遺伝的アルゴリズムによる平面多節機構の総合*

立 矢 宏^{*1}, 辻 村 好 哉^{*2}A Synthesis of Planar Multilink Mechanisms
Based on Genetic Algorithms

Hiroshi TACHIYA and Yoshiya TSUJIMURA

This paper presents a method of synthesizing planar multilink mechanisms which can generate desired planar paths. In previous studies, various optimization methods were applied to synthesize those path-generation planar mechanisms. The techniques used were often very cumbersome and computationally costly to apply. Furthermore, most of the former methods devised ad hoc techniques for each individual design or application. These problems are mainly due to the highly nonlinear nature of synthesizing mechanisms and the existence of many local solutions. Genetic algorithms have recently been noted as a good method of solving nonlinear problems. This method can search for plural approximate answers simultaneously and widely. Furthermore, the method does not require differentiating objective functions. Namely, this method can be applied to various problems. From the above point of view, a new method for synthesizing planar multilink mechanisms is presented based on genetic algorithms. The present method does not require initial mechanisms and can search for plural appropriate mechanisms simultaneously. The programs can be easily made because the method does not involve complicated calculations. Furthermore, it can derive appropriate mechanisms and be applied to various synthesizing problems. This paper particularly denotes a closed curve adapting synthesis such that the objective values are given as a closed loop curve. As an example, configurations of 4-bar and 6-bar planar mechanisms are decided in a practical application.

Key Words: Link Mechanisms, Syntheses, Genetic Algorithms, Path Generation, Curve Adapting

1. 緒 言

平面多節機構は、単純な構造で複雑な曲線および関数を創成できることから、自動機械、ロボットなどの機構としてよく用いられる⁽¹⁾。そのため、種々の機構総合法が従来から考察されている^{(2)~(4)}。

平面多節機構の総合には、中間節端が所要の軌跡を描くように機構定数を定める経路創成機構の総合、機構の入出力角関係が所要の条件を満たすように機構定数を決定する関数創成機構の総合等があるが、関数創成機構の総合に比べ、経路創成機構の総合は容易でない⁽⁵⁾。経路創成平面多節機構の最も代表的な総合法としては、機構の中間節端が通過すべき点、すなわち厳正点を複数与え機構定数を決定する方法があげられる⁽³⁾。指定する厳正点の数が増加すれば機構の精度が向上するが、解くべき連立高次方程式の次数も著しく増加し単純には解が得られない⁽²⁾。また、厳正点間の精度は保証されないため、機構の創成曲線を連続的な曲線に一致させることは難しい。しかし、搬送機⁽⁶⁾または歩行ロボット⁽⁷⁾など平面多節機構の創成曲線軌

跡を利用する例は多く、任意の連続的な曲線が指定可能な経路創成機構総合法の開発が望まれる。

本論文では所要の連続的な曲線に創成曲線が一致するように平面多節機構の総合を行うことを曲線適合による機構総合と呼ぶ。このような総合法としては、非線形最小二乗法⁽⁸⁾等の最適化手法を用い^{(5)(9)~(11)}、所要の軌跡と創成曲線の形状誤差が最小となるように機構定数を決定する方法が数多く研究されている。最近では、ニューラルネットワーク⁽¹²⁾、効果的な曲線照合法⁽¹³⁾を用いた総合法も提案されている。しかし、これらの多くは、計算量が膨大である、初期機構の選択を慎重に行う必要があるなどの欠点を有する⁽²⁾⁽⁹⁾。そこで、処理が容易であることから一様乱数を利用し、所要の条件を満たす機構を探索する方法も提案されたが⁽¹¹⁾⁽¹⁴⁾、適切な解を必ずしも得られないことからあまり用いられていない⁽²⁾。

以上のように経路創成機構の総合に最適化手法等が容易に適用できない原因として、機構定数と機構の創成曲線形状が強い非線形関係であること、解が多峰性を有することなどがあげられる。

最近、このような問題の解を効率的に探索する方法として遺伝的アルゴリズム(GA)が注目されている⁽¹⁵⁾⁽¹⁶⁾。遺伝的アルゴリズムは生物の進化過程を計算

* 原稿受付 平成6年3月18日。

^{*1} 正員、金沢大学工学部 (〒920 金沢市小立野 2-40-20)。^{*2} 金沢大学大学院。

表 1 平面 4 節機構の表現例

Design parameter	l_0	l_1	l_2	l_3	l_4	α	β	X_A	Y_A
Value	200.0 mm	250.0 mm	250.0 mm	100.0 mm	320.0 mm	30.0°	15.0°	15.0 mm	22.0 mm
Phenotype	2000	2500	2500	1000	3200	3000	1500	0150	0220
Genotype	001··00	010··00	010··00	000··00	011··00	010··00	001··00	000··10	000··00
Chromosome-type	001··00 010··00 010··00 000··00 011··00 010··00 001··00 000··10 000··00								

