z_b = (z_d - z_a)/2 - j \dots\dots\dots (2)$$

遊星歯車歯数修正数 j は、モジュール m との積 jm が、図 2 に示すように太陽歯車 a, 遊星歯車 b および内歯車 d のそれぞれの基準ピッチ円がなすすきま $t + t'$ に等しい、つまり基準ピッチ円間のすきまの量を表すという意味をもつ。そして、後述のように各歯車を転位してそれぞれのかみあいピッチ円が接するように設計することになる。

ここで、遊星歯車歯数修正数 j のとりうる値について述べる。前述の基準ピッチ円間のすきまが負になることはないから $jm \geq 0$, つまり $j \geq 0$ である。そして、転位による歯先とがりの限界から j の取りうる最大値が決まる。例えば $N=3$ の場合には、 j は $0, 0.5, 1.0, 1.5, 2.0, 2.5, 3.0$ の値を取りうる。 z_a と z_d がともに偶数

のとき、またはともに奇数のとき、 j は $0, 1.0, 2.0, 3.0$ の値を取る。また z_a と z_d が偶数と奇数に分れるとき、 j は $0.5, 1.5, 2.5$ の値をとる。

このようにして $N=3$ のときの可能な歯数組合せ数を求めてみると、 $z_a=12$ の場合だけでもおよそ 66 とおりとなる。 z_a が多くなると組合せはさらに多くなる。

このような多くの組合せの中から一つの歯数組合せを選び出し各歯車の歯数が求まると、次は太陽歯車 a と遊星歯車 b の対 [以下、歯車対(a-b)と呼ぶ]、遊星歯車 b と固定内歯車 c の対 [歯車対(b-c)]、および遊星歯車 b と回転内歯車 d の対 [歯車対(b-d)] の中心距離を一致させるため、同軸条件式(3)を満足させる転位係数を各歯車に与える。

$$\begin{cases} y_{(b-d)} - y_{(a-b)} = (z_a + 2z_b - z_d)/2 \\ y_{(b-c)} - y_{(a-b)} = (z_a + 2z_b - z_c)/2 \end{cases} \dots\dots\dots (3)$$

ここで、 $y_{(a-b)}$, $y_{(b-c)}$, $y_{(b-d)}$ は歯車対(a-b), (b-c), (b-d) の中心距離増加係数である。それぞれの歯車対の中心距離増加係数からかみあい圧力角 α_b が求まり、そして歯車 a, b, c, d の転位係数 x_a, x_b, x_c, x_d が次のように求まる。はじめに x_d と x_b を与えて $y_{(b-d)}$ を求め、続いて式(3)から $y_{(a-b)}$ と $y_{(b-c)}$ を求めると x_a と x_c が得られる。また、各歯車対の中心距離と各歯車の歯先円直径は、ここで決められた中心距離増加係数を用いて算出する。ただし、遊星歯車 b の歯先円直径は各歯車対から 3 とおりの値が算出されるが、そのうちの最小値を採用する。

また、上記の歯数と転位係数の選択に際しては以下の制約条件を満足させなければならない。①隣接する遊星歯車同士の歯先が衝突しない。②各歯車および内歯車加工工具の歯先がとがらない。③加工時に切下げを、また歯車のかみあい時にインボリュート干渉およびトロコイド干渉を生じない。④かみあい圧力角が負にならない。⑤一定以上のかみあい率を確保できる。

以上の方法で歯数と転位係数が決まる。ただし、歯数に関しては前述のように非常に多くの組合せが可能であり、また類似の減速比に対してもいくとおりもの歯数組合せが可能になる(ただし、経済的な観点から

図 1 3 K 形不思議遊星歯車機構減速機の構成

図 2 不思議遊星歯車機構の遊星歯車歯数修正数 j

内歯車の歯数は約 200 枚が上限である)。転位係数に関しては上記の制約条件のため取りうる範囲が制限される。

2・2 効率 減速機の効率 η は η_1, η_2, η_3 を歯車対 (a-b), (b-c), (b-d) の基準効率として、式 (4) から求められる⁽⁸⁾。

$$\eta = u \cdot \frac{(1 + i_{ca}\eta_1\eta_2)}{(1 - i_{cd}\eta_2\eta_3)} \dots\dots\dots (4)$$

