セル形見込生産下で受注品の生産の諸意思決定問題の統合化解析*

宋 相 載^{*1}, 崔 貞 姫^{*1}Integrating Analysis of Manufacturing Decisions for Ordered Products
under the Production for Stock in Cellular Manufacturing

Sangjae SONG and Junghee CHOI

This paper aims to design and analyze a flexible integrated manufacturing system which combines manufacturing decisions -production planning, process planning, machine loading and production scheduling and cellular layout under both the production to order and production for stock. The production planning deals with a decision problem which determines the optimal overtime and the production quantities of ordered products at each machine adopted in order to satisfy desired due dates subject to limited resources by considering cellular layout. In the process planning, the process routes by considering alternative machine routing and optimal machining speeds for ordered products are determined. The scheduling problem based on product's slack time for the dynamic cellular manufacturing with different start time deals with a decision problem which determines optimal release time of ordered products. The integrated problem for designing flexible integrated manufacturing systems is formulated as nonlinear mixed integer programming in order to minimize the sum of (1) overhead/machining cost to be needed as exceeding the minimum-cost machining speed, (2) material handling cost for intercell movement, (3) group setup cost, and (4) overtime production cost. This is achieved by introducing the marginal cost analysis relating overtime and machining speed on each machine for determining the optimal solutions of each manufacturing decision. An illustration was developed to demonstrate the solution procedure.

Key Words: Integrated Manufacturing System (IMS), Cellular Manufacturing, Make-to-order Production, Production Planning, Machine Loading, Process Planning, Production Scheduling, Facility Layout, Decomposition Algorithm

1. 緒 論

今日、製造業における多大の課題(貿易摩擦、円高不況、労働環境の整備、地球環境など)を克服して、低コストで高品質と高収益を確保していくためには、従来の基本戦略をひたすら生産能力の増大から、生産の合理化と環境変化への適合化に中身を変えていくことが得策である。その一策として、本研究では高リスクを伴う設備投資を極力避けながら、まず生産システムの構造的な面において、合目的性と自律性をもつ小規模のセル形生産形態⁽¹⁾を採択し、現有の製造システムの再構築を行う。そして、セル形の生産システムのもとで長期的な生産計画に基づく見込生産と短期的に日々発生する個別注文に応じるための受注生産とをともに考慮した意思決定問題の統合化を計ることで柔軟な生産システムへの設計を試みる。統合化による意思決定問題は、物の流れの根幹をなすセル構成と機械の配置状態を考慮して受注品の生産開始から完了までの一連の意思決定課題を最適に、しかも同時意思決定するものである。これにより、物と情報の両流れの同期化が

計れると同時に、市場の変化や顧客ニーズに柔軟にかつ経済的に対応することが可能になると考えられる。すでに、これらを満足する高度な生産システムとして、コンピュータ統括生産(Computer Integrated Manufacturing-CIM)が、多くの製造企業で指向されている。

CIMは、多様な顧客ニーズにタイムリィに応じるため、多種少量生産の自動化を可能にし、しかも設計・製造・販売までのトータルなリードタイムを短縮することを基本戦略とする。しかし、各業界で規約と標準化が進められている中、CIM実現のためには、財政的な面以外に、生産の諸意思決定問題間のフィードバック機能に基づく有機的な統合化によるシステム全体のグローバルな最適解へと収束させる統合化理論が要求される。

本研究では、CIM導入に先立って既存の製造設備を再調整し、いくつかの加工セルに分けて生産の効率化を計るセル生産方式と柔軟な計画・管理・統制主導形の管理情報の流れとの有機的な統合化による「フレキシブルな統合化生産(Flexible Integrated Manufacturing: FIM)」について数学モデルを構築し、理論解析を行うことをねらいとする。

* 原稿受付 平成5年7月7日。

*¹ 正員、広島工業大学工学部 (〒731-51 広島市佐伯区三宅2-1 1)。

2. フレキシブルな統合化生産

これまでの統合化生産モデルを解析する際、問題解決のプロセスにおいて入力情報の与え方によってモデルを分類すると次のようになる。

(1) フィードバックの情報の流れ

・モノリシックなアプローチ(monolithic approach) [例えば文献(2)]

・ハイブリッド・アプローチ(hybrid approach) [例えば文献(3)]

(2) 一方向の情報の流れ

・階層的なアプローチ(hierarchical approach) [例えば文献(4)]

(1)の意思決定プロセスは、上下レベル間の反復的な計算を繰返されることで全体的な最適解に収束していく方法である。一方、(2)の場合は上位レベルが下位レベルの制約条件を含む形で下位レベルの問題が考慮される一方向の情報の流れのみを有する意思決定方法である。ところが、生産の諸意思決定問題の統合化に基づきフレキシブルな統合化生産を構築しようとすれば、上下レベル間にフィードバック機能による有機的な統合化が望まれる。ここでは、以下の意思決定問題について互いにフィードバックの情報の流れを有する統合化生産システムについてモデル解析を行う。

(i)生産計画：見込生産と受注生産をともに考慮し、受注品を定められた納期までに必ず生産するために各工程での最適残業時間を決める。

(ii)負荷計画：生産指示済みの作業負荷量を考慮し、全受注品の作業量を生産費用が最小になるように各工程に配分する。

(iii)工程計画：受注品を規定の納期までに必ず生産するために各工程での経済的な切削条件を最適に決める。なお、受注品の加工機能を考え、複数の代替機械の中から特定の加工機械を経済的に決めることで受注品の工程を定める。

