低振動はすば歯車装置の研究* (はすば歯車系の振動挙動の実験的把握法)

篠原 竜太郎^{*1}, 北 條 春 夫^{*2}, 梅 澤 清 彦^{*2}
王 韶 峰^{*3}, 谷 治 和 文^{*3}, 松 村 茂 樹^{*4}

An Investigation to Realize Low Vibration Helical Gearing (Experimental Interpretation of Detailed Dynamic Behavior)

Ryutaro SHINOHARA, Haruo HOUJOH, Kiyohiko UMEZAWA,
Shaofeng WANG, Kazufumi YAJI and Shigeki MATSUMURA

When shafts of helical gear system are stiffer enough than tooth mesh, the dynamic behavior can be estimated with a single-degree-of-freedom model. Recently, however, gear vibration has been reduced due to the many efforts exerted for noise reduction. As the result, the effects of shafts, bearing and gear box on the vibration have become of great importance for further noise reduction. In this paper, a new formulation to interpret the dynamic action of a helical gear from measured signal of acceleration pick-ups mounted on the gear blank is presented. In particular, transverse and tilting vibrations are discussed in detail, and they are verified with the modes of vibration of shafts measured with a laser Doppler velocimeter.

Key Words: Gear, Mode of Vibration, Helical Gear, Acceleration Pick-Up, Modulation, Transverse Vibration, Tilting Vibration, Laser Doppler Velocimeter

1. 緒 言

歯車装置の小形軽量化, 低騒音化への要求は近年ますます高まりつつあり, はすば歯車はその要求に答えている。はすば歯車は回転, 軸直角(半径), 傾き, 軸方向と4方向に振動することが知られているが⁽¹⁾, 著者らは多くの実験結果から, 回転方向振動が最も支配的であり, その振動は歯をばねとし, 歯車本体の慣性モーメントを質量とする, 1自由度系として近似できるとしてきた⁽²⁾。

しかし, さらにはすばによるスラスト力と軸そして軸受の影響をも考慮に入れば, 歯車装置のさらなる振動の低減化を目指すことが可能であると考えられる。なぜなら, 動荷重は軸から軸受などを介して歯車箱を起振し, 騒音となるからである。このため歯車の軸直角, 傾き方向振動を的確に把握する必要があるが, 歯車に取付けた加速度ピックアップではその回転とともにそれらの振動が変調を受けて検出されるため, 振

動挙動の理解が不明確であった。過去に軸直角方向振動を取上げた研究⁽³⁾においてはこれに対する計測手法が確立されていなかった。

具体的にはこの方法で測る軸直角, 傾き方向振動は, 回転, 軸方向振動とは異なり, かみあい周波数における振動が, 正確にはかみあい周波数前後の二つの成分に分かれて検出される。しかし, この現象に対する明確な解釈はいまだになされていない。

そこで本論文ではまず, はすば歯車に図1のように取付けられた四つの加速度ピックアップから計測される信号をもとに, より詳細な軸直角方向および傾き方向の振動挙動の把握法を新たに提唱する。次に歯車軸の振動モードをレーザドップラー振動計により実験的に求め, 今回新たに提案した把握法の結果と比較し,

図1 加速度ピックアップのレイアウト

* 原稿受付 平成6年5月27日。

^{*1} 学生員, 東京工業大学大学院 (〒226 横浜市緑区長津田町4259)。

^{*2} 正員, 東京工業大学精密工学研究所。

^{*3} 東京工業大学大学院。

^{*4} 正員, 東京工業大学大学院。

この把握法を検証する。

2. 記号

A : 軸直角方向振動における変位軌跡の主軸方向の振幅

$E^{\omega\theta}$: 回転変換行列

$\vec{P}$: 傾き方向計測用加速度ピックアップの位置ベクトル

$\vec{R}$: 軸直角方向計測用加速度ピックアップの方向ベクトル ($|\vec{R}|=1$)

$\vec{S}$: 歯車中心の軸直角方向変位ベクトル

$\vec{T}$: 傾き方向計測用加速度ピックアップの方向ベクトル ($|\vec{T}|=1$)

Z : 歯数

k : だ円の長短径比 ($-1 \leq k \leq 1$)

p : 加速度ピックアップの取付半径

t : 時間

$\vec{\xi}$: 歯車側面に垂直なベクトル ($|\vec{\xi}|=p$)