また基準効率 η_i , $i=1\sim 3$ は次式 (5) から求められる。

$$\eta_i = 1 - \mu\pi(1/z_1 \pm 1/z_2)\varepsilon_0 \dots\dots\dots (5)$$

$$\varepsilon_0 = \varepsilon_1^2 + \varepsilon_2^2 + 1 - \varepsilon_1 - \varepsilon_2 \dots\dots\dots (6)$$

ここで、複号は外歯車同士のかみあいのとき+を、外歯車と内歯車のかみあいのとき-をとる。また、 μ は歯面間の平均摩擦係数、 z_1 と z_2 はそれぞれ入力側と出力側の歯車の歯数、 ε_1 と ε_2 は近寄りかみあい率と遠退きかみあい率である。 ε_1 と ε_2 は次式 (7) で与えられる。

$$\begin{aligned} \varepsilon_1 &= z_2(\tan \alpha_b - \tan \alpha_{k2})/2\pi \\ \varepsilon_2 &= z_1(\tan \alpha_{k1} - \tan \alpha_b)/2\pi \end{aligned} \dots\dots\dots (7)$$

ただし、 α_b はかみあい圧力角、 α_{k1} と α_{k2} はそれぞれ入力側と出力側の歯車の歯先における圧力角である。

ここで、以後の検討のため式 (5) の第 2 項のうち、 $\mu\pi$ を摩擦係数因子、 $(1/z_1 \pm 1/z_2)$ を歯数因子、 ε_0 をかみあい率因子と呼ぶことにする。

表 1 に、遊星の個数 $N=3$ 、太陽歯車 a の歯数 $z_a=12$ 、遊星歯車歯数修正数 $j=1.0$ の場合の代表的な従来の設計例を示す。回転内歯車 d の転位係数 $x_d=0$ 、遊

星歯車 b の転位係数 $x_b=0.324$ として、組立条件と同軸条件を満足させた例で、歯面間の摩擦係数 $\mu=0.1$ としてある。減速機の効率 η はおよそ 72~75% となる。 $u=1/76$ から $1/612$ までの広い減速比の変化に対して効率の変化は約 3% と非常に小さい。高減速比でも効率低下が小さいことは、高減速比が要求される宇宙マニピュレータ用減速機として好ましい特徴である。

太陽歯車の歯数 z_a を 12 枚より多くして、表 1 の $u=1/351$ と類似の減速比が得られるように歯数組合せを決定し、前述と同じく $x_d=0$, $x_b=0.324$ としたときの減速機の効率 η を求めた結果を図 3 に示す。歯面摩擦係数 μ は表 1 と同様に 0.1 とした。 z_a が 12 枚から 30 枚まで増加すると、効率 η は 73.39% から 72.08% に 1.31% 低下する。これは歯数の増加により歯数因子の値が小さくなり基準効率は高くなるが、式 (4) の効率 η の分子に含まれる歯数比 i_{ca} の値が小さくなるためである。このように、類似の減速比の場合には太陽歯車 a の歯数 z_a が少ない歯数組合せのほうが高い効率が得られる。それに加えて、歯数が少ない歯車は、全歯数の歯形加工時間が少なくすむので経済的で、かつ外径が小さいので減速機自体を小形・軽量にできる。このように、太陽歯車の歯数が少ないほど若干ではあるが効率が高く、小形・軽量が要求される宇宙マニピュレータ用減速機としても一つの好ましい特徴をもっている。

3. 最 高 効 率

2 章で述べたように、不思議遊星歯車機構では多くの歯数組合せが可能で広い範囲の減速比が得られ、類似の減速比を得る場合でも歯数組合せがいくとおりもある。さらに同軸条件を満足させ、しかも工具および歯車の歯先とがりやかみあいにおけるインポリュート干渉などの不都合が生じないように各歯車の転位係数を選択しなければならない。このように設計条件が複雑であるため最高効率が明らかになっていない。