(iv)日程計画：複数の類似製品群に分類されている受注品とセル生産を対象とし、セル間を移動する受注

品に対してスケジューリングを行い、選定された各機械での加工開始時刻を最適に決める。

(v)セルレイアウト：いくつかのセル内の機械の配置状態とマテリアル・ハンドリング装置をともに考慮して上の四つの意思決定問題について同時意思決定する。

3. 統合化生産モデルの構築と定式化

柔軟な統合化生産システムを実現する最適化意思決定問題は、前報⁽⁵⁾の生産モデルを拡張して、複数の製品群を対象として生産モデルの定式化を行う。

3・1 前提条件 柔軟な統合化生産システムの定式化に際し、次の前提条件を置く。

(1) 予測外に発生する受注品は類似製品群 G_i ($i=1, 2, \dots, I$) に分類され、同一製品群内の受注品は同じ加工内容を有する。

(2) すべての機械はすでに加工セル r ($=1, 2, \dots, R$) に分けられて配置されている。

(3) 受注品群 i の加工内容 l_i ($=1, 2, \dots, L_i$) とその間の加工優先順位、加工内容 l_i の加工機能をもつ代替機械 k_{li} ($=1, 2, \dots, K_{li}$) などは既知である。

(4) 製品群 i 内の受注品が1個でも他のセルに委託生産を行う場合は、グループ段取り時間 S_i [min] がある。

(5) セル内での運搬時間は無視でき、セル間の移動に対しては準備時間 Y_i [min/pc] がある。

(6) セル内とセル間の運搬は1個流しである。

3・2 定式化 期間 t の初期に、予測外の受注品の注文を納期 d_i と受注量 q_i の納入条件で受けたとき、その受注品を決められた納期内に必ず生産するために最適な加工工程とその工程での加工条件、各受注品の生産開始時刻、並びに残業時間を最適に決定する統合化生産問題は、以下のように定式化することができる。

[元問題]

目的関数(割増総生産費用の最小化)：

$$\min \sum_{i=1}^I \sum_{l_i=1}^{L_i} \sum_{k_{li}=1}^{K_{li}} \left[f(v_{ik_{li}}) + \left\{ c_p \left(\frac{\eta}{\omega} d_{IE} + Y_i \right) + c_i S_i \right\} \xi_i \right] x_{ik_{li}} + g(v_{ik_{li}}) y_{ik_{li}} \dots \dots \dots (1)$$

制約条件

$$\sum_{i=1}^I \left\{ \tau(v_{<i>k_{li}<i>}) + \left(\frac{\eta}{\omega} d_{IE} + Y_{<i>} + S_{<i>} \right) \xi_{<i>} \right\} x_{<i>k_{li}<i>} \leq d_{<i>} - t_{k_{li}<i>}^e \dots \dots \dots (2)$$

$$\sum_{k_{li}=1}^{K_{li}} (x_{ik_{li}} + y_{ik_{li}}) = q_i \dots \dots \dots (3)$$

$$\min_{1 \leq k_{li} \leq K_{li}} T_{ik_{li}} \leq T_{ik_{li+1}} \quad (i \in G_r, k_{li} \in M_r, k_{li+1} \in M_r) \dots \dots \dots (4)$$

$$\min_{1 \leq k_{li} \leq K_{li}} \left[T_{ikli} + \left\{ \tau(v_{ikli}) + \left(\frac{\eta}{\omega} d_{IE} + Y_i + S_i \right) \xi_i \right\} x_{ikli} \right] \leq T_{ik(li+1)} \quad (5)$$

$(i \in G_r, k_{li} \in M_r, k_{(li+1)} \in \bar{M}_r)$

$$F_{ikli} = T_{ikli} + \left\{ \tau(v_{ikli}) + \left(\frac{\eta}{\omega} d_{IE} + Y_i + S_i \right) \xi_i \right\} x_{ikli} \leq d_i \quad (6)$$

$$v_{ikli}^c \leq v_{ikli} \leq v_{ikli}^{\max} \quad (7)$$

$$t_{kli}^e \leq t_{ikli} \leq d_i \quad (8)$$

$$\tau(v_{ikli}) y_{ikli} \leq O_r^{\max} \quad (i \in G_r, k_{li} \in M_r) \quad (9)$$

$$\left\{ \tau(v_{ikli}) + \left(\frac{\eta}{\omega} d_{IE} + Y_i + S_i \right) \xi_i \right\} y_{ikli} \leq O_r^{\max} \quad (i \in G_r, k_{li} \in \bar{M}_r) \quad (10)$$

$$x_{ikli} \geq 0, y_{ikli} \geq 0, \text{正整数}, \quad (11)$$

$$(i=1, 2, \dots, I, k_{li}=1, 2, \dots, K_{li}, l_i=1, 2, \dots,$$

$$L_i, r=1, 2, \dots, R)$$

ここで,

$f(v_{ikli})$: 受注品 i の機械 k_{li} で生産速度 v_{ikli} で生産を行うときの単位割増生産費用 [¥/pc]

$$= \begin{cases} \alpha_{ikli} v_{ikli}^{m_{ikli}} + \frac{\beta_{ikli}}{v_{ikli}}, & v_{ikli}^c < v_{ikli} \leq v_{ikli}^{\max} \\ 0, & v_{ikli} = v_{ikli}^c \end{cases}$$

$(k_{li}=1, 2, \dots, K_{li}, l_i=1, 2, \dots, L_i)$

.....(12)

$\alpha_{ikli}, \beta_{ikli}$: 切削様式によって変わる定数

自動工具交換機能をもつ機械の場合は次のように与えられる。

$$\alpha_{ikli} = \text{工具費用 } \lambda_{ikli} / C_{m_{ikli}+1}$$

$$\beta_{ikli} = (\text{加工費用} + \text{間接費用}) \lambda_{ikli}$$

λ_{ikli} : 切削様式によって変わる加工定数

$m_{ikli} = (1/n_{ikli}) - 1$: 工具寿命こう配定数

$g(v_{ikli})$: 単位当たりの残業費用 [¥/pc]

$$[=f(v_{ikli}) + b_l \tau(v_{ikli})] \quad (13)$$

b_l : 加工内容 l をもつ機種における単位時間当たり残業費 [¥/min]

x_{ikli} : 受注品 i の機械 k_{li} での生産量 [pcs]

