機械製品の組立設計のための幾何モデルを用いた落下現象の判定法*

内山直樹^{*1}, 荒井栄司^{*2}, 井越昌紀^{*2}Testing the Stability of Subassemblies Using Geometric Model
for Mechanical Assembly Planning

Naoki UCHIYAMA, Eiji ARAI and Masanori IGOSHI

Several criteria are required to reduce the number of feasible mechanical assembly sequences that are generated by a computer. One of them is the stability of subassemblies under gravity, since machines are generally assembled with as few supporting tools as possible. This paper presents a testing method of the stability of subassemblies using a 2-D geometric model. First, we introduce an assumption with respect to the pressure distribution over the line of contact between two parts. Based on this assumption, we model the forces by which parts act upon each other. An algorithm for deciding whether any part will fall using techniques of mathematical programming, is proposed. The computational results are shown in examples.

Key Words: Computer-Aided Design (CAD), Computer-Aided Manufacturing (CAM), Computer-Integrated Manufacturing (CIM), Assembly, Assembly Planning

1. 緒言

近年, 計算機によって機械製品の組立設計を支援するための研究が盛んに行われており, 特に組立順序の生成手法に関しては多くの提案がなされている⁽¹⁻³⁾. それらの問題点の一つとして, 可能な組立順序の数が膨大になることが挙げられる. また, その問題を解決するためには, より多くの組立順序を評価するための指標が必要であることも指摘されている.

一般に組立作業の複雑さを生じない限り, 組立順序は保持具等の利用を少なくするように決定されるものであり, 組立順序の評価のための指標の一つとして, 重力の影響による落下現象を考慮することは必要であると考えられる.

図1を用いて, 落下現象と組立順序の関係について簡単に説明する. (a)の状態から(d)の状態を生成する

ことを目的とするとき, 部品が一つずつ組み立てられることを仮定すれば, 組立の途中に現われる部分組立品としては, (b)と(c)が考えられる. (b)は落下現象が生じないが, (c)は落下するために, 部品 p_2 の組立を行った後に部品 p_3 を組み立てるという方策を導くことができる. このような知識を幾何モデルを用いて自動抽出するためには, 部分組立品に落下現象が起こるかどうかを判定することが必要である.

以上のことを目的として, Blumらは摩擦等を考慮して部分組立品の落下現象の有無を判定する方法を示している⁽⁴⁾. しかしながら彼らの方法は部品間の全ての接触状態を点接触として扱っており, モデルとして不十分である.

FahlmanやBoneschanscherらの文献⁽⁵⁻⁶⁾においては, Blumらの手法を基に, 組立順序の決定に有効な知識を導出するための方法が提案されているが, 上述の点については言及されていない.

また, 徳永らは締結要素を考慮した部分組立品の安定性を判定するための手法を提案しているが, 力学的

* 原稿受付 平成6年1月21日.

^{*1} 正員, 東京都立大学大学院 (〒192-03 八王子市南大沢 1-1).^{*2} 正員, 東京都立大学工学部.

図1 落下現象と組立順序

な解析は行われていない⁽⁷⁾。

本稿ではこれらの考察を基に、扱う対象を2次元の多角形で近似できる剛体に限定し、新たな落下現象の判定法を提案する。

2. 接触状態と接触力

2・1 接触状態 扱う対象を2次元の多角形に限定することにより、部品間の接触状態は以下のいずれかとなる。

- (1)点と点の接触
- (2)点と線分の接触
- (3)線分と線分の接触

通常、(1)の接触状態は部品が組み立てられた状態では存在しないため、本研究では、(2)と(3)の接触状態のみを考える。以下では、接触している領域が点になるため、(2)の接触状態を点接触と呼ぶ。また、(3)の接触状態を線接触と呼ぶ。

2・2 接触線分上の分布力の置き換え 以下では、線接触する領域上に生じる垂直抗力と摩擦力の合力（以下、接触力と呼ぶ。）に関する考察を行う。線接触している部品の静止している状態における接触線分上の接触力の分布は不明であるため、部品の落下開始時の運動に着目する。部品の落下開始時の運動は図2に示すような3種類に分類できる。(a)は線接触を維持するような並進運動が生じる場合であり、接触線分上の各点の摩擦力は全て運動の方向と反対方向に働く。(b)は接触線分の一方向の端点の接触を維持するような運動が生じる場合であり、接触を維持する端点においてのみ接触力が存在する。(c)は接触が無くなるような運動が生じる場合であり、接触力は存在しない。