そのため本章では、まず減速機の効率 η に及ぼす各歯車対の基準効率 η_i の影響を検討し、次に影響の大きい η_i のかみあい率因子 ε_0 に注目して目的関数を設定する。そして遊星歯車の個数 N を 3 とし、 ε_0 の制約領域から目的関数を最小にする ε_0 の最適値を探索し、現在の 3K 形不思議遊星歯車機構において取りうる最高効率を明らかにする。

3・1 各歯車対の基準効率の影響 まず、基準効率 η_1, η_2, η_3 が減速機の効率 η に及ぼす影響を検討する。式 (4) を η_i , $i=1\sim 3$ で偏微分すると次の効率影響

表 1 不思議遊星歯車機構の効率の例 ($\mu=0.1, j=1.0$)

Reduction ratio u	Number of teeth				Efficiency (%)			
	z_a	z_b	z_c	z_d	η_1	η_2	η_3	η
1/76	12	17	45	48	97.64	99.06	98.91	74.68
1/115	12	23	57	60	97.84	99.22	99.17	74.83
1/189	12	32	75	78	97.98	99.37	99.37	74.34
1/351	12	47	105	108	98.08	99.51	99.54	73.39
1/612	12	65	141	144	98.14	99.61	99.65	72.51

図 3 太陽歯車の歯数 z_a と最高効率 $\eta_{\max}$ の関係

係数 $\partial\eta/\partial\eta_i$ が得られる。

$$\frac{\partial\eta}{\partial\eta_1} = u \cdot \frac{i_{ca}\eta_2}{(1 - i_{ca}\eta_2\eta_3)} \quad (8)$$

$$\frac{\partial\eta}{\partial\eta_2} = u \cdot \frac{i_{ca}\eta_1 + i_{cd}\eta_3}{(1 - i_{cd}\eta_2\eta_3)^2} \quad (9)$$

$$\frac{\partial\eta}{\partial\eta_3} = u \cdot \frac{(1 + i_{ca}\eta_1\eta_2)i_{cd}\eta_2}{(1 - i_{cd}\eta_2\eta_3)^2} \quad (10)$$

表 1 の設計例について減速比 u をパラメータとして歯面摩擦係数 μ による効率影響係数 $\partial\eta/\partial\eta_i$ の変化を求めた結果を図 4 に示す。 $\partial\eta/\partial\eta_1$ は 1 以下の小さい値で、 μ と u に対する変化も小さい。一方、 $\partial\eta/\partial\eta_2$ と $\partial\eta/\partial\eta_3$ は、前者がわずかに大きい。両方とも 5 より大きい値で、歯面摩擦係数 μ が小さくなるとともに急激に大きくなり、また減速比 u が小さくなる、つまり高減速になるとともに大きな値をとる。

次に、回転内歯車 d の歯数 z_d による効率影響係数 $\partial\eta/\partial\eta_i$ の変化を図 5 に示す。 $\mu=0.1$ として、 $z_d=48 \sim 219$, $z_a=12 \sim 30$ の範囲で組立条件を満足する 3 の倍数の歯数の組合せ 57 とおりについて調べた。このとき減速比 u は $1/71 \sim 1/827$ である。 $\partial\eta/\partial\eta_1$ は 0.8 以下

の小さい値であるが、 $\partial\eta/\partial\eta_2$ と $\partial\eta/\partial\eta_3$ は 1 けた以上大きい 8.5 以上の値で、 z_d にほぼ比例して増大し、 $z_d=201$ のとき約 35 に達する。

以上述べたように、三つの効率影響係数のうち $\partial\eta/\partial\eta_1$ は小さく、 $\partial\eta/\partial\eta_2$ と $\partial\eta/\partial\eta_3$ が大きいことがわかる。このことは、不思議遊星歯車機構において、本論文で対象としている 3K 形機構と、太陽歯車 a がなく、入力軸が遊星歯車 b のキャリア s の回転軸に直結されている 2K-H 形機構（つまり η_1 を含まない）の効率の差がわずかである⁽⁸⁾ こととよく一致している。ここで、 $\mu=0.1$ として $u=1/351$ の場合について具体的に効率影響係数の値を求めると、 $\eta_1=98.08\%$, $\eta_2=99.51\%$, $\eta_3=99.54\%$ (表 1 参照) であるから、 $\partial\eta/\partial\eta_1=0.67$, $\partial\eta/\partial\eta_2=19.84$, $\partial\eta/\partial\eta_3=19.17$ となる。つまり η_1 , η_2 , η_3 がそれぞれ 0.1% 高くなると、減速機の効率 η はそれぞれ 0.067%, 1.984%, 1.917% ずつ高くなる。