ξ_i は 0-1 形変数で、次式で与えられる。

$$\xi_i = \begin{cases} 1, & \sum_{k_{li} \in M_r} x_{ikli} \geq 1, \quad (i \in G_r) \\ 0, & \sum_{k_{li} \in \bar{M}_r} x_{ikli} = 0, \quad (i \in G_r) \end{cases}$$

.....(14)

c_p : 単位時間当たりの運搬費用 [¥/min]

c_l : 単位時間当たりの直接労務費 [¥/min]

d_{IE} : セル間の運搬距離 [m]

$d_{<\zeta>}$: ζ 番めに短い納期をもつ製品

F_{ikli} : 受注品 i の最終工程 k_{li} での加工完了時刻

G_r : セル r 内で生産する類似製品群の集合

M_r : セル r 内に属する機械の集合

$\bar{M}_r$: セル r 内に属さない機械の集合

η : 運搬係数

$O_r^{\max}$: セル r での最大許容残業時間 [hours]

t_{kli}^e : すでに生産指示が出された機械 k_{li} での作業

負荷量 WL_{kli} に対し、最小費用生産速度 v_{kli}^c

で生産した場合の受注品の最早生産開始時刻

t_{kli}^e : すでに生産指示が出された機械 k_{li} での作業

負荷量 WL_{kli} に対し、最大生産速度 $v_{kli}^{\max}$ で

生産した場合の受注品の最早生産開始時刻

T_{ikli} : 受注品 i の機械 k_{li} での最早生産開始時刻

$\tau(v_{ikli})$: 受注品 i の機械 k_{li} で生産速度 v_{ikli} で生産を行うときの加工時間 [min]

ω : 運搬速度 [m/min]

y_{ikli} : 受注品 i の機械 k_{li} での残業生産量 [pcs]

受注品の発生によって伴う追加生産費用の総和からなる割増総生産費用は、生産速度を高めることによって増加する生産費用 $f(v_{ikli})$ と、機械余力と加工機能を求めて他のセルに移動することによる運搬費用、類似製品群の分割によるグループ段取り費用および残業費用からなる。制約式(2)は各受注品が各機械で利用可能な時間を、式(3)は各受注品の必要な生産量を表す。また式(4)は、受注品が対象とするセル内で必要とするすべての加工が終わる場合の加工優先順位と加工開始可能時刻に関する制約式であり、式(5)はセル間を移動する製品に対する加工優先順位と加工開始可能時刻に関する制約式である。なお、開始時刻と受注品の規定の納期を守るため、制約式(6)と(8)が必要であり、式(7)は機械の生産能力の上限を、式(9)と(10)は各セルにおける残業時間の上限をそれぞれ表す。

4. 統合化問題の理論解析と解法

4.1 基本方針

上の統合化問題を解くに当たって、解法の便宜上、各機械での最適な負荷量、残業量および生産条件を決める上位の問題と、その結果に基づいて受注品間の順序付けを行う下位問題の両問題に分けて解く。さらに順序付けの結果、機械での遊休時

間が生じれば、各製品・工程間の限界費用分析を行い、どの製品をいかほどの生産速度を減速させるかを最適に決める。

上位問題では、受注品間の順序付けに関する制約式(4)～(6)を排除して、各機械で生産される生産量と残業量を最適に決めることによって受注品の加工経路とその機械での作業負荷量を同時に決める。なお排除されたこれらの式は、下位の製品間の順序付け問題において考慮する。下位問題では割増総生産費用の最小化の下で、代替機械をもつ多段階工程からなるセル生産を対象に、複数の製品がそれぞれの受注生産量を有する順序付け問題を考慮する。これまで、セル生産形態において納期遅れを考慮した研究は見られず、Schultz⁽⁶⁾とStoeva⁽⁷⁾はフレキシブル製造システム(FMS)において納期遅れを考慮したヒューリスティック・アルゴリズムを提案した。また従来のジョブ・ショップ形生産で納期遅れを考慮した過去の研究は多くあるが(例えば Baker⁽⁸⁾)、本研究の狙いと関連する

ものとして、Holloway ら⁽⁹⁾は規定の納期を守りながら残業時間を最小化するヒューリスティック・アルゴリズムを提案した。なお、Elmaghraby ら⁽¹⁰⁾はプロジェクト・スケジューリング問題でプロジェクト遂行に伴う総生産費用の最小化の下で、もし求解の結果所与の納期が満たさなかった場合どのジョブをどれだけの時間短縮するかの最適アルゴリズムを提唱した。

4・2 解析 製品の各機械での生産条件を決める問題と各機械での作業量を最適に決める両問題は、多段階・単一製品の場合⁽⁵⁾と同様に、以下四つのケースに分けて定義されるいずれかの問題を解くことによって最適解を得ることができる。

ケース 1 最小費用速度 v_{ikli}^0 の下での生産余力で納期に間に合せることが可能な場合

ここでは、機械 k_{li} で生産される生産量 x_{ikli} だけを決定する次の整数計画問題を解けばよい。この問題は線形計画問題として解くことで近似最適解を得る方法が提案されている⁽¹¹⁾。

[問題 1]

$$\min \sum_{i=1}^I \sum_{l=1}^{L_i} \sum_{k_{li}=1}^{K_{li}} \left[\left\{ c_p \left(\frac{\eta}{\omega} d_{IE} + Y_i \right) + c_i S_i \right\} \xi_i \right] x_{ikli} \quad \dots\dots\dots (15)$$