部品が静止している状態における接触力の分布の形

図2 落下現象の分類

態と落下が起こり始める時の分布の形態が等しいと仮定すれば、線分上に生じる接触力は全て同一方向に働くと考えられる（但し、接触力が0である場合を含む）。以下では、このような考察の基に、接触線分上に生じる接触力は全て同一方向に働くことを仮定する。

図3のような接触線分上の分布力を考える。線分上の各点 r_i ($i = 1, \dots, n$)の接触力を f_i とする。まず、分布力による効果と同一の効果をもたらす力の大きさとそれが加わる位置 r_c を求める。モーメントの釣り合いより、

$$r_{cx} \sum_{i=1}^n f_{iy} - r_{cy} \sum_{i=1}^n f_{ix} = \sum_{i=1}^n (r_{ix} f_{iy} - r_{iy} f_{ix}) \quad (1)$$

但し、添え字 x, y は r_i, f_i, r_c の x, y 成分を意味する。これより、

$$r_{cx} = \frac{\sum_{i=1}^n r_{ix} f_{iy}}{\sum_{i=1}^n f_{iy}}, r_{cy} = \frac{\sum_{i=1}^n r_{iy} f_{ix}}{\sum_{i=1}^n f_{ix}} \quad (2)$$

となるような位置 r_{cx}, r_{cy} に分布力が置き換えられることが分かる。接触線分上の各点の接触力は全て同一方向であることから、

$$f_{iy} = \alpha f_{ix}, i = 1, \dots, n \quad (3)$$

である。(3)式を(2)式に代入しとめると、

$$r_c = \sum_{i=1}^n \beta_i r_i, \beta_1 + \dots + \beta_n = 1, \beta_i = \frac{f_{ix}}{\sum_{i=1}^n f_{ix}} \quad (4)$$

また、接触力は全て同一方向であることから、

$$\beta_1, \dots, \beta_n \geq 0 \quad (5)$$

である。(4)式と(5)式は、 r_c を接触線分上の各点の位置ベクトルの凸一次結合として表わすことができることを意味している。すなわち、分布力による力とモーメントの効果は、接触線分内の一点に加わる力とそれによるモーメントの効果に置き換えることができる。線分内の一点に加わる力とそれによるモーメントの効果は、線分の両端点に加わ

図3 接触力の分布

る平行力とそれによるモーメントの効果に置き換えることができる。従って、分布力による力とモーメントの効果は、接触線分の両端点に加わる同一方向に働く接触力とそれによるモーメントの効果に置き換えることができる。

3. 落下現象の判定法

3・1 部品間に働く力のモデル化と落下現象が生じないための条件 以下では、接触する複数の部品間に働く力をモデル化するための方法について述べる。

- (a)重力は各部品の質量中心に働くものとする。
- (b)二部品間において作用しあう力は同一の大きさを持ち、互いに逆向きであるとする。
- (c)線接触による分布力は、接触線分の両端点の接触力に置き換えられるものとする。但し、両端点の接触力は同一方向である。

(b)は作用反作用の法則に基づいている。(c)は2節で述べた考察に基づいている。図4に以上の規則に基づく力のモデル化の例を示す。但し、 f_i ($i = 1, \dots, 4$)は接触力、 r_i は接触点ならびに接触線分の端点の位置ベクトルを表す。 m_j ($j = 1, 2$)は、各部品の質量である。 g は重力ベクトルを意味する。接触線分の両端点の接触力が同一方向であることは、

$$f_3 \times f_4 = 0 \quad (6)$$

のように表される。これは非線形の式である。

以下に、このモデル化に基づき、落下現象が生じないための条件を述べる。

- (d)各部品に加わる力の総和は0である。
- (e)各部品に加わるモーメントの総和は0である。
- (f)摩擦力は静止摩擦の制限を満たす。

(f)は接触力が摩擦円錐内に存在することに置き換えられ、図4の x_l ($l = 1, \dots, 8$)は摩擦円錐の境界を表すベクトル（以下、境界ベクトル）に対応している。図4のモデルに対して(d)から(f)の条件は、

図4 線接触が一つのみ存在する部分組立品の例

$$\begin{cases} f_1 + f_2 - f_3 - f_4 + m_1 g = 0 \\ r_1 \times f_1 + r_2 \times f_2 - r_3 \times f_3 - r_4 \times f_4 + r_{g1} \times m_1 g = 0 \\ f_3 + f_4 + m_2 g = 0 \\ r_3 \times f_3 + r_4 \times f_4 + r_{g2} \times m_2 g = 0 \\ \alpha_{2k-1} x_{2k-1} + \alpha_{2k} x_{2k} - f_k = 0, k = 1, \dots, 4 \\ \alpha_1, \dots, \alpha_8 \geq 0 \end{cases} \quad (7)$$