以上のことから、基準効率 η_2 と η_3 , つまり遊星歯車とかみあっている二つの内歯車対の基準効率が減速機の効率 η に大きく影響することがわかった。

3.2 減速機の効率 η の最高値の探索法

まず、3.1 節の結果に基づいて基準効率 η_1 は省き、基準効率 η_2 と η_3 にのみ着目して、最高効率を求めるための目的関数を設定する。

減速機の効率 η は、式 (4) において歯数が一定のとき、分母の第 2 項が 1 に近いことに着目して定性的に考察すると、積 $\eta_2\eta_3$ が最大になるとき最高の値になる。基準効率 η_2 と η_3 は式 (5) から、次の式 (11) で与えられる。

$$\left. \begin{aligned} \eta_2 &= 1 - a_2\varepsilon_{0,2} \\ \eta_3 &= 1 - a_3\varepsilon_{0,3} \end{aligned} \right\} \quad (11)$$

ここで、 $\varepsilon_{0,2}$ および $\varepsilon_{0,3}$ は、歯車対 (b-c) および (b-d) のかみあい率因子 ε_0 の値で式 (6), (7) より求められる。また a_2, a_3 は係数で、それぞれ次のとおりである。

$$a_2 = \mu\pi(1/z_b - 1/z_c)$$

$$a_3 = \mu\pi(1/z_b - 1/z_d)$$

積 $\eta_2\eta_3$ は次のとおりとなる。

$$\eta_2\eta_3 = 1 - (a_2\varepsilon_{0,2} + a_3\varepsilon_{0,3} - a_2a_3\varepsilon_{0,2}\varepsilon_{0,3}) \quad (12)$$

積 $\eta_2\eta_3$ は式 (12) の括弧でくくった第 2 項が最小になるとき、最大値をとる。そこで、この第 2 項だけを取り出して、次のように目的関数として設定する。

$$f(\varepsilon_{0,2}, \varepsilon_{0,3}) = a_2\varepsilon_{0,2} + a_3\varepsilon_{0,3} - a_2a_3\varepsilon_{0,2}\varepsilon_{0,3} \quad (13)$$

この目的関数 $f(\varepsilon_{0,2}, \varepsilon_{0,3})$ が最小値をとるとき、減速機の効率 η は最高になる。

図 4 摩擦係数と効率影響係数の関係 (表 1 の設計例)

図 5 回転内歯車の歯数と効率影響係数の関係

(a) 目的関数 f と $\varepsilon_{0,2}$, $\varepsilon_{0,3}$ の制約領域 (b) 目的関数 f の最適化図 6 目的関数 f とかみあい率因子 $\varepsilon_{0,2}$, $\varepsilon_{0,3}$ の制約領域, および最適化 ($u=1/351$, $j=1.0$, $x_d=0$)

図 6(a) に, $u=1/351$, $j=1.0$ の場合の歯数組合せ例について, 目的関数 $f(\varepsilon_{0,2}, \varepsilon_{0,3})$ に値を与えて, 縦軸に $\varepsilon_{0,2}$ を横軸に $\varepsilon_{0,3}$ をとり図示した結果を示す。このとき, 係数 a_2, a_3 は, $a_2=0.003\,69$, $a_3=0.003\,78$ と非常に小さいので, 積 a_2a_3 は無視しうるほどに小さくなり, 目的関数 $f(\varepsilon_{0,2}, \varepsilon_{0,3})$ を表す双曲線はほとんど直線となった。また図 6 から明らかなように, 目的関数の値が小さいほどこれらの双曲線は原点に近づく。

