波動制御に基づく多重懸垂体の振れ止め制御*

西郷 宗玄^{*1}, 田中 信雄^{*1}, 谷 和男^{*1}

Vibration Control of Multiple Pendulums by Wave Control

Muneharu SAIGO, Nobuo TANAKA and Kazuo TANI

This paper describes a new method which can be applied for vibration control of an arbitrary multiple-pendulum system by means of the supporting point lateral movement. Considering that the real pendulum system is supported by a similar-multiple pendulum system, i. e. the imaginary system, the no-wave-reflection condition at the supporting point is obtained as the form of the supporting-point lateral acceleration, which includes the deflection and acceleration of the lower-end pendulum of the imaginary system and those of the upper-end pendulum of the real system. On-line computation of the imaginary system using the state variables of the upper-end pendulum of the real system gives the supporting-point lateral acceleration. The imaginary system can be initialized at any time to avoid energy flow from the imaginary system to the real system. Numerical simulations are presented to show the validity of this method.

Key Words: Vibration Control, Wave Control, Multiple Pendulums

1. ま え が き

これまで懸垂体の振れ止め制御に関して, クレーンの荷の振れ止め⁽¹⁾⁽²⁾や鉛直導水管の振動制御⁽³⁾を対象として支持点の水平方向変位または鉛直変位を制御する制振法や懸垂ロープ長さを制御して制振する方法⁽⁴⁾などが提案されている。

一方, 近年, 大形柔軟宇宙構造物などの振動を波動制御の観点から制振制御することを目指した研究が行われている。例えば, 田中ら^{(5)~(7)}ははりの曲げ波振動を境界条件を制御することにより完全に除去できることを示し, 藤井⁽⁸⁾らははりを対象に波動吸収のための制御器の設計を試みている。

従来の振動制御法は基本的に制振対象のモデルを必要とする振動制御法であるため適用に制約がある場合が考えられるのに対し, 波動制御は対象の形状が完全にはわからなくても制振可能であるので多重懸垂体系に波動制御が適用できれば従来にはない振動制御法が得られる可能性がある。しかしながら, 従来のはりを対象にした波動制御では解を波動モードに展開できるため波動吸収の条件式を陽に求めることができるが, 離

散形振動系の場合は波動解は知られていないので従来の手法を拡張して懸垂体の振れ止めに適用することはできない。

そこで, 本報では有限自由度懸垂系に波動制御に基づいた制振制御を行うための計算機制御を指向した新しい制御アルゴリズムを提案している。これは計算機内に構築した仮想的な運動系のオンライン計算によって, 振動エネルギーを波動伝搬として吸収する条件を支持点の制御量として求める方法である。その有効性を示すため, 任意形状, 任意自由度をもつ多重懸垂体の振れ止め制御に対して, 制御則を導くとともに提案するアルゴリズムに従った数値シミュレーションを行っている。本報で提案する制御法は多重懸垂体のみならず任意の有限自由度振動系の制振にも適応できるものである。

2. 運動方程式と過渡解

図1は n 個の物理振り子からなる多重懸垂体である。支持端が固定されているとしてその運動方程式をラグランジュの運動方程式から導く。自由端側から k 番めの振り子の傾き角を θ_k , $(k+1)$ 番めとの連結点から重心までの距離を h_k , 連結点まわりの慣性モーメント I_k , 質量 m_k , 連結点間の距離を l_k とする。重心は連

* 原稿受付 平成6年6月13日。

*¹ 正員, 機械技術研究所 (〒305 つくば市並木1-2)。

図 1 制御対象多重懸垂系

図 2 単振り子多重懸垂系の過渡解

結点を結ぶ線上にあり、 θ_k は微小であるとする。このとき k 番めの振り子の運動エネルギー T_k は

$$T_k = m_k v_k^2 / 2 + I_k \dot{\theta}_k^2 / 2 + m_k v_k \dot{\theta}_k h_k$$

ここで、 $(\dot{\cdot})$ は時間に関する微分、 v_k は k 番め振り子と $(k+1)$ 番め振り子との連結点の速度で次式で表される

$$v_k = \sum_{j=k+1}^n (l_j \dot{\theta}_j)$$

ポテンシャルエネルギー U_k は、重力加速度を g として、

$$U_k = -m_k g \left\{ h_k (1 - \theta_k^2 / 2) + \sum_{j=k+1}^n l_j (1 - \theta_j^2 / 2) \right\}$$