のように記述することができる。

物理の第一法則により、これらの条件を満たす解が存在すれば落下現象は生じない。従って、落下現象が起こるか否かを調べる問題は、(6)式および(7)式を満たす解の存否を判定する問題に置き換えられる。

以下では、まず、線接触が一つのみ存在する場合の落下現象の判定方法について述べ、次にその方法を改良した線接触が複数存在する一般の場合の方法について説明する。

3・2 線接触が一つのみ存在する場合 図4の例を用いて説明する。まず、(7)式の条件を満たす接触線分の両端点の力 f_3 と f_4 の領域を求める。(7)式は線形式であるため、 f_3 と f_4 の領域は、凸多角形として表される。しかし、凸多角形を正確に求めることは、計算時間の点から問題がある。そこで、 f_3 と f_4 の領域を、凸多角形を完全に含む四角形を用いて近似する。これは、(7)式を拘束条件とし、 f_3 と f_4 の x, y 成分の最大と最小を求める線形計画問題を解くことにより生成することができる。 f_3 の領域は、

$$\begin{aligned} f_3^1 &= [f_{3x\max}, f_{3y\max}]^T, f_3^2 = [f_{3x\max}, f_{3y\min}]^T, \\ f_3^3 &= [f_{3x\min}, f_{3y\max}]^T, f_3^4 = [f_{3x\min}, f_{3y\min}]^T \end{aligned}$$

を端点とする四角形によって、 f_4 の領域は、

$$\begin{aligned} f_4^1 &= [f_{4x\max}, f_{4y\max}]^T, f_4^2 = [f_{4x\max}, f_{4y\min}]^T, \\ f_4^3 &= [f_{4x\min}, f_{4y\max}]^T, f_4^4 = [f_{4x\min}, f_{4y\min}]^T \end{aligned}$$

を端点とする四角形によってそれぞれ近似される。その様子を図5に示す。ここで、四角形によって近似しているために、図6(a)のように領域が摩擦円錐内に含まれない場合が起こりえる。この場合には、摩擦円錐の境界ベクトルを用いて、(b)のように領域を修正する。また、最大値と最小値が一致する場合には、領域が点や線分となる場合があるが、以下では一般的な四角形の場合について説明を行う。

まず、それぞれの領域を完全に含む凸錐を生成する。図5において、 f_3^2 と f_3^3 は f_3 を完全に含む凸錐の境界ベクトルであり、 f_4^2 と f_4^3 は f_4 を完全に含む凸錐の境界ベクトルである。これらは、角度が最大となる2つのベクトルを選択することにより求めることができる。

f_3 と f_4 は、(6)式を満たさなければならない。すなわち、同一方向でなければならないため、 f_3^2 と f_3^3 を境界ベクトルとする凸錐と、 f_4^2 と f_4^3 を境界ベクトルとする凸錐の共通錐内に含まなければならない。この二つの凸錐の共通錐の存否は、

$$\begin{aligned} \alpha_1 f_4^2 + \alpha_2 f_4^3 - f_3^2 = 0 \vee \alpha_1 f_4^2 + \alpha_2 f_4^3 - f_3^3 = 0 \\ \vee \alpha_1 f_3^2 + \alpha_2 f_3^3 - f_4^2 = 0 \vee \alpha_1 f_3^2 + \alpha_2 f_3^3 - f_4^3 = 0 \\ \alpha_1, \alpha_2 \geq 0 \end{aligned}$$

となるような α_1, α_2 の存否を調べることにより判定できる。但し、 $\vee$ は論理和を意味する。これは、シンプレックス法の最初の実行可能基底解を求める段階を用いて行うことができる。共通錐が存在しなければ(6)式と(7)式を同時に満たす接触力が存在することはありえないため、落下現象が生じるとして終了する。

共通錐が存在する場合には、共通錐を表わす境界ベクトルを選択する。この場合は、共通錐を表わすため

図5 力の領域の計算例

図6 領域の修正

の境界ベクトルとして、 f_3^2 と f_3^3 が選択される。ここで、 f_3 と f_4 が共通錐内に存在する条件は、

$$\begin{cases} \alpha_1 f_3^2 + \alpha_2 f_3^3 - f_3 = 0 \wedge \alpha_1 f_3^2 + \alpha_2 f_3^3 - f_4 = 0 \\ \alpha_1, \alpha_2 \geq 0 \end{cases} \quad (8)$$