機上で模倣した最適化手法の一種であり、非線形性の強い問題や、解が多峰性を有する問題に十分適用できる⁽¹⁵⁾⁽¹⁶⁾。すなわち、平面多節機構の総合法として有力な方法である。

そこで本論文では、曲線適合による平面多節機構の総合に遺伝的アルゴリズムを用い、初期値を必要とせず、簡便な計算で所要の機構を得ることが可能な汎用性の高い総合方法を考案するとともに、実際に機構総合を行いその有用性を示す。本報では特に閉曲線全体を理想曲線とし曲線適合を行う総合法について述べる。

2. 総 合 方 法

2.1 平面多節機構の表現形と遺伝形 平面 4 節機構および平面 6 節機構を図 1 (a) および (b) に示す。図 1 において節 AD および AB をそれぞれ原動節および静止節とする。平面 6 節機構は、数種類の形式に大別されるが⁽¹⁷⁾、ここでは原動節と従動節の角変位関係が 4 節機構と同様であり、運動解析が比較的容易な図 1 (b) に示す機構⁽¹⁸⁾ を取上げる。

遺伝的アルゴリズムを用いるには、図 1 に示す節長、節の成す角等、機構総合時の設計変数をまず遺伝子形等で表現する必要がある。本論文での遺伝子形等の表現方法を、平面 4 節機構の場合について表 1 に示す。節長、節の成す角等の設計変数を 4 けたの整数で表した値を表現形、これらを 13 けたの 2 進数で表示したものを遺伝子形 G_i とする。一つの平面多節機構は 1 組の遺伝子形 $G_0 \sim G_n$ (n は設計変数の個数) で定義される。本論文ではこのような 1 組の遺伝子形を個体と呼ぶ。また、一つの個体を形成する複数の遺伝子形を表 1 に示すように連結した表現を染色体形と呼ぶことにする。

2.2 処理手順 機構総合の概要を図 2 に示す。本総合法に用いる遺伝的アルゴリズムは原則として最も基本的な単純 GA に基づく⁽¹⁹⁾、単純 GA ではまず初期値を乱数により発生し、とうた・増殖、交差、突然変

(a) 平面 4 節機構

(b) 平面 6 節機構

図 1 平面多節機構

異等の 1 組の処理を繰返し行い解を収束させる。通常、これら 1 組の処理を一つの世代、計算を繰返すことを世代交代、繰返し計算数を世代数と表現する。遺伝的アルゴリズムの具体的な手法についてはすでに多くの文献で説明されている⁽¹⁶⁾ ことから、ここでは機構総合に GA を応用した場合の処理方法を中心に各ステップを説明する。

図 2 に示す各ステップの操作は以下のとおりである。

ステップ 1 (開始)：計算条件として、発生する機構

図 2 総合フローチャート

の総数(人口数), とうた・増殖率, 交差率, 突然変異率, 最大世代数等, ステップ2~8の処理方法を決定するパラメータを設定し総合を開始する。

ステップ2(発生): ステップ1で設定した人口数の初期個体集団を乱数を用い発生する。

ステップ3(適応度の計算): 発生された全個体すなわち機構について, あらかじめ設定された計算方法により適応度を計算する。

ステップ4(とうた・増殖): 全個体を適応度順に並べ, 適応度が低いある一定数の個体を, 同数の適応度が高い上位の個体で置き換える。置き換えを行う個体数の全個体数に対する比率をとうた・増殖率と呼ぶ。

ステップ5(交差): 前ステップまでの操作を施された全個体から, 個体2個を1組とするペアを複数選択し, それぞれのペアにおいて交差を行う。なお, 交差を行う個体数の人口数に対する比率を交差率と呼ぶ。