となる。ラグランジュアン $L = \sum_{k=1}^n (T_k - U_k)$ から運動方程式を求めると、 k 番めの振り子について

$$\begin{aligned} & \left(I_k + l_k^2 \sum_{i=1}^{k-1} m_i \right) \ddot{\theta}_k + \sum_{j=1}^{k-1} \left(l_j \sum_{i=1}^{j-1} m_i + h_j m_j \right) l_k \ddot{\theta}_j + \left(l_k \sum_{i=1}^{k-1} m_i + h_k m_k \right) \left\{ \sum_{i=k+1}^n (l_i \ddot{\theta}_i) \right\} \\ & + g \left(l_k \sum_{i=1}^{k-1} m_i + h_k m_k \right) \theta_k = 0 \end{aligned} \quad (1)$$

が得られる。

式(1)と式(1)の k を $(k+1)$ とした式および $(k-1)$ とした式から次式が得られる。

$$\begin{aligned} & -\frac{J_{k-1} - h_{k-1} m_{k-1}}{(1-r_{k-1})m_{k-1} + r_k m_k} \ddot{\theta}_{k-1} + \left\{ \frac{J_k - h_k m_k}{(1-r_k)m_k + r_{k+1} m_{k+1}} + \frac{J_k + l_k(1-r_{k-1})m_{k-1}}{(1-r_{k-1})m_{k-1} + r_k m_k} \right\} \ddot{\theta}_k \\ & -\frac{J_{k+1} - h_{k+1} m_{k+1}}{(1-r_k)m_k + r_{k+1} m_{k+1}} \ddot{\theta}_{k+1} + g \left[-\frac{\sum_{j=1}^{k-2} m_j + r_{k-1} m_{k-1}}{(1-r_{k-1})m_{k-1} + r_k m_k} \theta_{k-1} \right. \\ & \left. + \left\{ \frac{\sum_{j=1}^{k-1} m_j + r_k m_k}{(1-r_k)m_k + r_{k+1} m_{k+1}} + \frac{\sum_{j=1}^{k-1} m_j + r_k m_k}{(1-r_{k-1})m_{k-1} + r_k m_k} \right\} \theta_k - \frac{\sum_{j=1}^k m_j + r_{k+1} m_{k+1}}{(1-r_k)m_k + r_{k+1} m_{k+1}} \theta_{k+1} \right] = 0 \end{aligned} \quad (2)$$

ここで、 $r_k \equiv h_k / l_k$, $J_k \equiv I_k / l_k$ と置いている。 $k=1$ の場合は式(2)で添字が 0, -1 となる部分は存在しない。 $k=n$ の場合は式(2)で $n+1$ を含む項、すなわち、 $\ddot{\theta}_{n+1}$ および θ_{n+1} の項と θ_n の係数および θ_n の係数の第 1 項が存在しない。

式(2)は任意の形状を有する多重懸垂体の運動方程式のため煩雑であるが、すべての振り子が同じ形状でかつ単振り子とみなせる場合は次のような簡単な運動方程式になる。

$$\begin{bmatrix} \theta_1'' \\ \theta_2'' \\ \vdots \\ \theta_{n-1}'' \\ \theta_n'' \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 2 & -2 & & & \\ -1 & 4 & -3 & & \\ & \ddots & \ddots & \ddots & \\ & & \ddots & \ddots & \\ & & & -(n-2) & 2(n-1) & -n \\ & & & & -(n-1) & n \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \theta_1 \\ \theta_2 \\ \vdots \\ \theta_{n-1} \\ \theta_n \end{bmatrix} = 0 \quad (3)$$