制約条件

$$\sum_{i=1}^I \left\{ \tau(v_{<i>kl<i>}^c) + \left(\frac{\eta}{\omega} d_{IE} + Y_{<i>} + S_{<i>} \right) \xi_{<i>} \right\} x_{<i>kl<i>} \leq d_{<\tau>} - t_{kl<i>}^c \quad \dots\dots\dots (16)$$

$$\sum_{k_{li}=1}^{K_{li}} x_{ikli} = q_i \quad \dots\dots\dots (17)$$

$$x_{ikli} \geq 0, \text{ 正整数}, \quad (i=1, 2, \dots, I, k_{li}=1, 2, \dots, K_{li}, l_i=1, 2, \dots, L_i) \quad \dots\dots\dots (18)$$

ケース 2 単位当たり v_{ikli}^0 までの生産速度増加で納期に間に合せることが可能な場合

元問題は、 $df(v_{ikli})/dv_{ikli} = b_i$ であるような生産速度 v_{ikli}^a (もし機械 k_{li} で、 $v_{ikli}^a \geq v_{ikli}^{\max}$ ならば、 $v_{ikli}^a := v_{ikli}^{\max}$ と設定する)の下で各機械での最適な生産量 x_{ikli}^* を決める次の問題2(最適値を Z_2 とする)と最適な生産量 x_{ikli}^* の下で最適な加工条件 v_{ikli}^* を決める問題3(最適値を Z_3 とする)に分けて、両問題を $Z_2(v_{ikli}^*) = Z_3(x_{ikli}^*)$ になるまで繰返して解く。

[問題 2]

$$\min \sum_{i=1}^I \sum_{l=1}^{L_i} \sum_{k_{li}=1}^{K_{li}} \left[f(v_{ikli}^a) + \left\{ c_p \left(\frac{\eta}{\omega} d_{IE} + Y_i \right) + c_i S_i \right\} \xi_i \right] x_{ikli} \quad \dots\dots\dots (19)$$

制約条件

式(17), (18),

$$\sum_{i=1}^I \left\{ \tau(v_{<i>kl<i>}^a) + \left(\frac{\eta}{\omega} d_{IE} + Y_{<i>} + S_{<i>} \right) \xi_{<i>} \right\} x_{<i>kl<i>} \leq d_{<\tau>} - t_{kl<i>}^a \quad \dots\dots\dots (20)$$

$$(i=1, 2, \dots, I, k_{li}=1, 2, \dots, K_{li}, l_i=1, 2, \dots, L_i)$$

各機械で生産される生産量を決めるこの整数計画問題は、統合化生産モデルでの計算効率を考え、問題1と同様、LP解を整数解にする方法を用いて近似最適解を得ることができる。一方、生産条件を決める問題は、問題2から得た最適生産量 x_{ikli}^* を元問題に代入することによって定義される次の非線形問題に対し、Kuhn-Tuckerの最適性条件を適用することで各機械での最適な生産速度 v_{ikli}^* を決めることができる。

[問題 3]

$$\min \sum_{i=1}^I \sum_{l=1}^{L_i} \sum_{k_{li}=1}^{K_{li}} x_{ikli}^* \left(\alpha_{ikli} v_{ikli}^{m_{ikli}} + \frac{\beta_{ikli}}{v_{ikli}} \right) \quad \dots\dots\dots (21)$$

制約条件

$$\sum_{i=1}^{\xi} \{\tau(v_{<i>kl<i>})x_{ikli}^*\} \leq d'_{<\xi>} - t_{kl<i>}^a \dots\dots\dots (22)$$

$$v_{ikli}^a < v_{ikli} \leq v_{ikli}^{\max} \dots\dots\dots (23)$$

ただし,

$$d'_{<\xi>} = d_{<\xi>} - \left\{ \left(\frac{\eta}{\omega} d_{IE} + Y_{<i>} + S_{<i>} \right) \xi_{<i>} \right\} x_{<i>kl<i>}^*$$

上の非線形最適化問題を解くに当たって、次のラグランジュ関数を定義する。

$$L(v, \theta) = \sum_{i=1}^I \sum_{l=1}^{L_i} \sum_{k=1}^{K_{li}} \left\{ x_{ikli}^* \left(a_{ikli} v_{ikli}^{m_{ikli}-1} + \frac{\beta_{ikli}}{v_{ikli}} \right) + \theta_{ikli} \left(\sum_{i=1}^{\xi} \tau(v_{ikli}) x_{ikli}^* - (d'_{<\xi>} - t_{kl<i>}^a) \right) \right\} \dots\dots\dots (24)$$

ここに $\theta = (\theta_{ikli})$ はラグランジュ乗数である。これに Kuhn-Tucker の最適性条件を適用すれば、 $L(v, \theta)$ を最小にする最適切削速度 v_{ikli}^* に対して、次の条件を満足する $\theta_{ikli}^* \geq 0$ が存在する。

$$\frac{\partial L(v^*, \theta^*)}{\partial v_{ikli}} = x_{ikli}^* \left(m_{ikli} a_{ikli} v_{ikli}^{m_{ikli}-2} - \frac{\beta_{ikli}}{v_{ikli}^2} \right) + \theta_{ikli}^* \left(\sum_{i=1}^{\xi} \frac{\partial \tau(v_{ikli})}{\partial v_{ikli}} x_{ikli}^* \right) = 0 \dots\dots\dots (25)$$

$$\theta_{ikli}^* \frac{\partial L(v^*, \theta^*)}{\partial \theta_{ikli}} = \theta_{ikli}^* \left[\sum_{i=1}^{\xi} \tau(v_{ikli}^*) \right] - (d'_{<\xi>} - t_{kl<i>}^a) = 0 \dots\dots\dots (26)$$