次に η_2 と η_3 に含まれるかみあい率因子 $\varepsilon_{0,2}$ と $\varepsilon_{0,3}$ の取りうる値について検討する。2・1 節で述べたように, 所要の減速比が決まると各歯車の歯数が決まり, さらに同軸条件を満足するために各歯車に与えるべき転位係数の値が決まる。そうすると各歯車対の近寄りかみあい率および遠退きかみあい率が決まり, 必然的にかみあい率因子が決まってくる。したがって, 内歯車対のかみあい率因子 ($\varepsilon_{0,2}, \varepsilon_{0,3}$) の取りうる値が決まってくる。つまり上に述べた目的関数を最小にするために, $\varepsilon_{0,2}$ および $\varepsilon_{0,3}$ の値は自由に取れるのではなく, ある関係をもった一連の値しか取れない。そこで前述の例と同じく $u=1/351$, $j=1.0$ の歯数組合せについて

表 2 制約領域における目的関数 f と減速機の効率 η

x_b	x_a	x_c	$\varepsilon_{0,2}$	$\varepsilon_{0,3}$	$f \times 10^3$	η_2 %	η_3 %	η %
0.290	0.4661	1.6531	1.453	1.125	9.5881	99.46	99.58	73.21
0.300	0.4435	1.6494	1.417	1.152	9.5579	99.48	99.57	73.29
0.310	0.4209	1.6457	1.381	1.181	9.5364	99.49	99.55	73.34
0.320	0.3983	1.6420	1.347	1.211	9.5236	99.50	99.54	73.38
0.326	0.3847	1.6397	1.327	1.230	9.5201	99.51	99.54	73.40
0.330	0.3756	1.6382	1.313	1.243	9.5195	99.52	99.53	73.40
0.340	0.3530	1.6344	1.280	1.277	9.5243	99.53	99.52	73.40
0.344	0.3439	1.6329	1.267	1.290	9.5287	99.53	99.51	73.40
0.350	0.3303	1.6306	1.248	1.312	9.5380	99.54	99.50	73.38
0.364	0.2985	1.6252	1.205	1.363	9.5725	99.56	99.49	73.33

$x_d=0$ として x_b を変化させ, 式(3)の同軸条件を満足させる転位係数を各歯車に与えて求めた ($\varepsilon_{0,2}, \varepsilon_{0,3}$) の値を図 6(a) に重ねて示す。図 6(a) の中ほどの短い曲線がその結果である(この曲線を, 以後かみあい率因子の制約領域と呼ぶことにする)。得られた転位係数 x_b の取りうる範囲は $0.290 \leq x_b \leq 0.364$ となり, 非常に狭い範囲となった。なおこのとき各歯車対に与えた制約条件としては, 同軸条件のほかに, ①各歯車の転位係数が正, ②歯先が一定以上の歯厚である(外歯車で $0.4m$ 以上, 内歯車で $0.5m$ 以上, ここに m はモジュールを表す), ③内歯車の歯底の歯溝幅が $0.3m$ 以上, ④かみあい圧力角が正, ⑤一定以上のかみあい率(太陽歯車と遊星歯車の対で 1.1, 遊星歯車と内歯車の対で 1.2 以上)が得られる, ⑥インボリュート干渉を生じない, という条件を適用している。図 6(a) の制約領域の左端の白丸印は転位係数 x_b の最小値 0.290 に相当し, 右端は x_b の最大値 0.364 に相当するかみあい率因子 ($\varepsilon_{0,2}, \varepsilon_{0,3}$) の点で, それぞれ (1.453, 1.125), (1.205, 1.363) である。

ここで, 図 6(a) の制約領域上の黒丸印は次のように数値計算によって求めた減速機の効率 η が最高値をとる点を示す。 $x_d=0$ の下で x_b を与えると, 同軸条件より他の二つの転位係数 x_a, x_c が決まり, 次いでかみあい率因子 $\varepsilon_{0,2}, \varepsilon_{0,3}$ が得られ, 制約条件と図示の制約領域の範囲内にある ($\varepsilon_{0,2}, \varepsilon_{0,3}$) について式(5)から, η_2, η_3 を, 次いで式(4)から減速機の効率 η を求める。このようにして求めた数値計算結果を表 2 に示す。この表からわかるように $\varepsilon_{0,2}$ と $\varepsilon_{0,3}$ が (1.327, 1.230) から (1.267, 1.290) の範囲で効率 η が最高値 73.40% をとる。厳密には, 効率 η は 73.395~73.404% (max.) ~73.397% であるが, 小数点以下の 3 けためは実用的にはほとんど意味のない値であると考えられるので, ここでは小数点以下 3 けためを四捨五入して考察している。したがって, 図 6(a) の黒丸印は図 6(b) に拡大して示したように, ある範囲をもつことになる。