$(\cdot)''$ は無次元時間 $T = \sqrt{g/l} t$ による二階微分を表す (l は振り子長さ)。

式(3)の一般解は容易に得られるが、 n が大きい場合の解が過渡的にどのようなになるかはそれほど知られていない。図2に $n=28$ とした場合の解の例を示す。図2は最下端の振り子に初期変位を与えた場合の振り子の変位 $x_k/l = \sum_{j=k}^n \theta_j$ を表したものであるが、この変位が波動となって上方に伝搬して最下端の振り子の変位が急速に減衰している。振動の1周期程度で減衰しており反射波の影響を除去できれば制振特性としてはかなり性能がよいことがわかる。多くの自由度に初期変位がある場合でも同様な減衰特性を示す。本制御法はこの特性を利用するものである。

3. 制 御 則

3・1 制御則 波動制御の基本原理は制御対象の振動エネルギーが力学的特性に従って媒質内を移動するのを妨げない条件を作り出すことにある。本報で以下に提案する制振制御法は図2の変位の波動伝搬特性をシミュレーションにより求めそれを利用して波動が支持点で反射なく伝搬するよう制御を行う方法である。

制御対象懸垂体自由度を m とし、その m 自由度懸垂体の最上端が仮想的に n 自由度懸垂体の最下端に連結され、全体として $(m+n)$ 自由度の懸垂体を構成

図3 仮想懸垂系と実懸垂系

することを考える(図3)。ここで制御対象 m 自由度懸垂系を実(懸垂)系、仮想的に仮定した n 自由度懸垂系を仮想(懸垂)系と呼ぶ。(仮想系+実系)を図2に対応させて考えれば、実系内の振動エネルギーは波動伝搬により仮想系内に吸収されるはずである。この運動は、仮想系最下端が実系支持端であるとみなし実系支持端の運動を仮想系が連続しているように制御することにより実現できる。この実系支持端に与えるべき運動を制御則の形で求める。

記述を簡潔にするため式(3)の場合を扱う。上述の仮定より式(3)から次式が得られる。ここで、 $\theta_k (k=1 \sim m)$ は実振動体角変位、 $\phi_k (k=1 \sim n)$ は仮想振動体角変位である。

$$\begin{bmatrix} \theta_1'' \\ \vdots \\ \theta_m'' \\ \phi_1'' \\ \vdots \\ \phi_n'' \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 2 & -2 & & & \\ \cdot & \cdot & \cdot & & \\ & \cdot & \cdot & \cdot & \\ & & -(m-1) & 2m & -(m+1) \\ & & -m & 2(m+1) & -(m+2) \\ & & & \cdot & \cdot & \cdot \\ & & & & \cdot & \cdot & \cdot \\ & & & & & \cdot & \cdot & \cdot \\ & & & & & & -(m+n-1) & (m+n) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \theta_1 \\ \vdots \\ \theta_m \\ \phi_1 \\ \vdots \\ \phi_n \end{bmatrix} = 0 \quad \dots\dots\dots (4)$$

式(4)の θ_m'' に関する運動方程式(m 行め)を

$$\theta_m'' - (m-1)\theta_{m-1} + m\theta_m = -m\theta_m + (m+1)\phi_1$$

と表示すると、式(3)から左辺=0が支持端が固定された場合の運動方程式であることがわかる。右辺は変位を波動的に伝搬させるために必要な項を表している。

式(4)の ϕ_1'' に関する運動方程式から ϕ_n'' に関する運動方程式までを加え合わせると、

$$\phi_1'' + \dots + \phi_n'' = m\theta_m - (m+1)\phi_1$$

となる。左辺は実懸垂系の支持端の変位加速度 $\ddot{x}_0$ ($\bar{x}_0 = x_0/l$, x_0 : 支持点変位)であり、実懸垂系の変位を式(3)のように波動的に上方に伝搬させるには支持端に