上の二つの条件から、最適切削速度は次のように求められる。

① $\sum_{i=1}^{\xi} \tau(v_{ikli}^*) x_{ikli}^* < d'_{<\xi>} - t_{kl<i>}^a$ ならば、式(26)から $\theta_{ikli}^* = 0$ 。

したがって式(25)より

$$x_{ikli}^* \left(m_{ikli} a_{ikli} v_{ikli}^{m_{ikli}-2} - \frac{\beta_{ikli}}{v_{ikli}^2} \right) = 0$$

から最適切削速度 v_{ikli}^* が求められる。

② $\sum_{i=1}^{\xi} \tau(v_{ikli}^*) x_{ikli}^* = d'_{<\xi>} - t_{kl<i>}^a$ ならば、最適切削速度は

$$v_{ikli}^* = d'_{<\xi>} - t_{kl<i>}^a / \left[\sum_{i=1}^{\xi} \tau(v_{ikli}^*) \right]$$

となる。

ケース3 単位当たり v_{ikli}^a までの生産速度増加と $O_r^{\max}$ までの残業生産で納期に間に合せることが可能な場合

各機械での最適生産量 x_{ikli}^* と最適な残業時間の長さ $\tau(v_{ikli})y_{ikli}^*$ を求めるためには、生産速度 v_{ikli}^a を元問題に代入することによって定義される次の整数計画問題を解かなければならない。

[問題4]

$$\begin{aligned} \min \sum_{i=1}^I \sum_{l=1}^{L_i} \sum_{k=1}^{K_{li}} & \left[f(v_{ikli}^a) \right. \\ & + \left\{ c_p \left(\frac{\eta}{\omega} d_{IE} + Y_i \right) + c_i S_i \right\} \xi_i \right] x_{ikli}^* \\ & + g(v_{ikli}^a) y_{ikli}^* \dots\dots\dots (27) \end{aligned}$$

制約条件

式(3), (9), (10), (11), (20)

このとき最適生産速度は $v_{ikli}^* = v_{ikli}^a$ となる。

ケース4 単位当たり $O_r^{\max}$ までの残業と $v_{ikli}^{\max}$ までの生産速度増加で納期に間に合せることが可能な場合

ここでは各機械での最適生産量 x_{ikli}^* 、最適な残業時間の長さ $\tau(v_{ikli})y_{ikli}^*$ 、そして各工程での最適な生産速度 v_{ikli}^* を決めなければならない。まず最大の生産速度 $v_{ikli}^{\max}$ を各工程で設定し、ケース3での問題4を解く。もし $\tau(v_{ikli}^{\max})y_{ikli}^* = O_r^{\max}$ であれば、そのときの値が最適解となる。さもないと、問題3にケース4で得た最適生産量 x_{ikli}^* を代入した次の問題5の最適値 Z^* (x_{ikli}^*) が問題4での最適値 $Z^*(v_{ikli}^{\max})$ に等しくなるまで繰返して解くことによってそれぞれの最適解を得ることができる。

[問題5]

目的関数：式(21)

制約条件

$$\sum_{i=1}^{\xi} \{\tau(v_{<i>kl<i>})x_{ikli}^*\} \leq d'_{<\xi>} - t_{kl<i>}^a \dots\dots\dots (28)$$

$$v_{ikli}^a < v_{ikli} \leq v_{ikli}^{\max} \dots\dots\dots (29)$$

この非線形最適化問題は問題3と同様に解くことで最適な生産速度を得ることができる。

4.3 セル生産における受注品の順序付け 見込生産の計画に基づきすでに負荷されている作業量のため、各機械での生産開始時刻がさまざまな順序付け問題は、上位の元問題で決められた各製品の生産速度とその下での割当生産量に対し、加工優先順位と規定の納期を満足するように加工順序を決めなければならない。セル生産では、セル内で生産される製品とセル間を移動する製品両方について加工順序を決める必要がある。セル内で生産される製品については、セル内の物の流れが一個流しの連続的な生産形態になることから、各工程における加工開始時刻は、制約式(4)で示すように、最初加工工程と同様に即時加工開始できると考える。一方、セル間を移動する製品については、

制約条件(4)に運搬時間と段取時間を考慮した式(5)を満たすように順序付けを行う。セル生産で、加工優先順位と納期を満たすための製品間の順序付問題は、以下のように定式化できる。

目的関数(納期遅れ最小化)：

$$\min \sum_{i=1}^I (F_{ikLi} - d_i) \quad \dots\dots\dots (30)$$

制約条件

$$\min_{1 \leq k_{li} \leq K_{li}} T_{ikli} \leq T_{ik(l+1)} \quad (i \in G_r, k_{li} \in M_r, k_{(l+1)} \in \bar{M}_r) \quad \dots\dots\dots (4)$$

$$\min_{1 \leq k_{li} \leq K_{li}} \left[T_{ikli} + \left\{ \tau(v_{ikli}) + \left(\frac{\eta}{\omega} d_{IE} + Y_i + S_i \right) \xi_i \right\} x_{ikli} \right] \leq T_{ik(l+1)} \quad \dots\dots\dots (5)$$

$$(i \in G_r, k_{li} \in M_r, k_{(l+1)} \in \bar{M}_r)$$

$$F_{ikLi} = T_{ikLi} + \left\{ \tau(v_{ikLi}) + \left(\frac{\eta}{\omega} d_{IE} + Y_i + S_i \right) \xi_i \right\} x_{ikLi} \leq d_i \quad \dots\dots\dots (6)$$

$$(i=1, 2, \dots, I, k_{li}=1, 2, \dots, K_{li}, l_i=1, 2, \dots, L_i,)$$

一般的に代替機械をもつ多段階・多品目のジョブ・ショップ・スケジューリング問題に対し、現在の理論上最適解を得るためには多大な時間・費用を伴う。情報と物の両流れの有機的な結合による統合化生産システムを構築するためには、タイムリイに変化する市場状況に対して即時に生産の意思決定を行うことが肝要である。本研究では、生産の管理情報の流れを円滑に行うため、次式で示す製品の納期と処理時間を考慮したスラック・タイムに基づくヒューリスティック・アルゴリズムを用いる。

$$\min_{l \leq i \leq I} \left(d_i - T_{ikli} - \sum_{li \in K_{li}} WL_{kli} \right) \quad \dots\dots\dots (31)$$