本総合法では2種類の交差処理方法を用いる。選択されたペアの半数は, 単純GAと同様に個体を形成する各遺伝子形の1箇所を乱数により選択し交差を施す。また, 残りのペアにはブレンド交差を施す。ブレンド交差は, 個体の遺伝子形が連続値を表す場合によく用い, 両親の値の中間値を子孫の遺伝子形とする⁽²⁰⁾。本総合法では, ペアに選ばれた個体間の対応する各機構定数の平均値を2進数化し, 新たな遺伝子形とする。なお, 全人口数を一定にするため1組のペアによるブ

レンド交差からは二つの同じ個体を発生させる。

ステップ6(突然変異): 本総合法では突然変異を各世代において必ずしも実行せず, ある特定の世代を乱数によって選択し, 選ばれた世代でのみ行う。ただし, 全個体の染色体が等しい世代が2世代続いた場合は, 他の解を探索する可能性を与えるため, 次世代において強制的に突然変異を実行する。以下, 突然変異を行う世代数の最大世代数に対する比率を突然変異操作率, 突然変異操作を行う世代で, 突然変異の対象となる個体数の全個体数に対する比率を突然変異率, また, 強制的に行う突然変異を特に強制突然変異と呼ぶ。突然変異の対象として選ばれた個体では, 個体を形成する染色体形の任意位置の値を零から1へ, または, 1から零へ変更する。

このような突然変異の操作により, 交差だけでは生じない遺伝子をもつ個体が発生し解の探索空間を拡大することができる。しかし, 同時に適応度の高い個体の遺伝子形を破壊する可能性も高い⁽²¹⁾。本総合法では, 設計変数が突然変異により大きく変化することを抑制するために, 遺伝子形上3けたに比べ下10けたを突然変異位置として選ぶ可能性を2倍にしている。この方法では, 設計変数の下のけたをより頻繁に変化させることになるので, GAの短所である局所的な最適解の探索⁽²²⁾の効率を向上しうる。

ステップ7(適応度の計算): 以上の操作を施された全個体に対しステップ3と同様に適応度の計算を行う。遺伝的アルゴリズムでは適応度の計算方法が解の収束状況に大きな影響を与える。本論文で用いた適応度の計算方法については以下の節で詳述する。

ステップ8(適応度の評価): ステップ7の結果から全個体の適応度の平均値, 最良な個体の適応度を評価する。以上の値がある条件を満足するか, または, 世代交代数が最大世代数に達すれば総合を終了する。そうでない場合は, ステップ4(とうた・増殖)に戻り総合を続ける。

2.3 適応度の計算方法 図2に示したフローチャートのステップ3および7における適応度の計算方法について述べる。まず, 理想曲線を N 個の離散点として与える。理想曲線の全長および平面内での傾きは任意である。適当な直交座標系を設定し, 理想曲線全長が単位長さ1となるように無次元化を行うとともに図心位置を求める。次に, 図心位置を原点とする無次元化極座標系を設定し, 同座標系において理想曲線を成す点の座標 (r_i^*, θ_i^*) を求める。

創成曲線に関しては, 発生された機構の原動節角を 0° から 360° まで 2° ごとに变化させ, 図1の座標系に

において曲線を成す点の座標を求め理想曲線と同様に曲線全長が単位長さとなるように無次元化を行う。無次元化された座標系において創成曲線の図心位置を求め、図心位置を原点とする無次元化極座標系 $o-r\theta$ を設定し創成曲線を成す点の座標 (r_i^c, θ_i^c) を求める、

さらに、創成曲線を成す点の周方向座標 $\theta_i^c (i=1 \sim 180)$ に対応する理想曲線の半径方向座標 $r_i^l (i=1 \sim 180)$ を同様に $o-r\theta$ 座標系において求める。なお、 r_i^l は先に求めた理想曲線の座標値 (r_i^l, θ_i^l) より線形近似を行い求める。得られた理想曲線および創成曲線の半径方向座標 r_i^l および r_i^c から、次式のように曲線間の偏差を表す残差二乗和 F^r を求め、適応度として用いる、

$$F^r = \sum_{i=1}^n (r_i^l - r_i^c)^2 \dots\dots\dots (1)$$

なお、本論文で対象とする理想曲線は、結節点が存在せず、図心が閉曲線内に存在することとする。また、曲

線形状は滑らかな円形に近い曲線であることが望まれる。

本論文では曲線間の偏差を求める上述のような操作を曲線照合と呼ぶ。

3. 機構 総 合 例

3・1 平面 4 節機構の総合 図 2 に示すフローチャートおよび 2 章で述べた適応度の計算法を用いた平面 4 節機構の総合例を示す。設計変数は図 1 (a) に示す 4 節機構の節長 $l_i (i=1 \sim 4)$ 、中間節の成す角 α および静止節が水平軸と成す角 β とする。なお、静止節長さ l_0 は表現形による表示で常に 2 000、点 A の座標は (0, 0) とする。これらを表 1 で示した方法で表現し 3 章で述べた操作を施す。なお、本総合法で取扱う平面 4 節機構はすべて回転-揺動機構であるとし、各節長は次式の条件を満たすこととする⁽²³⁾。