次に, 目的関数 f とかみあい率因子の制約領域が接する点, つまりかみあい率因子に関する制約を満足し

ながら目的関数が最小値をとる点を探索した。表2の中央欄に、制約領域上の $(\epsilon_{0,2}, \epsilon_{0,3})$ の各値について式(13)から求めた目的関数 f の値を示す。この表から f の最小値は 9.5195×10^{-3} となり、このとき $\epsilon_{0,2} = 1.313$, $\epsilon_{0,3} = 1.243$, および効率 $\eta = 73.40\%$ となり、図6(b)に⊕印で示すように前述の η が最高値をとる範囲内の一点が求められたことがわかる。

ここでは一例を示したにすぎないが、以上のことから、目的関数として式(13)を設定し、かみあい率因子の制約領域と接する点を数値計算によって探索して目的関数の最小値 $[f(\epsilon_{0,2}, \epsilon_{0,3})]_{\min}$, およびそのときのかみあい率因子 $\epsilon_{0,2}$ および $\epsilon_{0,3}$ を求めれば、減速機の効率の最高値を求められることがわかった。

なお、図6(a)から明らかなように最高値を示す黒丸の点は $\epsilon_{0,2} = \epsilon_{0,3}$ を示す直線にごく近い所に存在する。

3・3 最高効率 3・2節に述べた方法を適用して、減速機の最高効率を求める。歯数組合せは、表3に示すように遊星歯車歯数修正数が $j=0.5, 1.0, 1.5$ および 2.0 となる20種類を対象とする。表3の $j=1.0$ は、表

表3 歯数組合せ例と最高および最低効率($x_d=0$)

$j=1.0$								$j=2.0$							
U	z_g	z_b	z_c	z_d	$\eta_{\max}$	$\eta_{\min}$		U	z_g	z_b	z_c	z_d	$\eta_{\max}$	$\eta_{\min}$	
1/76	12	17	45	48	74.74	74.12	%	1/76	12	16	45	48	—	—	%
1/115	12	23	57	60	74.84	74.27		1/115	12	22	57	60	60.97	50.37	
1/189	12	32	75	78	74.34	74.07		1/189	12	31	75	78	67.19	53.00	
1/351	12	47	105	108	73.40	73.21		1/351	12	46	105	108	64.91	54.97	
1/612	12	65	141	144	72.53	72.38		1/612	12	64	141	144	63.08	55.34	
$j=0.5$								$j=1.5$							
U	z_g	z_b	z_c	z_d	$\eta_{\max}$	$\eta_{\min}$		U	z_g	z_b	z_c	z_d	$\eta_{\max}$	$\eta_{\min}$	
1/85	12	19	48	51	—	—	%	1/85	12	18	48	51	74.65	68.63	%
1/126	12	25	60	63	70.85	69.23		1/126	12	24	60	63	74.44	68.08	
1/203	12	34	78	81	70.38	68.77		1/203	12	33	78	81	73.41	68.37	
1/370	12	49	108	111	69.39	68.10		1/370	12	48	108	111	71.79	67.66	
1/588	12	64	138	141	68.25	67.25		1/588	12	63	138	141	70.88	67.34

図7 遊星歯数修正数 j とかみあい率因子 $\epsilon_{0,2}, \epsilon_{0,3}$ の制約領域の関係

1と同じである。 $j=2.0$ の例は $j=1.0$ の例より z_b が1枚少ない組合せ、 $j=0.5$ の例は $j=1.0$ の例より z_c と z_d が3枚多いか少ない組合せ、 $j=1.5$ の例は $j=0.5$ の例より z_b が1枚少ない組合せである。