ここで、 R_{li} は加工内容 l_i 以降の作業集合、 WL_{kli} は機械 k_{li} での作業負荷量を示す。

もし同じ製品群がある場合は、最小切削費用をもつものから、なお同じであれば納期が短いものから順にスケジュールを行う。

4.4 生産費用の最小化分析 作業負荷と生産条件のみを考慮して規定の納期を満足する上位問題に対し、スケジュールを行った結果、機械での遊休時間が生じた場合、さらに割増総生産費用の削減のために、その機械で生産速度を減速することが可能である。その際、いかなる製品をいかに生産速度を下げるかを決めなければならない。人見⁽¹²⁾は最大能率生産速度の下でジョブ間の順序付けを行い、もしその工程を構成する機械に遊休時間が生じた場合、生産速度を減少させることによって生産費用の最小化を試みた。

本研究では、セル生産を対象に、遊休時間をもつ機械において、どの製品の生産速度を減少させるかの製品選定法と、その製品に対していかにどの生産速度を減少すべきか、の二つの問題に分けて、それぞれ最適に決定する。

〈製品の選定法〉

遊休時間をもつ機械の集合を Ψ 、すでに生産指示が出された見込製品と $F_{ikli} < d_i$ である受注品の集合を Ω とし、また $k_{li} \in \Psi$ において、遊休時間から前に向かって i 番めの製品の生産開始時刻を $T_{<i>kl<i>}$ とし、以下二つのケースに従って、生産速度減少のための製品(選定集合と呼ぶ)を決める。

(i) $\min_{1 \leq k_{li} \leq K_{li}} T_{ikli} = T_{<1>kl<1>}$ である場合：
製品 $\langle 1 \rangle$ のみを選定集合の要素とし、次の遊休時間をもつ機械へいく。

(ii) $\min_{1 \leq k_{li} \leq K_{li}} T_{ikli} \neq T_{<1>kl<1>}$ である場合：
 $\min_{1 \leq k_{li} \leq K_{li}} T_{ikli} = T_{<j>kl<j>}$ である製品 j に対して $\langle 1 \rangle, \langle 2 \rangle, \dots, \langle j \rangle$ までの製品を選定集合の要素として次の遊休時間をもつ機械へいく。

このような作業を $\Psi = \emptyset$ になるまで繰返す。

〈生産速度の減少量の最適決定法〉

各機械での各製品は互いに異なる限界費用曲線を有するので、生産速度減少による費用の削減分を最も大きくするように、選定集合内の製品間の最適な時間配分問題を考えねばならない。ここで、制約式(7)から最小費用速度 v_{ikli}^c より高い領域では生産費用関数 $f(v_{ikli})$ は下に凸な単調増加関数であることから、生産速度の減少をはかる場合は、次の方策に従って生産速度を減少させることが得策である。

まず、機械 k_{li} における製品 i に対する限界費用を $\pi_i = df(v_{ikli})/dv_{ikli}$ 、 n 番めに大きい限界費用を有する製品を $\pi_{<n>}$ 、遊休時間の長さを l_{kli} とし次の二つのケースのいずれかに従う。

(i) $v_{ikli}^c \leq v_{ikli} \leq v_{ikli}^*$ において $\pi_i (i \in \Omega)$ の大小が一意的な場合：

$$l_{kli} \geq \sum_{i \in \Omega} \{ \tau(v_{<n>kl<n>}^c) - \tau(v_{<n>kl<n>}^*) \} \\ \times x_{ikli}, \quad \dots\dots\dots (32)$$

図1 統合化問題を解く最適アルゴリズム

$$l_{kli} \leq \sum_{i \in \Omega} \{ \tau(v_{<n+1>kl<n+1>}^c) - \tau(v_{<n+1>kl<n+1>}^*) \} x_{ikli}^* \dots\dots\dots (33)$$

である n 番めまでの製品に対して、生産速度を最小生産速度 v_{ikli}^* に減少させる。そして $n+1$ 番めの製品に対しては、

$$l_{kli} = \sum_{i \in \Omega} \{ \tau(v_{<n>kl<n>}^c) - \tau(v_{<n>kl<n>}^*) \} x_{ikli}^* + \{ \tau(v_{<n+1>kl<n+1>}^c) - \tau(v_{<n+1>kl<n+1>}^*) \} x_{ikli}^* \dots\dots\dots (34)$$

になるまで生産速度を $v_{<n+1>kl<n+1>}^c$ から $v_{<n+1>kl<n+1>}^*$ まで減少させる。

(ii) $v_{ikli}^c \leq v_{ikli} \leq v_{ikli}^*$ において $\pi_i (i \in \Omega)$ の大小が一意的でない場合:

$v_{<n>kl<n>} : = \pi_{<n>} = \pi_{<n+1>}$ と $v_{<n+1>kl<n+1>} : = \pi_{<n+1>} = \pi_{<n+2>}$ に対して、

$$l_{kli} \geq \sum_{i \in \Omega} \{ \tau(v_{<n>kl<n>}^c) - \tau(v_{<n>kl<n>}^*) \} \times x_{ikli}^* \dots\dots\dots (35)$$

$$l_{kli} \leq \sum_{i \in \Omega} \{ \tau(v_{<n+1>kl<n+1>}^c) - \tau(v_{<n+1>kl<n+1>}^*) \} x_{ikli}^* \dots\dots\dots (36)$$