$$-\ddot{x}_0 = -m\theta_m + (m+1)\phi_1 \quad \dots\dots\dots (5)$$

を加速度として加えればよいことがわかる。

ここで θ_m は計測できると仮定すると、 ϕ_1 は仮想懸垂系から計算により求めることができる。すなわち、式(4)の ϕ_1' に関する運動方程式

$$\phi_1'' + 2(m+1)\phi_1 - (m+2)\phi_2 = m\theta_m$$

の右辺が計測により与えられるので仮想系全体を計算すれば ϕ_1 は求められる。

懸垂体が任意形状の式(2)の場合も同様な方法で制御入力 $\bar{x}_0'$ が求められ以下になる。

$$\begin{aligned} -\ddot{x}_0 = & \frac{-J_m + h_m m_m}{(1-r_m)m_m + r_{m+1}m_{m+1}} \ddot{\theta}_m \\ & + \frac{J_{m+1} - h_{m+1}m_{m+1}}{(1-r_m)m_m + r_{m+1}m_{m+1}} \ddot{\phi}_1 \\ & - g \frac{\sum_{j=1}^{m-1} m_j + r_m m_m}{(1-r_m)m_m + r_{m+1}m_{m+1}} \theta_m \\ & + g \frac{\sum_{j=1}^m m_j + r_{m+1}m_{m+1}}{(1-r_m)m_m + r_{m+1}m_{m+1}} \phi_1 \dots\dots\dots (6) \end{aligned}$$

任意形状の物理振り子の場合、 $J_{m(m+1)} = h_{m(m+1)} \cdot m_{m(m+1)}$ の条件が満たされない場合には加速度項も制御入力に含まれるが、実振動体の支持端直下の振り子の角変位 θ_m と角加速度 $\ddot{\theta}_m$ を計測すれば仮想懸垂系の運動方程式から ϕ_1 と ϕ_1' を求めることにより式(6)の制御入力を計算することができる。この場合は運動方程式の質量行列が式(4)のように単位行列にはならないので、ある振り子の運動はそれに連結された前後の振り子の運動だけでは決まらない。

式(6)で制御対象の必要な情報としては支持点直下の振り子の形状パラメータとそれより下の全質量のみである。すなわち、制御対象の形状が不明であっても全質量さえわかれば(支持点から計測するのはそれほど困難ではない)制振制御が可能であることがわかる。全質量が必要な理由は、ある振り子での波動の伝搬速度がそれより下に懸垂されている振り子の重量に依存するためである。

3.2 制御量の計算法 式(4)を実系と仮想系に分離して次式のように表す。

$$\left. \begin{aligned} X'' + AX &= A_0 \quad (\text{実系}) \\ Y'' + BY &= B_0 \quad (\text{仮想系}) \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (7)$$

$$\begin{aligned} X &= [\theta_1 \dots \theta_m]^T \\ Y &= [\phi_1 \dots \phi_n]^T \\ A_0 &= [0 \dots 0 - \bar{x}_0']^T \\ B_0 &= [\theta_m \ 0 \dots 0]^T \end{aligned}$$

A_0 が制御入力、 A_0, B_0 はサンプリング周期内で一定値とみなす(T は転置を表す)。

制御入力 $\bar{x}_0'$ の計算手順は次のとおりである。時刻 T の $\theta_m(T)$ の計測により B_0 を一定値とした ΔT_1

図 4 初期化法

秒後の解 $Y(T+\Delta T_1)$ を求める。その解 $\phi_1(T+\Delta T_1)$ と $\bar{\theta}_m(T+\Delta T_1) = \theta_m(T) + \Delta T_1 \theta_m'(T)$ より制御入力 $-\bar{x}_0'(T+\Delta T_1)$ を求め、指令値とする [$\theta_m(T)$ は計測]。さらに、 ΔT_2 秒後の仮想系の解 $Y(T+\Delta T_1 + \Delta T_2)$ を $\bar{\theta}_m(T+\Delta T_1)$ を用いて求める。時刻 $T + \Delta T_1 + \Delta T_2$ に $\theta_m(T + \Delta T_1 + \Delta T_2)$ を再び計測し、 $\phi_1(T + \Delta T_1 + \Delta T_2)$ と $\theta_m(T + \Delta T_1 + \Delta T_2)$ とから時刻 $T + 2\Delta T_1 + \Delta T_2$ の制御入力を求める。以後同じ手順を繰返す。この手順ではサンプリング周期は $(\Delta T_1 + \Delta T_2)$ 秒である。 $\bar{\theta}_m'(T+\Delta T_1)$ を必要とする物理振り子の場合 $\bar{\theta}_m'(T+\Delta T_1) = \theta_m'(T)$ と置く。

