防振ゴムを用いた動吸振器の特性*

尾崎 晃一^{*1}, 橋本 和浩^{*2}, 神保 泰雄^{*1}

Characteristics of Dynamic Absorber Using Rubber Vibration Isolator

Kouichi OZAKI, Kazuhiro HASHIMOTO and Yasuo JIMBO

Elastic suspension systems are widely used for vibration reduction purpose. When disturbance vibrations contain undesirable frequencies, resonances may occur and the movements of the suspensions become harmful. In order to avoid the large resonances, dynamic absorbers are used. Then the systems assume two degrees of freedom. In this paper, characteristics of these systems are treated. The spring elements for both the main suspension systems and the dynamic absorbers are assumed to be rubbers which have complex spring constants. When the main suspension systems have no damping, the fixed point theory can be used and the optimum tuning condition and loss factor are obtained. When the main systems have dampings, optimum values are derived by introducing correction factors. Vibration transmissibilities are measured experimentally. The results show good agreement with calculated ones. It is concluded that the complex spring models can be applied for calculating vibration transmissibilities of dynamic absorbers using rubber vibration isolators.

Key Words: Vibration Isolation, Damping Material, Vibration Control Device, Dynamic Absorber, Rubber Vibration Isolator, Complex Stiffness, Loss Factor

1. 緒 言

振動絶縁, 振動吸収材料として広く用いられている防振ゴムは防振, 除振, 制振そして免震装置の一部として広範囲に利用されている。しかし, 防振ゴムと質量で構築された1自由度振動系では共振周波数域で振動伝達率がかなり大きくなる。この振動伝達率を低減するために, 小さな質量と防振ゴムで構築された動吸振器を主振動系に設置した2自由度振動系の振動解析と実験を試みた。2自由度振動系のばねについては複素ばねを適用し, 定点理論の解析手法⁽¹⁾⁽²⁾により最適同調条件, 最適損失係数などを導出する⁽³⁾⁽⁴⁾。

積載質量と防振ゴムで作られた振動系に動吸振器を設置した装置を試作し振動伝達率測定実験を実施し, 解析結果と比較検討を行う⁽⁵⁾。

2. 定点理論による解析

2・1 振動伝達率 図1は動吸振器が設置された2自由度振動系の等価モデルでばね要素には防振ゴム

を用いている。通常の外乱振動は主振動系(以後, 主系と呼ぶ)の防振ゴムで防ぎ主系の共振近傍に近い特殊な外乱が来たときに動吸振器で共振振幅をおさえようとするものである。主系, 動吸振器系の防振ゴムのばね定数を次式に示すように複素数でモデル化する。

$$k^* = k' + jk'' \quad \dots\dots\dots (1)$$

$$= k'(1 + j\varepsilon) \quad \dots\dots\dots (2)$$

式(1)の左辺の k^* は複素ばね定数と呼ばれ, 右辺の第1項は動的ばね定数, 第2項は動的損失定数である。式(2)の $\varepsilon = k''/k'$ は損失係数(ロスファクタ)であり, 防振ゴムの減衰の程度を示す大事な係数である。 j は虚数単位である。複素ばね定数 k^* , k_2^* はともに周波数および振幅依存性のないものとする。ゴムのばね

図1 動吸振器が付加された振動系の等価モデル

* 原稿受付 平成6年3月25日。

^{*1} 正員, 東海大学工学部 (〒259-12 平塚市北金目1117)。^{*2} 学生員, 東海大学大学院 [現: 月島機械(株) (〒104 東京都中央区佃2-17-15)]。