$$\left. \begin{array}{l} l_0 + l_2 > l_1 + l_3 \\ l_0 > l_2 \\ l_3 < l_1 \\ l_0 - l_2 < l_1 - l_3 \end{array} \right\} \dots\dots\dots (2)$$

なお、いずれの節の長さも零より大きいとする。さらに、創成曲線の全長が機構の節長に対し極端に短くなることを防ぐために、静止節に対する原動節の長さの割合 l_3/l_0 を 0.1 以上とする。総合を行う際に以上の条件を満たさない機構は取除き、ステップ 1 で設定した人口数を常に満たすように代わりの機構を発生させる。

図 3 および 4 中にそれぞれ実線で示した渡辺らによ

図 3 理想曲線 1 と創成曲線

図 4 理想曲線 2 と創成曲線

表 2 L 字経路曲線機構の機構定数

l_0	l_1	l_2	l_3	l_4	α	β
1.0	2.3	2.5	2.0	1.6	33.8°	0.0°

図 5 理想曲線(曲線 1)⁽¹³⁾

表 3 機構総合時における各操作のパラメータ

Population	Reproduction rate	Cross-over rate	Mutating operation rate	Mutation rate
500	0.05	0.3	0.2	0.2 (0.5)

る曲線⁽¹³⁾ および曲線の一部に直交する二つの近似直線を含む創成曲線を理想曲線とし総合を行う。以下、前者の曲線を曲線1、後者を曲線2と呼ぶ。渡辺らによる曲線1は、図5に示すように中心角が $2\pi/3$ で半径が $1/3, 1, 1/3$ の円弧および長さが $2/\sqrt{3}$ の線分を同順序で接続して得られる曲線である⁽¹³⁾。また、図4の創成曲線を描く平面4節機構の機構定数は表2に示すとおりである。

人口数、とうた・増殖率、交差率、突然変異操作率、突然変異率は表3に示す値を用い、前述した全個体の染色体が等しくなった場合に行う強制突然変異率は0.5とした。なお、本総合例では、解の収束状況を調べるために適応度の値に基づく停止条件は設けず最大世代数のみを停止条件とした。最大世代数までの繰返し計算後、適応度最良値が 20×10^{-3} 以下ならば、解が収束したとみなし、さらに、曲線間の偏差の最大値を曲線全長で割った値が3%以下となれば、ほぼ所要の曲線を描く機構が総合されたと判定した。

得られたそれぞれの機構の例を図6および図7に示すとともに、同機構による創成曲線を図3および4中に破線で示す。図6、7に示すように曲線1および2を

理想曲線としたいずれの場合もほぼ所要の曲線が得られている。図6および7に示す機構の機構定数および創成曲線の適応度を表4(a)および表5(a)に示す。なお、機構定数は静止節長 l_0 を単位長さ、適応度は曲線全長を単位長さ1とした値である。曲線1および曲線2を理想曲線とした場合の、全個体の平均適応度および各世代における適応度の最良値の変化を図8および図9にそれぞれ示す。いずれの場合もほぼ50世代付近で収束している。なお、適応度が収束した後も平均適応度が急激に変動する世代が見られる。これはステッ

表4 収束結果の例(曲線1)

	l_0	l_1	l_2	l_3	l_4	α	β	$F^* \times 10^{-3}$
(a)	1.00	1.01	1.27	0.42	0.76	84°	295°	2.73
(b)	1.00	3.44	3.84	0.36	0.81	106°	289°	2.74
(c)	1.00	1.00	1.22	0.47	0.71	79°	294°	4.52

表5 収束結果の例(曲線2)

	l_0	l_1	l_2	l_3	l_4	α	β	$F^* \times 10^{-3}$
(a)	1.00	1.59	2.05	0.36	1.86	304°	67°	2.16
(b)	1.00	3.26	2.72	0.32	1.34	291°	356°	2.90
(c)	1.00	0.63	1.04	0.39	1.86	344°	16°	10.8