仮想系の計算を含む制御量の計算時間や推定値の誤差のため上述の制御手法では系が不安定になる可能性があるが、制御系の安定限界はサンプリング時間、(実系+仮想系)の形状や自由度数、実系の初期条件などに依存し解析的に求めるのは困難である。

仮想系自由度が実系のエネルギーを吸収するのに十分でない場合には、仮想系は固定端に達した波動が固定端で反射を起こし実系支持端に戻る解を与える。この状態のまま支持端を式(6)に従って変位させるとそれまでに実系から吸収したエネルギーと同じ量のエネルギーを実系に加えることになる。そのため、仮想系を初期化する必要がある。本報では図4に示す初期化方法を検討した。すなわち、仮想系最下端以外の振り子の変位と速度を零と置き、支持端の変位と速度を仮想系の最下端の振り子の初期値として与える。このように置けば初期化の前後で支持端の変位と速度は連続する。初期化は波動が両端でのみ反射する周期的な伝搬状態に強制的に外乱を加えることになるので、初期化後の仮想系の解はその外乱エネルギーの一部を実系にも伝搬するような解を与えることがある。

4章での数値計算では初期化のタイミングとして、(a) $\dot{x}_0 = 0$, (b) $\dot{x}_0 = 0$, (c) $x_0 = 0$, (d) サンプリング時刻の場合を検討した。

仮想系の計算には定常進行波解を用いることも考え

られる。この解は過渡波動に対して厳密ではないので誤差を含むが、この解の計算は仮想系を直接計算するのに比べ極めて短時間で済むので誤差が許容範囲であれば有用であると考えられる。付録に示すように均質な単振り子から成る多重懸垂系では定常進行波解を求めることができ制御入力を簡単な式で表現できる。しかし、この条件を過渡波動制御に適用すると波動は吸収するが剛体変位を零とする制御ができない。制御則(5),(6)では仮想系の支持点が固定されているのでこのような解を与えることはない。

4. 数値計算と考察

本制御法を実際の系に適用する場合の唯一かつ最も厳しい問題点は仮想系の計算時間である。制御の安定性を確保するためにはサンプリング時間は短いほどよいので計算時間が少なく済む小さい自由度の仮想系を初期化を繰返ししながら制御するのが有利であると考えられる。ここでは $m=3, n=5$ を例に示す。最後に本波動制御による解と最適制御による解とを比較し本手法の特徴を考察する。なお、計算例の初期条件はすべて $x(1)=x'(1)=1$ で、サンプリング周期は $\Delta T_1=\Delta T_2$ である。

4.1 安定性と初期化法

4.1.1 均質単振り子系の場合 図5は初期化を行わないときの(実系+仮想系)の全エネルギーをサンプリング間隔 ΔT をパラメータにして示したもので

図5 単振り子系の初期化を行わない場合

図6 単振り子系の初期化による制振

ある。 $0.04 < \Delta T$ で系全体のエネルギーが発散傾向にあり、これより大きい ΔT では制御手段として使えない可能性が大きくなることを示している。図6は実系のエネルギー E_s と系全体のエネルギー E_t を示したもので、(*)印は初期化を行った時刻である。 E_s は $m+n=8$ の多重振り子の下から三つの振り子の運動エネルギーとポテンシャルエネルギーの和を表したものである。 $E_s \rightarrow 0$ で実系の全エネルギー $\rightarrow 0$, $\bar{x}_0 \rightarrow 0$ とな

(a) 初期化法(a)の場合

(b) 初期化法(b)の場合

(c) 初期化法(c)の場合

(d) 初期化法(d)の場合

図7 単振り子系の初期化法による制振

る。初期化の度に系全体のエネルギーが減少しそれに伴って実系エネルギーが減少していることがわかる。十分安定な ΔT であるので初期化と初期化の間では E_t は一定である。