θ : 歯車の傾き角

θ_0 : 歯車の最大傾き角

ω_s : 軸の回転角速度

ω_z : かみあい角振動数 ($\omega_z = Z\omega_s$)

$\vec{\omega}$: 回転変換行列の回転軸ベクトル

下添字

i : 1=駆動, 2=被動

3. 加速度ピックアップの出力信号の検討

はすば歯車の振動計測は、図1に示すように歯車側面に四つの加速度ピックアップ(以下加速度P.U.と略す)を取付けて行う。回転方向に向けた加速度P.U. I,

IIの信号の和の1/2から回転方向、差の1/2から軸直角(半径)方向振動の計測ができる。また、軸方向に向けた加速度P.U. III, IVの信号の和の1/2から軸方向、差の1/2から傾き方向振動を計測している。

この方法で回転方向振動を計測すると図2(a)に示すようにかみあい周波数成分が卓越し、また軸方向振動も同様に観測される。しかし、図2(b), (c)に示すように、軸直角、傾き方向振動は、静止座標から観測される振動が回転による変調を受けたものになるため、かみあい周波数近傍で二つの周波数成分に分かれて観測される。以下その軸直角、傾き方向振動の計測信号と歯車本体の振動モードとの関係を明らかにする。ここで二つの成分の振幅の関係が、振動の軌跡によって異なるという特長のあることを明らかにしている。

なお図2から、歯車のかみあい周波数による振動が支配的であることが観察できるので、本論文ではかみあい周波数の振動に着目し、その角振動数を ω_z 、また軸の回転角速度を ω_s として議論を進める。

3.1 軸直角方向振動の検討 歯車の軸直角方向振動 $\vec{S}$ と、それを計測する加速度P.U.の向き $\vec{R}$ との関係は、図3のようにモデル化できる。O-XYは空間に固定されている直交座標であり、その原点は負荷トルクを静的に与えたときの歯車中心に一致する。またo-xyは歯車中心に固定された直交座標で、この二つの座標系は同一平面内にありX軸とx軸が平行であるとする。ここでO-XY座標から見た点oの変位ベクトル $\vec{S}$ の運動が歯車の軸直角方向振動を表す。

歯車中心すなわち点oは歯車が振動していないときは点Oと一致しているが、軸が回転を始めると歯のかみあいに起因してかみあい周波数 $\omega_z/(2\pi)$ で軸直

図2 各方向振動のカスケード線図

図3 軸直角方向振動モデル

角方向に、すなわち XY 平面内で直線あるいはふれまわりの運動をする。この運動は直線、円を含めてだ円と考えることができる。そこで振動軌跡の主軸が X 軸に一致するものとし、その振幅を A とすると振動の軌跡は $\vec{O}O = \vec{S}$ として

$$\vec{S} = (A \cos \omega_z t, kA \sin \omega_z t),$$

$$\text{ただし } -1 \leq k \leq 1 \dots \dots \dots (1)$$

と表せる。

一方ベクトル $\vec{R}$ は、 $o-xyz$ 座標上にあつて点 o が始点の単位ベクトルであり、回転方向に向けた加速度 P. U. (図1の Acc. P. U. I, II) を合成して計測する軸直角方向を代表させたものである。この単位ベクトルは点 o を中心に軸の回転角速度 ω_s で回転しており、

$$\vec{R} = (\cos \omega_s t, \sin \omega_s t) \dots \dots \dots (2)$$

と表すことができる。

ここで式(1)の振動軌跡は、 $-1 \leq k \leq 0$ で軸の回転とは逆方向の回転運動、 $k=0$ で単振動、 $0 < k \leq 1$ で軸の回転と同方向の回転運動をそれぞれ表すことになる。

加速度 P. U. で加速度を計測することから、式(1)の振動加速度を求めると

$$\ddot{\vec{S}} = (-\omega_z^2 A \cos \omega_z t, -\omega_z^2 kA \sin \omega_z t) \dots \dots \dots (3)$$

である。 $\ddot{\vec{S}}$ の $\vec{R}$ 方向の加速度は、内積 $\ddot{\vec{S}} \cdot \vec{R}$ で与えられ、これが計測される信号となる。いま歯数が Z のとき、かみあい周波数は回転の Z 次に相当する。すなわち $\omega_z = Z\omega_s$ であることを考慮すると、内積 $\ddot{\vec{S}} \cdot \vec{R}$ は

$$\begin{aligned} \ddot{\vec{S}} \cdot \vec{R} = & -\frac{1}{2} \omega_z^2 A \{ (1+k) \cos (Z-1) \omega_s t \\ & + (1-k) \cos (Z+1) \omega_s t \} \dots \dots \dots (4) \end{aligned}$$