図6 4節機構総合結果(曲線1)

図7 4節機構総合結果(曲線2)

図8 4節機構総合収束状況(曲線1)

図9 4節機構総合収束状況(曲線2)

プ8において最大世代数のみを停止条件としたため、適応度の収束によりステップ6の強制突然変異が実行されたためである。

以上の計算はヒューレットパッカード社製 HP-Apollo 9000 シリーズ 700 モデル 715/33 を用い、150 世代目までの計算時間はおおよそ 30 分であった。機構に要求される曲線の適応度が図 3, 4 に示す程度であれば計算時間は約 10 分程度となる。

さらに同様な計算をそれぞれ 5 回行ったところ、上述の判定条件を満たす機構が、理想曲線が曲線 1 の場合は全回、曲線 2 の場合は 4 回得ることができた。得られた機構定数および適応度の例を表 4 および 5 に示す。表 4 における (a), (c) と (b), また、表 5 に示すそれぞれの機構は明らかに異なる。同結果より本総合法によれば、従来の最適化手法を用いた総合法と異なり、初期値を考慮せずに複数の機構を得ることも可能である。得られた複数の機構より、力学的特性の優れた機構を選択すれば、自動機械、ロボット等の性能を容易に向上しうる。

その他、曲線 1 および 2 以外に 2・3 節で述べた条件を考慮した理想曲線を用いた機構総合を行ったところ、

収束状況は曲線形状により変化するが、先の判定条件を満たす機構をほぼ得ることができ、本総合法が実用可能であることが確認された。

3・2 平面 6 節機構の総合 平面 6 節機構は、機構を構成する対偶数が 4 節機構に比べわずかに増加するだけで、より複雑な運動を創成可能であり実用価値は高い⁽¹⁸⁾。しかし、設計変数が増加することから所要の運動を創成する機構の総合は 4 節機構に比べ、さらに困難である⁽²⁴⁾。本論文では上述の手法を用いた平面 6 節機構の総合例を示し、本手法の有用性を示す。設計変数は図 1 (b) における節長 $l_1 \sim l_6$ 、中間節の成す角 α, γ, ϵ および静止節と水平軸の成す角 β である。なお、4 節機構の場合と同様に、静止節長さ l_0 を表現形表示で 2000、点 A の座標を (0, 0) とする。以上の設計変数を遺伝子形で表現し、図 2 のフローチャートおよび 2・3 節で示した適応度の計算法を用い総合を行う。なお、対偶点 A, B, C および D から構成される閉ループ機構の各節長は式 (2) の条件を満たし⁽¹⁷⁾、いずれの節長も零より大きく、 $l_3/l_0 \geq 0.1$ とする。さらに、発生した個体が運動解析の結果、回転-揺動機構でない場合は、3・1 節と同様に取除き代わりの機構を発生させる。

図 10 曲線 1 (理想曲線と創成曲線)

図 11 曲線 2 (理想曲線と創成曲線)

図 12 平面 6 節機構の総合結果 (曲線 1)

図 13 平面 6 節機構の総合結果 (曲線 2)

表 6 平面 6 節機構の総合結果

	l_0	l_1	l_2	l_3	l_4	l_5	l_6	l_7	α	β	γ	ϵ	$F^* \times 10^{-3}$
Curve1	1.00	1.83	1.95	0.46	1.73	1.46	2.33	2.52	86.7°	257.6°	53.4°	266.7°	1.20
Curve2	1.00	2.16	1.91	0.41	1.38	1.90	1.85	1.70	260.2°	32.4°	246.5°	291.2°	11.1

図 14 収束状況(曲線 1)

図 15 収束状況(曲線 2)

平面 4 節機構の場合と同様に、図 3 および 4 に実線で示した曲線 1 および曲線 2 を理想曲線として機構総合を行う。各処理のパラメータは表 3 の値を用い、解の収束状況を調べるため最大世代数のみを停止条件とした。得られた機構の創成曲線を理想曲線とともに図 10 および 11 に示す。図のようにほぼ所要の曲線が得られている。総合された機構の形状および解の収束状況を、理想曲線が曲線 1 である場合を図 12 および 14 に、曲線 2 の場合を図 13 および 15 に示した。なお、総合された機構形状は比較的複雑なので簡略化し示した。これらの機構の機構定数および適応度を表 6 に示す。なお、機構定数は静止節長を単位長さ、適応度は曲線全長を単位長さとし示した。