定数は温度に依存することが知られているがここでは温度の影響は考慮しないことにする。主系の基礎を強制変位振動 V で加振したときの積載質量 M の変位振動を U 、動吸振器の質量 m の変位振動を u とおけば、運動方程式は次式となる。

$$M\ddot{U} = k_1^*(V - U) - k_2^*(U - u) \quad \dots\dots\dots (3)$$

$$m\ddot{u} = k_2^*(U - u) \quad \dots\dots\dots (4)$$

上式において、個々の振動変位を次式のようにおき、

$$V = V_0 e^{j\omega t}, U = U_0^* e^{j\omega t}, u = u_0^* e^{j\omega t}$$

主系の振動伝達率を求めると次式が得られる。

$$T = \left| \frac{U_0^*}{V_0} \right| = \sqrt{\frac{R_u^2 + I_u^2}{R_d^2 + I_d^2}} \quad \dots\dots\dots (5)$$

ここで

$$\left. \begin{aligned} R_u &= 1 - \varepsilon_1 \varepsilon_2 - (\mu/\alpha)(\omega/\omega_n)^2 \\ I_u &= \varepsilon_1 + \varepsilon_2 - \varepsilon_1(\mu/\alpha)(\omega/\omega_n)^2 \\ R_d &= 1 - \varepsilon_1 \varepsilon_2 - (1 + \mu + \mu/\alpha)(\omega/\omega_n)^2 \\ &\quad + (\mu/\alpha)(\omega/\omega_n)^4 \\ I_d &= \varepsilon_1 + \varepsilon_2 - \{\varepsilon_1(\mu/\alpha) + \varepsilon_2(1 + \mu)\} \\ &\quad \times (\omega/\omega_n)^2 \end{aligned} \right\} \quad \dots\dots\dots (6)$$

$$\mu = m/M, \alpha = k_2^*/k_1^*, \omega_n = \sqrt{k_1^*/M} \quad \dots\dots\dots (7)$$

である。

2.2 主系に損失がない場合 図2は主系の損失係数 ε_1 を零、 μ と α を0.1とおき ε_2 の値を0, 0.2および0.4と変化させたときの振動伝達率線図である。主系の損失係数が零であるならば定点P, Qが存在する。そこで、式(5), (6)にばね-減衰器系の動吸振器で用いられているP, Q定点理論⁽¹⁾⁽²⁾を適用することにより最適同調条件、最適損失係数等を導出できる。はじめに $\varepsilon_2=0$ と $\varepsilon_2=\infty$ の二つの振動伝達率曲線の交点は損失係数 ε_2 の値に無関係に定まることから定点P, Qを求め、次にこの定点P, Qの高さを等しくする条件、すなわち最適同調条件が導かれる。そして最適同調条件を用いて定点P, Qの高さを極大にする条件は振動伝達率 T の両辺を二乗して ω^2 で偏微分したものを零とおけば ε_2 に関する四次代数方程式

図2 主系に損失係数をもたない振動伝達率線図

が導かれ、これを解くと最適損失係数が算出できる。これらの計算については省略し結果のみを書くことと次式のようにする。ここで、著者らは最適同調条件は従来用いている角振動数比のパラメータよりも、むしろばね定数比 α に注目した。それは後者のパラメータのほうが防振ゴムを用いた動吸振器の最適設計ならびに制振効果を論じるには好都合であるからである。

[最適同調条件]

$$\alpha_{\text{opt}} = \frac{\mu}{(1 + \mu)^2} \quad \dots\dots\dots (8)$$

$$\frac{\omega_P}{\omega_n}, \frac{\omega_Q}{\omega_n} = \sqrt{\frac{1}{1 + \mu} \left(1 \mp \sqrt{\frac{\mu}{2 + \mu}} \right)} \quad \dots\dots\dots (9)$$

$$T_P = T_Q = \sqrt{\frac{2 + \mu}{\mu}} \quad \dots\dots\dots (10)$$

ここで、 ω_P , ω_Q は点P, Qでの角振動数であり、また T_P , T_Q は点P, Qでの振動伝達率である。

[最適損失係数]

$$\varepsilon_{2P}, \varepsilon_{2Q} = \sqrt{\frac{\mu}{2 + \mu} \left[3 + 2\mu \mp 2\sqrt{\mu(2 + \mu)} \right]} \quad \dots\dots\dots (11)$$