図7(a)~(d)に初期化のタイミングによるエネルギー吸収の違いを ΔT をパラメータに示す。図7はそれぞれ3・2節の初期化タイミング(a)~(d)の場合に対応している。初期化のタイミングとしてどの場合が最適かは系の運動(初期条件)によって決まり図7の場合からだけでは判断できないが、少なくともサンプリング時刻ごとの初期化は不利であることはわかる(他の初期条件下でも同じ傾向にある)。図7(a), (b)の場合、かなり頻繁に初期化を繰り返しているのに、図5での系のエネルギーが発散傾向にあるサンプリング周期でも制振作用をもっている。図7(c)の場合は初期化がそれほど頻繁でないが、安定なサンプリング周期では初期化の度に系全体のエネルギーが徐々に減少しており制御法としては好ましい。初期化の回数が(a), (b)の場合に比べて少ないのは、系の運動が $\bar{x}_0=0$ の近傍で $\bar{x}_0=0$ を横切る往復運動をしていないことによる。図2の例でも振動は原点近くには速く復元しているが完全には原点に戻ってはいない。

図8は実系の各振り子が相対回転角速度に比例する減衰力 $-C(\dot{\theta}_k - \dot{\theta}_{k+1})$ を受ける場合である。図8は図7(c)の $\Delta T=0.2$ で減衰力を付加した場合である。わずかな減衰力では制御の安定性に対する影響はそれほ

どないが制御に対して不利には作用しない。十分減衰力大きいと減衰力が制御を安定化させる。

4・1・2 均質物理振り子の場合 本項では振り子が一定断面積の棒状の場合の計算例を示す。運動方程式の時間に対する無次元化は単振り子系の場合と同じである。図9は初期化を行わないときの(実系+仮想系)の全エネルギーをサンプリング間隔 ΔT をパラメータにして示したものである。 $0.05 < \Delta T$ で系全体の

(a) 初期化法(a)の場合

(b) 初期化法(b)の場合

(c) 初期化法(c)の場合

(d) 初期化法(d)の場合

図8 単振り子系の減衰力の影響

図9 物理振り子系の初期化を行わない場合

図10 物理振り子系の初期化法による制振

(a) 波動制御による場合

(b) 最適制御による場合

図 11 不均質単振り子系の制振性能

エネルギーが発散傾向にあり単振り子系の場合に似ている。図 10(a)～(d)に初期化のタイミングによるエネルギー吸収の違いを ΔT をパラメータに示す。それぞれ 3・2 節の (a)～(d) の場合に対応している。単振り子系の場合と同様サンプリング時刻ごとの初期化は不利である[図 10(d)]。物理振り子系の場合は単振り子系の場合に比べて限界サンプリング周期が長くなっており制御しやすく見えるが、物理振り子系の場合には制御量を求める計算量が多いので実際の系では必ずしも有利であるとはいえない。物理振り子系のほうが限界サンプリング周期が長くなるのは、図 7(d) と図 10(d) の比較からわかるように、初期化後の全体系のエネルギー場加が物理振り子系のほうが少ないことに起因していると考えられる。なお、図 10(c) では初期化の条件が満たされず一度の初期化しか行わないが、初期化条件を $|\bar{x}_0| \leq \epsilon (\epsilon \approx 0)$ として ϵ を調節すれば多数回の初期化は可能である。

4・2 最適制御との比較 本制御法の最大の特長は制御対象の形状が不明であっても制振制御可能なことであるが、制御対象形状が既知であるとして最適制御を行う場合とどの程度の差が生じるかを調べてみた。図 11 は $m=3, n=5$ の不均質単振り子系で、中央の質量をパラメータとして最適制御の解と比較して示してある。図 11(a) が波動制御、(b) が最適制御による結果である。最適制御の評価関数の重みで状態変数に関する成分は対角成分(速度および変位の二乗和の

係数)のみを考慮して $Q(i, i)=1000 (i=1 \sim m)$ と置き、制御量に対する係数は $R=1$ としている[記号は文献(10)と同じ表記法]。