である n 番めに大きい限界費用をもつ製品を定め、生産速度を $v_{<n>kl<n>}^c$ から $v_{<n>kl<n>}^*$ まで減少させる。そして $n+1$ 番めの製品に対しては、

$$l_{kli} = \sum_{i \in \Omega} \{ \tau(v_{<n>kl<n>}^c) - \tau(v_{<n>kl<n>}^*) \} x_{ikli}^* + \{ \tau(v_{<n+1>kl<n+1>}^c) - \tau(v_{<n+1>kl<n+1>}^*) \} x_{ikli}^* \dots\dots\dots (37)$$

$$\dots\dots\dots (37)$$

になるまで生産速度を $v_{<n+1>kl<n+1>}^c$ から $v_{<n+1>kl<n+1>}^*$ まで減少させる。

4.5 最適アルゴリズム 見込生産と受注生産とともに考慮し、機械のレイアウト、生産計画、負荷計画、工程計画、日程計画などの一連の生産管理問題を統合化することで物と情報の両流れの同期化をはかる柔軟な統合化生産システムに関する詳細な意思決定プロセスは図1に示す。

5. 数値計算例

4章で展開した理論と最適化アルゴリズムを表1の受注品の生産情報と12台の機械からなる図2のセル生産を用いて、柔軟な統合化生産システムの理論解析を行う。なお各受注品に対する材料、工具、生産速度、費用パラメータ、そしてすでに生産指示が出された製品などに関する生産情報は表2に与える。その他の受注品に関する生産情報は以下にまとめる。

許容残業時間 $O^{\max}$ は 8 [hours] (=480 [min])、運搬装置の走行速度 ω は 30 [m/min]、運搬係数 η は 1、グループ段取り時間 $S_i (i=1, 2, 3, 4)$ は 5 [min]、直接労務費 c_l は 10 [¥/min]、セル間の運搬に要する時間は 5 [min] (= $Y_i + d_{IE}/30$)、運搬費用 c_p は 30 [¥/

min], 各機種における残業費用(b_i)は L が 15 [¥/min], M が 13 [¥/min], D が 20 [¥/min], B と H が 25 [¥/min] とそれぞれ設定する。

四つの受注品と見込製品に対して, 統合化問題を解く最適アルゴリズムを適用した結果, 得られた各機械における最適な生産情報は表 3 に示す。

表 1 数値計算例で用いる受注品の生産情報

Ordered products (i)	Cell (r)	Quantity (q_i) [pcs]	Due date (d_i) [hours]	Required machine types (l_i) and precedence
1	1	100	40	$L \rightarrow M \rightarrow D \rightarrow B$
2	1	200	24	$L \rightarrow M \rightarrow H$
3	2	60	32	$M \rightarrow D \rightarrow L \rightarrow B$
4	2	250	40	$M \rightarrow L \rightarrow D$

図 2 見込生産品の物の流れとセルレイアウト

6. 結 論

(1) 複数の代替機械と類似製品群をもつ多段階生産システムを対象に, セルレイアウト問題と生産計画, 負荷計画, 工程計画, 日程計画という諸生産の意志決定問題を統合化し, 物と情報の両流れを一体化するフレキシブルな統合化生産の構築を試み, それに基づき理論解析を行った。

表 2 受注品と見込製品に対する最小費用生産速度と加工・費用パラメータ

Ordered products (i)	Machining and cost parameters	Machine											
		L				M				D			
		L_1	L_2	L_3	L_4	M_1	M_2	M_3	M_4	D_1	D_2	D_3	B H
$i = 1$	A_{li}	1150	900	1200	1000	900	1250	1100	1050	950	800	1400	—
	m_{li}	3.0	3.2	2.3	2.5	3.5	3.0	2.8	2.5	2.6	2.8	3.4	—
	C_{li}	400	250	450	350	350	270	400	250	290	350	270	—
	Machining cost [¥/min]	50	70	55	30	40	50	65	40	45	55	80	—
	Tool cost [¥/edge]	400	700	900	450	300	700	450	300	600	500	800	—
	Overhead [¥/min]	10	25	15	10	15	20	25	15	20	25	30	—
$i = 2$	A_{li}	180	117.8	192.7	134.9	181.7	115.4	199.7	114.5	120	145.2	130.2	—
	m_{li}	3.2	2.6	3.0	3.0	3.2	2.6	2.5	—	—	—	—	1520
	C_{li}	400	370	420	400	350	450	420	—	—	—	—	500
	Machining cost [¥/min]	60	55	60	30	40	50	65	—	—	—	—	80
	Tool cost [¥/edge]	300	450	500	400	480	620	550	—	—	—	—	700
	Overhead [¥/min]	15	20	25	30	20	20	25	—	—	—	—	35
$i = 3$	A_{li}	218	175	205	169.1	175.6	185.3	192.7	—	—	—	—	241.9
	m_{li}	3.2	3.0	3.0	3.0	3.2	2.6	2.5	—	—	—	—	—
	C_{li}	400	370	420	400	350	450	420	—	—	—	—	—
	Machining cost [¥/min]	60	55	60	30	40	50	65	—	—	—	—	—
	Tool cost [¥/edge]	300	450	500	400	480	620	550	—	—	—	—	—
	Overhead [¥/min]	15	20	25	30	20	20	25	—	—	—	—	—
$i = 4$	A_{li}	212.7	163.2	238.9	119	159	197.5	121.3	137.3	200.3	145.6	175.6	—
	m_{li}	3.2	3.0	3.0	3.0	3.2	2.6	2.5	—	—	—	—	—
	C_{li}	400	370	420	400	350	450	420	—	—	—	—	—
	Machining cost [¥/min]	60	55	60	30	40	50	65	—	—	—	—	—
	Tool cost [¥/edge]	300	450	500	400	480	620	550	—	—	—	—	—
	Overhead [¥/min]	15	20	25	30	20	20	25	—	—	—	—	—
Planned products	v_{li} [m/min]	1661	1766	1651	2339	634	1260	1080	2234	1524	2256	1557	2186
	v_{li} [m/min]	154.2	131.7	152.6	112	125.2	180.8	178	153.1	176	118.7	143	136.3