動吸振器の定点理論では上式の複号のどちらの値をとっても現実的な調整においては大差を生じないのでここでは両者の相加平均が最適損失係数を与えると定義する。したがって、

$$\varepsilon_{2\text{opt}} = (\varepsilon_{2P} + \varepsilon_{2Q})/2$$

$$= \sqrt{\frac{\mu}{2(2 + \mu)} (3 + 2\mu + \sqrt{9 + 4\mu})} \quad \dots\dots\dots (12)$$

$$\doteq \sqrt{\frac{\mu}{2 + \mu} (3 + 2\mu)} \quad \dots\dots\dots (13)$$

となる。すなわち防振ゴムを用いた動吸振器の最適同調条件、最適損失係数等はばね-減衰器系の動吸振器と同様に質量比の関数で表すことができる。図3はこれらを μ についてグラフ化したもので、質量比 μ が増加すると α_{opt} と $\varepsilon_{2\text{opt}}$ はともに増えている。また、図3中に示す $\varepsilon_{2\text{opt,ap}}$ は式(13)より計算したものである。図4は主系の損失係数が零の場合で質量比 μ が0.1, 0.2および0.3のときの最適調整された振動伝達率線図である。図4中において、横軸 $\omega/\omega_n=1$ の左右にある振動伝達率の両極大値を比較すると、右側極大値のほうが左側のそれよりわずかに大きい。これは式(12)による ε_2 の選定の近似性によるものである。

2.3 主系に損失がある場合 主系に防振ゴムを使う場合防振ゴムには必ず損失があるからこれを考慮にいれなければならない。 $\varepsilon_1=0.1$ の場合、式(5)により振動伝達率線図を描いたのが図5である。図5中の大きな○印の箇所は主系の損失係数が零でないために定点P, Qが存在していないことを示している。図6

図 3 最適同調条件, 最適損失係数と質量比の関係

図 6 $\epsilon_1=0.1$ のときの振動伝達率線図

図 4 最適調整された振動伝達率線図

図 7 補正係数を用い最適調整された振動伝達率線図

図 5 定点 P, Q が存在しない振動伝達率線図

は主系の防振ゴムの損失係数を $\epsilon_1=0.1$ と仮定し, 式 (8), (12) を適用した場合の振動伝達率線図である。損失係数が零でない影響のために, 両極大値の差はやや大きくなっている。主系に減衰(損失係数)が存在するとき, 振動伝達率の両極大値を等しくするような α と ϵ_2 とを解析的に導くことは不可能である。そこで, この解決策として数値シミュレーションを試みた結果, 減衰がない場合の最適同調条件式(8)に適当な数値を乗ずると両極大値が等しくなることを見いだした。したがって主系に減衰がある防振ゴムを用いた動吸振器の最適同調条件は次式のような補正をすることで動吸振器の実用的な設計が可能である。

$$\alpha_{Ropt} = \frac{\mu}{(1+\mu)^2} \cdot R \quad (14)$$

ここで, R は両極大値を等しくする補正係数である。図 7 は式(12), (14)を用いた主系に損失係数がある場合の振動伝達率線図を示している。この例では $\mu=0.1, 0.2, 0.3$ の場合 $R=0.984, 0.984, 0.988$ で 1 よりわずかに小さい値になっている。図 7 は防振ゴムを用いた動吸振器として十分な最適調整がされていることを示す。