波動制御では m_2 が極端に大きくなるとほとんどエネルギー吸収がない。また、極端に小さくなくてもある程度エネルギーが吸収されるとそれ以上吸収しなくなっている。このことは初期化法の種類によらない。振動波形を観察すると、これらの現象は波動の反射が実系内で生じて支持端まで波動が伝搬してこないことに起因していることがわかる。波動制御は振動エネルギーが波動伝搬してくるのを逃がすだけなので波動伝搬しにくい系では不利である。一方、最適制御では波動制御では制御できない $m_2 \approx 100$ でも十分振動を制振させている。しかし、 $m_2 = 0.01$ では制振するものの過渡的には非常に大きい振動エネルギーを系に加えており実際的ではないことがわかる。

5. あとがき

本報では多重懸垂体の振れ止め制御を懸垂体変位の波動性を利用して制振する手法を提案した。本制御法は制御対象懸垂体は他の有限自由度懸垂体に懸垂されたときの連結点の運動を計算機内でシミュレートすることにより波動制御を実現したものである。本報で明らかになったことを以下にまとめる。

- (1) 本制御法は任意形状の懸垂体の振れ止め制御に適用でき、制御入力は式(6)で与えられる。
- (2) 本制御法は懸垂系全体の重量と支持点に隣接する部材の形状がわかれば制御可能である。
- (3) 仮想懸垂系自由度が小さくても仮想系の初期化を繰返すことにより制御可能である。
- (4) 初期化のタイミングは支持端の変位加速度=0の時点、変位速度=0の時点、変位=0の時点が考えられるが、最適なタイミングは振動状態に依存する。

付 録

水平方向に多数連結された均質なばね・質量系など各質量に関する運動方程式がすべて同一である場合は定常進行波解が知られている⁽⁹⁾。懸垂系では均質であっても重力が作用するので質量番号が増えると各質量の運動方程式の係数も増加するので、これを考慮して以下のように均質単振り子多重懸垂系[式(3)]の定常進行波解が導かれる。

式(3)の定常進行波解を次のように置き、

$$\theta_m = a \exp \{i(\alpha_m - \omega T)\} / m \quad \cdots \cdots \cdots (8)$$

m 番めの運動方程式に代入すると、

$$-\omega^2/m+2=\exp\{i(\alpha_{m-1}-\alpha_m)\} \\ +\exp\{i(\alpha_{m+1}-\alpha_m)\} \dots\dots\dots (9)$$

が得られる。右辺が実数であるためには、

$$\sin(\alpha_{m-1}-\alpha_m)+\sin(\alpha_{m+1}-\alpha_m)=0$$

そこで、

$$\alpha_{m+1}-\alpha_m=\alpha_m-\alpha_{m-1}=\beta \dots\dots\dots (10)$$

と置くと、式(9)から

$$-\omega^2/m+2=2\cos\beta \dots\dots\dots (11)$$

これらの関係式を用いれば

$$(m+1)\theta_{m+1}=m\theta_m\cos\beta-m\theta'_m\sin\beta/\omega \dots\dots\dots (12) \\ \omega^2=-\theta''_m/\theta_m$$

となり、 θ_m とその微分値から θ_{m+1} が得られ、制御量は次式で表される。

$$\bar{x}_0''=m\theta_m(\cos\beta-1)-m\theta'_m\sin\beta/\omega \dots\dots\dots (13)$$

文 献

- (1) 美多・金井, 計測自動制御学会論文集, 15-6(1979), 833-838.
- (2) 白井・ほか7名, 機論, 59-561, C(1993), 1443-1447.
- (3) 谷・越後屋, 機論, 59-558, C(1993), 362-367.
- (4) 大平・久村, 計測自動制御学会論文集, 19-9(1983), 759-761.
- (5) 田中・菊島, 機論, 56-522, C(1990), 351.
- (6) 田中・菊島, 機論, 56-530, C(1990), 2575.
- (7) 田中・ほか2名, 機論, 57-537, C(1991), 1548.
- (8) Fujii, H. and Ohtsuka, T., *J. Guidance*, 15-3(1992), 741-745.
- (9) 寺沢, 振動と波動, (1984), 39, 岩波書店.
- (10) 古田・ほか3名, メカニカルシステム制御, (1984), 57, オーム社.