図 14 および 15 に示すように、適応度の最良値はほぼ 60 回程度の世代交代で収束している。また、突然変位操作による世代交代時の平均適応度の変動は 4 節機構の場合に比べ激しいことがわかる。同様な計算を 5 回行ったところ 150 回の世代交代で先の判定条件を満たす解が得られたのは、理想曲線 1 を用いた場合に 3 回、理想曲線 2 の場合に 2 回であった。このように本手法による 6 節機構の総合は 4 節機構の総合に比べ良好でない。遺伝的アルゴリズムを用いた解の探索ではパラメータの増加に伴い解の探索範囲が急激に増加する。したがって、節数の増加に伴い機構の探索が困難になることが予想される。

以上の 6 節機構の総合には富士通 FACOM 760/20 を用い、150 世代までの計算時間は約 120 分であった。先に述べたように個体集団全体の適応度の収束状

況は必ずしも良好でなく、1 回の探索において解が得られる確率も 4 節機構の総合に比べ低いが、実用上は問題がない程度である。また、計算時間が平面 4 節機構の場合と比べ長いのは、主として平面 6 節機構の運動解析が複雑であることによる。より効率的な運動解析手法を用いれば計算時間を容易に短縮できる。

以上の結果より、本総合法は、平面 6 節機構の総合にも適用可能であることが確認された。

4. 結 言

本論文では、経路創成平面多節機構の総合に遺伝的アルゴリズムを用い、連続的な閉曲線を所要の曲線として指定可能な機構総合法を考案し、その有用性を示した。本論文で得られた結果を以下に要約する。

- (1) 遺伝的アルゴリズムを用いた経路創成機構の総合法および曲線偏差に基づく適応度計算方法を考案した。
- (2) 本論文で考案した機構総合法により経路創成平面 4 節機構の総合を行った結果、ほぼ所要の曲線を描く機構が短時間で得られ本総合法の実用性が確認された。
- (3) 経路創成平面 6 節機構の総合を本総合法を用いたところ 4 節機構と同様に所要の機構が得られた。

文 献

- (1) 例えば、特集：最新のリンク機構とその応用設計，機械設計，34-16(1990)，25。

- (2) 舟橋, 機械の研究, **31**-12(1979), 5.
- (3) 舟橋, 機械設計, **25**-14(1981), 32.
- (4) 渡辺, 機論, **40**-337, 第3部(1974), 2683.
- (5) Nechi, A. J., *Trans. ASMEJ. Eng. Ind.*, **93**(1971), 113.
- (6) 杉本・松本, 機論, **44**-384(1978), 2871.
- (7) Ryan, A. D. and Hunt, K. H., *Trans. ASMEJ. Mec. Trans. Auto. in Des.*, 107(1985), 256.
- (8) Angeles, J., Alivizatos, A. and Akhras, R., *Mech. Mac. Theory*, **23**-5(1988), 343.
- (9) Kramer, S. N. and Sander, G. N., *Trans. ASMEJ. Eng. Ind.*, 97(1975), 689.
- (10) Paradis, M. J. and Willmert, K. D., *Trans. ASMEJ. Mec. Trans. Auto. in Des.*, 105(1983), 187.
- (11) Fox, R. L. and Gupta, K. C., *Trans. ASME, SerB*, **95**-2(1973), 657.
- (12) Hoertzel, D. A. and Wei-Hua-Chieng, *Trans. ASMEJ. Mec. Des.*, **112**-2(1990), 190.
- (13) 渡辺・清水・佐藤, 機論, **57**-543, C(1991), 3686.
- (14) Garrett, R. E. and Hall, Jr, A. S., *Trans. ASME, SerB*, **90**-3(1968), 475.
- (15) Goldberg, D. E., *GENETIC ALGORITHMS in Serch, Optimization and Machine Learning*, (1989), 1, Addison Wesley.
- (16) 例えば, 安居院・長尾, ジェネティックアルゴリズム, (1993), 1, 昭晃堂.
- (17) 小川, 機構学, (1967), 121, 朝倉書店.
- (18) 小川, リンク・カムの設計, (1967), 143, オーム社.
- (19) 文献(16)の6ページ.
- (20) 文献(16)の23ページ.
- (21) 文献(16)の14ページ.
- (22) 北野, 遺伝的アルゴリズム, (1993), 62, 産業図書.
- (23) 文献(17)の95ページ.