3. バネ-減衰器の動吸振器との比較

主系および動吸振器にばねと減衰器を用いる場合は 2 章の損失係数 ϵ_1 と ϵ_2 のところに $c_1\omega/k_1$, $c_2\omega/k_2$ を入れればよい。したがって最適減衰比 ζ_{2opt} は次のようになる。

$$\epsilon_{2P}, \epsilon_{2Q} = 2\zeta_{2P}, 2\zeta_{2Q} \left(\frac{\omega_{P,Q}}{\omega_d} \right) \quad (15)$$

$$\frac{\omega_{P,Q}}{\omega_d} = \sqrt{(1+\mu) \left(1 \mp \sqrt{\frac{\mu}{2+\mu}} \right)} \quad (16)$$

$$\omega_d = \sqrt{k_2/m} \quad (17)$$

$$\zeta_{2opt} = \frac{1}{4} \left[\epsilon_{2P} \left(\frac{\omega_d}{\omega_P} \right) + \epsilon_{2Q} \left(\frac{\omega_d}{\omega_Q} \right) \right] \quad (18)$$

$$\epsilon_{2opt} = \zeta_{2P} \left(\frac{\omega_P}{\omega_d} \right) + \zeta_{2Q} \left(\frac{\omega_Q}{\omega_d} \right) \quad (19)$$

図 8 補正係数を用い最適調整された振動伝達率線図

$$\frac{\zeta_{2opt}}{\varepsilon_{2opt}} = \sqrt{\frac{3(2+\mu) + \sqrt{2(2+\mu)(9+4\mu)}}{8(1+\mu)[3+2\mu + \sqrt{9+4\mu}]}} \quad \dots\dots\dots (20)$$

そして主系に減衰がある動吸振器の最適同調条件は次式のように補正すれば実用に適した最適設計が可能で

$$\alpha_{sopt} = \frac{\mu}{(1+\mu)^2} \cdot S \quad \dots\dots\dots (21)$$

ある。図 8 は $\zeta_1=0.1$ と仮定し、補正係数 S を用いたときの最適調整された振動伝達率線図である。この例では $S=0.908, 0.886, 0.868$ の値である。

4. 防振ゴムを用いた動吸振器の最適設計

調整可能な減衰器をもつ動吸振器の設計にあたってはまず質量比 μ を決め、次に定点理論を用いてばねや減衰の定数を定めるという手法がとられることが多い。防振ゴムを用いる場合、ばね定数は寸法を調整することにより希望の値をとらせることができるが損失係数 ε はゴムの種類によって決まる固有な値であるため計算で希望の損失係数を求めてもこれを満たす適当なゴムが得られるとは限らない。この場合まず用いるゴムを決め、そのゴムの損失係数をカタログや技術資料、あるいは実測で求めてから μ とばね定数比 α の最適値を求めるほうが实际的である。

最適な質量比 μ を選ぶため式(5)を用いていくつかの損失係数 $\varepsilon_1, \varepsilon_2$ に対して振動伝達率と質量比との関係を三次元表示で表したものが図 9, 10 である。 μ がある値より大きいと共振の山が二つできる。左右の山の高さは等しくなっていないがこれは α_{opt} として式(8)の値を用いたためであり式(14)のように補正すれば等しくすることは可能である。この図 9, 10 の例では $\omega/\omega_n=1$ の左側の極大値は μ が増せば漸次低くなっていき、右側のそれは質量比が小さい範囲で極小値と極大値(図 9, 10 中では表していない)をもち、それ以後は漸次低くなっていき、質量比が大きいほど制

図 9 三次元表示した振動伝達率線図

図 10 三次元表示した振動伝達率線図

図 11 T_{max} と μ との関係

振効果大きい。この計算結果を用いて高いほうの山の高さ T_{max} と μ との関係を示したのが図 11 である。図 11 から動吸振器には損失係数の大きなゴムを用いるのがよいことがわかる。そして各 ε_2 ごとに最適の μ が存在することがわかる。実用上防振ゴムの損失係数 ε_2 は 0.5 以下と考えられるので動吸振器の最適な質