まず、類似の減速比が得られる $u=1/351$ と $u=1/370$ について $j=0, 1.0, 2.0, 3.0$ および $j=0.5, 1.5, 2.5$ の場合について回転内歯車dの転位係数 x_d をパラメータとしてかみあい率因子 $\epsilon_{0,2}$ および $\epsilon_{0,3}$ の制約領域を求めた結果を図7に示す(ただし、 $j=0$ と $j>2.0$ の歯数組合せは表3に示してない)。 $j=0, 0.5, 1.0, 1.5$ および 2.0 に対する各制約領域は $\epsilon_{0,2} = \epsilon_{0,3}$ なる直線を軸とする放物線状に分布している。そして $j=1.0$ に対する制約領域が、3・2節で述べた最も効率が高くなる $\epsilon_{0,2} = \epsilon_{0,3}$ の直線近傍を含んで存在し、次いで $j=0.5$ および $j=1.5$ に対する制約領域がその外側に存在し、 $j=0$ および $j=2.0$ に対する制約領域はさらにその外側に存在する(ただし、 $j=0$ では $x_d=0$ のとき、 $j>2.0$ ではいずれも制約条件を満足できない。 $j=2.5$ と $j=3.0$ が成立する歯数組合せは、例えば $z_a=15, z_b=50, z_c=117, z_d=120$ と $z_a=30, z_b=66, z_c=165, z_d=168$ で、その制約領域は $j=2.0$ の外側に存在する)。このことから大まかには、 $j=1.0$ の歯数組合せの場合が最も効率が高く、続いて $j=1.5, j=0.5$ の順で、 $j=0$ と $j\geq 2.0$ の場合が最も効率が低いといえる。また $j=1.0$ の場合の最高値が得られる黒丸印の位置は、転位係数 x_d が0から0.5, 1.0と大きくなるにしたがって、かみあい率因子 $\epsilon_{0,2}$ と $\epsilon_{0,3}$ の値が両方とも小さくなる方向に動く。これは3・2節で述べた目的関数 $f(\epsilon_{0,2}, \epsilon_{0,3})$ を小さくすることになり、この中では $x_d=1.0$ のときに効率が最も高い値をとる。つまり転位係数 x_d を大きくすると減速機の効率 η が高くなることがわ

図8 回転内歯車dの転位係数 x_d とかみあい率因子 $\epsilon_{0,2}, \epsilon_{0,3}$ の制約領域の関係($u=1/351, j=1.0$)

図9 減速比 u とかみあい率因子 $\varepsilon_{0,2}$, $\varepsilon_{0,3}$ の制約領域の関係

図10 回転内歯車 d の転位係数 x_d と減速機の効率 η の最高値の変化 ($\mu=0.1$)

かる。

そこで回転内歯車 d の転位係数 x_d による最高効率の変化を $j=1.0$, $u=1/351$ の場合についてさらに詳しく調べた結果を図8に示す。 x_d を増加させると制約領域は目的関数 $f(\varepsilon_{0,2}, \varepsilon_{0,3})$ の値が小さくなる方向、つまり原点の方向に移動し $x_d=2.0$ で最も原点に近くなり(このときの最高値は78.52%)、これより x_d が大きくなると制約領域が $\varepsilon_{0,2}=\varepsilon_{0,3}$ の直線からはずれて逆に目的関数が大きくなり、最高値は低下する。したがって、最高値の中で一番大きい値、つまり上で得られた78.52%がこの歯数組合せにおける最高効率となる。

次に、転位係数 $x_d=0$ とし、減速比 u をパラメータとして求めたかみあい率因子の制約領域を図9に示す。この場合、図7と同様に遊星歯車歯数修正数 j による規則性がみられ、どの減速比でも $j=1.0$ の歯数組合せの場合が最も効率が高い値をとる。また等しい j では、低減速比のもののほど制約領域が原点に近づき、減速機の効率が高い値を取ることがわかる。