表 3 最適アルゴリズムにより得られた受注品と見込製品に対する最適生産情報

Machine		L_1	L_2	L_3	L_4	M_1	M_2	M_3	D_1	D_2	D_3	B	H
Optimal machining speed for planned products v_{li}^* [m/min]		276	280*	152.6	220.1	182.2	335*	352*	311.2	246	202.7	254.3	290
$i = 1$	Releasing time T_{li} [min]	—	1440	—	—	1534	580 / 1320	540	—	1090	—	1749	—
	Optimal machining speed v_{li}^* [m/min]	—	117.8	—	—	339	168.6 / 185	251.6	—	309.4	—	206	—
	Optimal production quantities x_{li}^* [pcs]	—	100	—	—	66	17	17	—	100	—	100	—
	Optimal overtime O_i^* [min]	—	—	—	—	480	12	—	—	—	—	183	—
$i = 2$	Releasing time T_{li} [min]	940	840	—	—	840	840	840	—	—	—	—	1020
	Optimal machining speed v_{li}^* [m/min]	400*	233.3	—	—	320*	350*	320*	—	—	—	—	480*
	Optimal production quantities x_{li}^* [pcs]	125	75	—	—	37	31	100	—	—	—	—	140
	Optimal overtime O_i^* [min]	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
$i = 3$	Releasing time T_{li} [min]	—	—	—	1140	580 / 1432	—	—	1140	—	—	1140	—
	Optimal machining speed v_{li}^* [m/min]	—	—	—	200.7	268.8	—	—	314	—	—	371.7	—
	Optimal production quantities x_{li}^* [pcs]	—	—	—	60	60	—	—	60	—	—	41	—
	Optimal overtime O_i^* [min]	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	285	—
$i = 4$	Releasing time T_{li} [min]	1440	—	—	1500	—	1450	1420	1920	—	1440	—	—
	Optimal machining speed v_{li}^* [m/min]	222.8	—	—	255.8	—	310.6	174.3	172.3	—	290.5	—	—
	Optimal production quantities x_{li}^* [pcs]	64	—	—	186	—	190	60	28	—	222	—	—
	Optimal overtime O_i^* [min]	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—

(Note) * stands for maximum machining speed.

(2) 見込生産と受注生産をともに考慮し、名製品の加工経路とその機械での最適な負荷量、生産速度、残業時間、加工開始時刻を同時に決定する非線形混合整数計画問題に対して理論解析を行い、変数分離に基づく効率よい計算アルゴリズムを提案した。

(3) 予測外の新たな受注品に対し、既存のセルレイアウトを考慮して規定の納期を必ず守るために、生産速度の変更に伴う費用、残業による追加生産費用、生産余力を求めて他のセルに移動することによって生じる費用からなる割増総生産費用の最小化を行った。

(4) セル生産において、セル内で生産する製品とセル間を移動する両製品について納期遅れを最小化する順序付け問題を提案した。

(5) 製品の順序付けを行った結果、遊休時間が生じた場合、さらに割増総生産費用を最小化するため、生産速度を減少すべき製品とその製品の最適な生産速度減少量を同時に決める方法を提案した。

(6) 数値計算例により解法の有効性を示した。

最後に、本論文の投稿に当たり、京郡大学工学部精密工学科人見勝人先生より貴重なご指摘とご助言を賜った。心から厚く御礼申し上げる。

文 献

- (1) Song, S. and Hitomi, K., GT cell formation for minim-

izing the intercell parts flow, *Int. J. of Prod. Res.*, **30**-12 (1992), 2737-2753.

- (2) Manne, A. S., Programming of economic lot sizes, *Management Science*, **4**(1958), 115-135.
- (3) Graves, S. C., Using Lagrangean techniques to solve hierarchical production planning problems, *Management Science*, **28**(1982), 260-275.
- (4) Hax, A. C. and Meal, H. C., Hierarchical integration of production planning and scheduling, *Studies in Management Sciences Vol. 1 Logistics*, (1975), 53-69, North-Holland.
- (5) 宋・崔, 柔軟なセル生産のための最適加工経路と加工条件の決定, *機論*, **58**-549, C(1992), 1526-1533.
- (6) Schultz, C. R., An expediting heuristic for the shortest processing time dispatching rule *Int. J. Prod. Res.*, **27**-1(1989), 31-41.
- (7) Stoeva, S. P., A due date-based dispatching rule for flexible manufacturing systems, *Int. J. Prod. Res.*, **28**-11(1990), 1991-1999.
- (8) Baker, K. R., Sequencing rules and due-date assignments in a job shop, *Management Science*, **30**-9(1984), 1093-1104.
- (9) Holloway, C. A. and Nelson, R. T., Job shop scheduling with due dates and overtime capability, *Management Science*, **21**-1(1974), 68-78.
- (10) Elmaghraby, S. E. and Pulat, P. S., *Optimal project compression with due-dated events*, **26**-2(1979), 331-348, *NRL Quarterly*.
- (11) 宋・人見, 類似製品群の分割による機械負荷計画, *機論*, **56**-530, C(1990), 2813-2818.
- (12) 人見, 生産モデルの解析(多製品・多段階生産システムの最適スケジューリングと最適生産速度の解析), *機論*, **43**-367(1977), 1142-1147.