図 12 最適質量比を用いた振動伝達率線図

図 13 補正係数により山の高さを一致させた振動伝達率線図

量比 μ は 0.3 を超えることはないであろう。図 12 は $\varepsilon_1=0, \varepsilon_2=0.3$ の場合の計算例である。図 11 から最良の μ は 0.12 となるから式 (8) の α を用いて振動伝達率を求めたのが図 12 である。図 11 で見られるように最大振動伝達率 $T_{\max}$ の値は極小点付近で極めてゆるやかに変化しているから μ の値を半分にした場合も図 12 に記入してある。 $T_{\max}$ の値は $\mu=0.12$ の場合のほうが確かに低くはなっているが $\mu=0.06$ の場合と比べて著しい改善はなっていない。動吸振器はなるべく小さいものが望ましいという実用上の観点からすれば $\mu=0.06$ から 0.07 を採用するのが实际的であろう。図 12 は $\mu=0.12$ の曲線は左右の山の高さが等しくないが、これは α として式 (8) を用いたためである。式 (14) の形にして適当な R を選べば図 13 のようになる。

調節可能な減衰器を用いる場合は最適同調条件と最適損失係数を用いることにより、 μ は大きければ大きいほど $T_{\max}$ は小さくなる。しかし防振ゴムの場合には損失係数が与えられているため μ を大きくして大きな動吸振器を採用することによる性能向上と損失係数が最適値から離れることによる性能劣化とが重なってある μ の値で性能は最良になる。この μ の値は最適損

図 14 実験装置の略図

失係数に対応する μ の値よりいくらか大きい値である。図 12 の数値例では $\mu=0.06$ に対する最適損失係数が $\varepsilon_2=0.3$ になっているので最良の μ はこの約 2 倍である。

5. 振動伝達率測定実験

図 14 に示すように動電形加振機上の基礎鋼板に数個の防振ゴム (R. V. I.) を並列に設置しその上に主系の質量 M をのせる。そしてこれに二次系の質量 m をもつ動吸振器が取り付けられている。振動伝達率を測定するために振動変位測定用の加速度ピックアップを 2 個用いた。主系の積載質量 M はリニアボールベアリングと専用シャフトを使用しているために横振れが少なく、また摩擦が少ないので軸方向のみ振動する安定した正弦波形が得られるよう工夫した構造である。動吸振器内の防振ゴムに積載した質量 m についても同様な構造になっており安定した振動波形が得られている。動吸振器に用いた防振ゴムは損失係数の大きな ME-12-IIR 20 (ゴム材質: プチルゴム) を使用した。

実験方法は動電形加振機を変位複振幅 0.2 mm, 10~50 Hz の周波数範囲で加振し、上下の振動ピックアップからの出力波形をデジタルオシロスコープ画面で観測し、上下の振動波形の振幅比より振動伝達率値を算出した。

6. 実験結果

主系と動吸振器には同じ防振ゴム ME-12-IIR 20 を用いた。主系の全質量 $M=10.8$ kg, 動吸振器の質量 $m=1.09$ kg であるため、ばね定数比が α_{opt} に近い値をとるよう動吸振器には防振ゴム 1 個、主系には 12 個並列に設置した。用いた防振ゴム (直径 12 mm, 厚さ 12 mm) のばね定数 k_1, k_2 と損失係数 $\varepsilon_1, \varepsilon_2$ とを次の方法により算出する。式 (5), (6) において $\mu=0$ とお

図 15 共振曲線より k_1' と ε_1 の算出 図 16 共振曲線より k_2' と ε_2 の算出

図 17 計算と実験を比較した動吸振系の制振効果

けば主系のみの振動伝達率が求められ、単純な複素ばねモデルの防振系を表している。そこで、最大振動伝達率 $T_{\max}$ と固有角振動数 ω_n が実験より求められるならば次式から防振ゴムの動的ばね定数と損失係数が計算できる。

$$k_1' = M \cdot \omega_n^2 \quad \dots\dots\dots (22)$$

$$\varepsilon_1 = 1 / \sqrt{T_{\max}^2 - 1} \quad \dots\dots\dots (23)$$

図 15 は防振ゴムを基礎鋼板に 12 個並列に設置した主系の防振系の共振曲線より k_1' と ε_1 を求めたグラフである。ゴム材質がブチルゴムであるので損失係数 $\varepsilon_1 = 0.37$ とかなり大きな値が得られている。動吸振器に用いた同防振ゴム 1 個のときの k_2' と ε_2 の値を図 16 に