のように記述できる。但し、 $\wedge$ は論理積を意味する。(7)式ならびに(8)式を満たす f_3 と f_4 の存否を判定することにより、 f_3 と f_4 が共通錐内に含まれつつ、かつ、前述の力とモーメントの釣り合いの条件と静止摩擦の制限を満たすような接触力を発生することが可能か否かを調べることができる。これはシンプレックス法の技術を用いて行なうことができる。解が存在しなければ、(6)式を満たすことはないため、落下現象が生じると判定する。

(7)式ならびに(8)式を満たす接触力が存在した場合には、共通錐を図7のように、

$$f_{\text{mid}} = \frac{(f_3^2 + f_4^3)}{2}$$

を用いて二分する。 f_3 と f_4 は、同一方向でなければならないため、二分された凸錐のいずれかに同時に含まなければならない。この条件は、

$$\begin{cases} (\alpha_1 f_3^2 + \alpha_2 f_{\text{mid}} - f_3 = 0 \wedge \alpha_1 f_3^2 + \alpha_2 f_{\text{mid}} - f_4 = 0) \\ \vee (\alpha_1 f_{\text{mid}} + \alpha_2 f_4^3 - f_3 = 0 \wedge \alpha_1 f_{\text{mid}} + \alpha_2 f_4^3 - f_4 = 0) \\ \alpha_1, \alpha_2 \geq 0 \end{cases} \quad (9)$$

のように記述できる。再び、シンプレックス法を用いて(7)式と(9)式を満たす接触力の存否を判定する。二分された凸錐のいずれにも解が存在しなければ、落下現象が生じるとして終了する。いずれかあるいは両方において解が存在した場合には、存在した側の凸錐をさらに二分し、再び接触力の存否を判定する。この操

図7 凸錐を二分した例

作を、二分された凸錐の境界ベクトルのなす角度があるしきい値より小さくなるまで繰り返す。途中で接触力が存在しなくなれば、落下現象が生じるとし終了する。逆に、最後まで接触力が存在した場合には、落下現象が生じないと判定する。

3・3 線接触が複数存在する場合 線接触が一つのみ存在する場合のための方法を、複数の場合に拡張することは、部分組立品内の全ての力とモーメントの釣り合いを満たしながら、複数個の接触線分の両端点の接触力がそれぞれ同一方向であるか否かを調べる必要があるため、計算時間の点から難しいと考えられる。そのため、非線系関数最小化の方法を用いた解法を提案する。以下では図8を用いて説明を行う。図8は線接触が3つ存在する例であり、この場合の落下現象の判定は、3・1節において述べた条件に基づき、

$$\left\{ \begin{array}{l} f_1 \times f_2 = 0 \\ f_3 \times f_4 = 0 \\ f_6 \times f_7 = 0 \\ f_1 + f_2 - f_5 + m_1 g = 0 \\ r_1 \times f_1 + r_2 \times f_2 - r_5 \times f_5 + r_{g1} \times m_1 g = 0 \\ f_3 + f_4 - f_8 + m_2 g = 0 \\ r_3 \times f_3 + r_4 \times f_4 - r_8 \times f_8 + r_{g2} \times m_2 g = 0 \\ f_5 - f_6 - f_7 + m_3 g = 0 \\ r_5 \times f_5 - r_6 \times f_6 - r_7 \times f_7 + r_{g3} \times m_3 g = 0 \\ f_6 + f_7 + f_8 + m_4 g = 0 \\ r_6 \times f_6 + r_7 \times f_7 + r_8 \times f_8 + r_{g4} \times m_4 g = 0 \\ \alpha_{2k-1} x_{2k-1} + \alpha_{2k} x_{2k} - f_k = 0, k = 1, \dots, 8 \\ \alpha_1, \dots, \alpha_{16} \geq 0 \end{array} \right. \quad (10)$$

$$\alpha_1, \dots, \alpha_{16} \geq 0 \quad (11)$$

を満たす接触力の存否を調べることに置き換えられる。

ここで、(10)式の方程式の左辺のそれぞれの二乗和を最小化する以下の計画問題を考える。

$$\sum_{m=1}^{31} e_m^2 \quad (12)$$

図8 線接触が複数存在する部分組立品の例

但し、 e_m は(10)式の31個の方程式の左辺をそれぞれ意味する。(12)式の最小値が、

$$\sum_{m=1}^{31} e_m^2 = 0 \quad (13)$$

となるときに限り、(10)式を満たす解が存在する。(10)式の解が得られた後に、それが(11)式の不等式条件を満足するか否かを調べることにより、落下現象の有無を判定することができる。

しかしながら、初期値が適切でない場合には、局小解が得られる可能性や、(11)式の不等式を満たさなくなる可能性が大きい。そのために、適切な初期値を設定する方法を示す。