表4 減速機の最高効率 $\eta_{\max} (\mu=0.1)$

Reduction ratio u	Maximum efficiency $\eta_{\max}$
1/76	77.68 % ($x_d=0.60$)
1/115	78.31 ($x_d=0.94$)
1/189	78.56 ($x_d=1.38$)
1/351	78.55 ($x_d=2.05$)
1/612	78.38 ($x_d=2.78$)

図11 歯面摩擦係数 μ と最高効率 $\eta_{\max}$ の関係

以上の結果を基に、 $j=1.0$ の場合の各減速比の場合について、 $\mu=0.1$ として転位係数 x_d による減速機の効率 η の最高値の変化を求めた結果を図10に示す。この図10から、 x_d を増加させるといずれの減速比でも効率の最高値が増加するが、あるところで最大(図に黒丸印で示す)となりそれ以降は低下することがわかる。図10の最高効率をまとめて表4に示す。広い範囲の減速比に対して最高効率の差は1%以下(表1の例に比べておよそ1/3)と非常に小さい。

ここで歯面摩擦係数 μ の値として、一般的に用いられている0.1、研削歯車で良好な潤滑状態のときなどの非常に小さな値として0.01、およびホブ切歯車で潤滑状態がよくない場合などの大きな値として0.2を選び、減速比1/76~1/612について以上に述べた方法で減速機の最高効率 $\eta_{\max}$ を求めた。その結果を図11に示す。最高効率 $\eta_{\max}$ は減速比が変化してもほとんど変わらず、その差は一番大きい歯面摩擦係数 $\mu=0.2$ の場合でも1.3%以下であること、摩擦係数が $\mu=0.01$ から $\mu=0.2$ まで増加すると $\eta_{\max}$ は約97%から約63%まで30%以上低下すること、そして代表的な摩擦係数値 $\mu=0.1$ の場合 $\eta_{\max}$ は約78%であることがわかる。

4. 結 言

遊星歯車歯数修正数を定義して、3 K 形不思議遊星歯車機構減速機において可能な歯数組合せを系統的に扱い、かみあい率因子に着目した目的関数と制約領域から効率の最高値を探索して、現在の機構で取りうる

最高効率を理論的に求めた。得られた結果は以下のとおりである。

(1) 遊星歯車と二つの内歯車対の基準効率が減速機の効率に大きく影響し、遊星歯車と太陽歯車対の基準効率はほとんど影響しない。

(2) 遊星歯車と二つの内歯車対のかみあい率因子がほぼ等しいとき、具体的には遊星歯車歯数修正数が1.0の歯数組合せ、つまり基準ピッチ円間のすきまをモジュールと等しくする歯数組合せのとき、最高効率を得られる。

(3) 減速比一定のとき、回転内歯車の転位係数を増すと減速機の効率は上昇していき、あるところで最高効率となる。この最高効率は減速比によらずほぼ一定で、歯面摩擦係数が $\mu=0.1$ のとき約78%である。

文 献

- (1) 中田, 新版転位歯車, (1971), 177, 誠文堂新光社.
- (2) 中田, 中田孝論文集, (1984), 193, 中田孝博士論文刊行会.
- (3) 町田・ほか6名, 宇宙用大形マニピュレータのアクチュエータ試作研究, 精密工学会誌, 54-10(1988), 63.
- (4) 堀, 3 K型不思議遊星歯車機構によるロボット用減速機の開発, 精密工学会春季大会講演論文集, (1986), 139.
- (5) 仙波, 歯車, 10(1967), 3991, 日刊工業新聞社.
- (6) Yastrebov, V. M., ほか2名, 3 K Planetary Gear Drive with One Body Satellite, *Vestnik Machinostroeniya*, 45-12(1965), 7, (in Russian).
- (7) 両角, 不思議歯車を用いた遊星歯車装置の効率に関する研究, 信州大学工学部紀要, 46(1979), 1.
- (8) 両角, 遊星歯車と差動歯車の設計計算法, (1984), 124, 産経出版社.
- (9) 林, 動力伝達機構を解析するトルク流れ図法, 日経メカニカル, (1992), 86, 日本経済新聞社.
- (10) Hayashi, T., ほか3名, Torque Flow Graph Method, *Proc. of Inter. Conf. on Gearing, CHINA*, (1988), 965.