表 1 動吸振器を取付けたときの制振効果

μ α		Mass ratio m/M				
		0.07	0.08	0.09	0.10	0.12
k_2' k_1'	0.05		0.76	0.71	0.65 0.75	
	0.06		0.58	0.65		
	0.07				0.53 0.50	0.51 0.46
	0.08	0.51 0.46	0.47 0.40	0.47 0.45

図 18 計算と実験を比較した動吸振器の制振効果

示す。 ε_2 の値が主系とわずかに異なるがこの値を採用する。図 14 に示す防振系の振動伝達率を求めたものが図 17 である。図 17 はほぼ最適値をもった動吸振器になっているので、動吸振器がないときのおよそ 40% くらい制振されている。図 17 中の曲線は計算曲線で実験値とかなりよく一致している。図 18 は 4 個の防振ゴム ME-12 (ゴム材質：天然ゴム) を基礎鋼板に設置した主系に前述の動吸振器を取付けた振動伝達率線図である。この防振ゴムは ME-12-IIR 20 と形状がまったく同じで材質のみが異なるものであり、 $k_1' = 206 \text{ kN/m}$ の値は実験より算出されたものである。この防振系も最適値とほぼ等しいためにおよそ 50% 程度の制振がなされていることがわかる。このグラフでも、実験値と計算曲線の傾向はよい一致を示している。

表 1 は主系の積載質量 $M = 10.8 \text{ kg}$ を一定状態にし質量比 μ とばね定数比 α とを変化させて実験を行った結果の制振効果を百分率で表したものである。表 1 中の数字の上段は防振ゴム ME-12 を示し、下段は KA-12 の防振ゴムである。動吸振器内の防振ゴムは ME-12-IIR 20 を使用している。 μ と α に最適値がありこの状態で動吸振器を設置することにより、最大振動伝達率のおよそ 60% 程度を吸収できることがわかった。

7. 結 言

防振ゴムと積載質量とよりなる1自由度防振系の共振周波数近傍の振動伝達率を下げるために、防振ゴムを用いた動吸振器を設置した2自由度振動系の振動解析と振動伝達率測定実験を実施し制振効果について検討した。その結果以下のことが明らかになった。

(1) 主系に減衰がない場合、定点理論を適用して最適同調条件、最適損失係数を導くことができる。これらは質量比のみで定まる。

(2) 主系に減衰がある場合の制振効果領域内の動吸振器の最適調整には無減衰時の最適同調条件に補正係数を乗じたものと最適損失係数(最適減衰比)を用いればよい。

(3) 防振ゴムを用いた動吸振器の解析結果で導出した最適調整に必要な最適同調条件および最適損失係

数はばね-減衰器系のそれらと等価である。

(4) 防振ゴムを複素ばねモデルで近似した計算曲線は実験値と比較の結果よい一致を示した。

以上のことから、本解析手法で防振ゴムを用いた動吸振器の実用的な最適制振設計を行うことができる。

最後に、最適な動吸振器を設計するために防振ゴム(ME-12-IIR 20)をご提供いただいた昭和電線電纜株式会社に感謝申し上げます。

文 献

- (1) Den Hartog, J. P., *Mechanical Vibrations*, 4th ed., (1956), 87, McGraw-Hill.
- (2) 日本機械学会, 機械システムのダイナミクス入門, (1990), 238-244.
- (3) 尾崎・橋本・神保, 機構論, No. 930-63 (1993-10), 503.
- (4) 尾崎・橋本・神保, 機構論, No. 930-63 (1993-10), 508.
- (5) 尾崎・橋本・神保, 機構論, No. 940-64 (1994-3), 599.