まず、3・2節で述べた方法を用いて、各接触力の四角形によって近似された領域を求める。そのうちの接触線分の両端点に対応するものに関しては、各々の領域を完全に含むような凸錐を生成し、それらの共通錐を求める。各接触力はその領域と得られた共通錐の間に含まれなければならない。例えば、図8の一つの接触線分の両端点の接触力の領域は図9のように表されるが、その一方の接触力 f_1 は v_1, v_2, v_3, v_4 によって表わされる四角形内に存在しなければならない。この条件は、

$$\left\{ \begin{array}{l} f_1 = \alpha_1 v_1 + \alpha_2 v_2 + \alpha_3 v_3 + \alpha_4 v_4 \\ \alpha_1 + \dots + \alpha_4 = 1 \\ \alpha_1, \dots, \alpha_4 \geq 0 \end{array} \right. \quad (14)$$

と表わされる。同様に他の接触力の領域は凸多角形(点や線分の場合を含む)によって表わすことができる。従って、いずれの場合も(14)式のような形式を用いて表現することができる。各接触力に対して、(14)式の条件を生成し、それを満たす範囲でランダムにパラメータ値 $\alpha_i (i=1, \dots, 4)$ を生成することにより、解に近い初期値を生成することができると考えられる。

この方法により生成された初期値を数回変更しても、(10)式と(11)式を同時に満たす解が存在しないときに、落下現象が生じると判定する。解が存在した場合には落下現象が起こらないと判定する。なお、(12)

図9 初期値の計算例

式の関数の最小化にはDavidon-Fletcher-Powell⁽⁸⁾法を用いている。

4. 適用例

まず、図4の線接触が一つのみ存在するモデルに3・2節で示した方法を適用した例を図10に示す。なお、質量比は面積比に等しいものとした。図10の(a)から(b)のように接触状態を変化させずに $x=10.0 \sim 31.5$ の間で0.1ずつ部分組立品を移動し、摩擦係数を $\mu=0.1 \sim 0.8$ の間で0.1ずつ変化させ、本稿で提案する手法を適用した。 $\mu=0.6$ までは落下現象が起こる状態が存在せず、 $\mu=0.7$ において(c)から(d)の範囲、 $\mu=0.8$ において(e)から(f)の範囲で落下現象が起こらないと判定された。

図10 適用例1

図11 適用例2

なお、確認のため3・3節の方法を、同一の条件のもとで適用したが、同様の結果が得られた。

次に図8の線接触が複数存在する場合の落下現象の有無を判定した例を図11に示す。図10の例と同様に質量比は面積比に等しいものとした。摩擦係数を $\mu=0.1$ から0.1ずつ変化させ、落下現象の生じなくなる摩擦係数を調べたところ、 $\mu=1.0$ 以上の場合に落下現象が生じなくなると判定された。

5. 結論

組立順序を決定するための知識の一つとして、部分組立品の落下現象が挙げられる。本稿では、対象を2次元の多角形に限定し、幾何モデルを用いて落下現象の有無を判定する方法を提案した。結論は以下のように要約される。

- (1) 接触線分の分布力がもたらす力とモーメントの効果が、接触線分の両端点に働く同一方向の二力によるものに置き換えられることを示した。それを用いて部品間に働く力をモデル化し、落下現象が生じないための条件を導いた。
- (2) 数値計画法を用いて、落下現象の有無を判定する方法を示した。
- (3) 本方法を、いくつかの部分組立品に適用し、有効性を確認した。

今後の課題としては、本方法を組立順序の決定に応用することが挙げられる。

文献

- (1) De Fazio, T. L. and Whitney, D. E., *IEEE J. Robotics Automat.*, 3-6, (1987), 640.
- (2) Homem de Mello, L. S. and Sanderson, A. C., *IEEE Trans. on Robotics Automat.*, 7-2, (1991), 228.
- (3) Philip Chen, C. L., *IEEE Trans. on Syst., Man, Cybern.*, 21-2, (1991), 376.
- (4) Blum, M., et al., (1970), *AI Memo 188*, MIT Artificial Intelligence Laboratory, 1.
- (5) Fahlman, S., *Artificial Intelligence*, 5, (1974), 1.
- (6) Boneschanscher, N., et al., *Proceedings of the National Conference on Artificial Intelligence*, (1988), 780.
- (7) 徳永ほか, 1992年度精密工学会秋季大会学術講演会講演論文集, (1992), 479.
- (8) 青木, 数値計画法—非線形計画—, (1972), 共立出版株式会社, 54.