となる。

つまり、歯車がかみあい周波数で振動しているとき、その回転方向振動は回転の Z 次を調べればよいのに対して、軸直角方向振動では回転の $Z \pm 1$ 次を調べな

くはならず、かつ回転 Z 次の成分は存在しない。これは図2(b)において、かみあい周波数の前後の周波数成分が検出されていることと対応している。

さらに、振動計測結果のそれぞれの成分の振幅を a_{z-1}, a_{z+1} とすると、この二つの値から k と A の値が求まり、かみあい周波数による歯車の軸直角方向振動の軌跡の形状や、ふれまわりの回転方向までも特定できる。すなわち式(4)から、(i) $a_{z-1} = a_{z+1}$ のとき $k=0$ であるから単振動、(ii) $a_{z-1} = 0$ のとき $k=-1$ で軸の回転と逆向きの円運動、 $a_{z+1} = 0$ のとき $k=1$ で軸の回転と同じ向きの円運動、(iii) これ以外は大円運動となり、 $a_{z-1} < a_{z+1}$ のとき $k < 0$ であり軸の回転とは逆向き、 $a_{z-1} > a_{z+1}$ のとき $k > 0$ であり軸の回転と同方向のふれまわり運動をすることがわかる。

また、かみあい周波数の n 倍の高調波について調べるときには、回転の $nZ \pm 1$ 次を調べて同様の評価をすればよい。

一方、かみあい周波数における軸直角方向振動加速度の真の実効値 G_{RT} は、加速度の大きさの rms 値で与えられるものと考え、周期を T とすると、

$$G_{RT} = \sqrt{\frac{1}{T} \int_{-(T/2)}^{T/2} |\ddot{\vec{S}}|^2 dt} = \omega_z^2 A \sqrt{\frac{1+k^2}{2}} \dots (5)$$

であるから、 k と A の値から求められる。しかし、周波数分析器で計算される見掛けの実効値 G_{RF} は二つの周波数成分の rms 値の合成であるので、

$$G_{RF} = \frac{\omega_z^2 A}{2} \sqrt{1+k^2} \dots \dots \dots (6)$$

である。これら二つの値の間には

$$G_{RT} = \sqrt{2} G_{RF} \dots \dots \dots (7)$$

の関係がある。この関係はかみあい周波数のすべての高調波についてもつねに成り立つので、後に図7で示すような Over All 値の計測をする場合には、計測された値の $\sqrt{2}$ 倍が真の振動の大きさを表している。

3.2 傾き方向振動の検討 歯車の傾き方向振動を図3の軸直角方向振動と同様の考え方から、図4に表したモデルを使って考える。円 C は歯車を表しており、円 C の中心は空間に固定された $O-XYZ$ 座標系の原点 O にある。

さて、傾き方向振動は軸の傾きで表現できる。すなわち、原点 O を始点とする、円 C に垂直なベクトル $\vec{\xi}$ でこれを表す。このベクトルの大きさを便宜上加速度 P. U. の取付半径 ρ に等しいとおく。

歯車が振動していないときのベクトル $\vec{\xi}$ は Z 軸に一致しているが、軸が回転を始めると歯のかみあいにより Z 軸のまわりをかみあい周波数で運動する。また θ はそのとき Z 軸とベクトル $\vec{\xi}$ のなす角で、時間の関数

である。その運動は、 ξ の先端のXY平面上への正射影の軌跡が軸直角方向振動の解析と同様にだ円で表せると考える。その主軸の向きがX軸に一致するとし、ベクトル ξ とZ軸のなす最大角を θ_0 とすると、

$$\xi = (p \sin \theta_0 \cos \omega_z t, kp \sin \theta_0 \sin \omega_z t, p\sqrt{1 - \sin^2 \theta_0 (k^2 \sin^2 \omega_z t + \cos^2 \omega_z t)}),$$

ただし $-1 \leq k \leq 1$ (8)

と表すことができる。このとき θ は

$$\left. \begin{aligned} \cos \theta &= \sqrt{1 - \sin^2 \theta_0 (k^2 \sin^2 \omega_z t + \cos^2 \omega_z t)} \\ \sin \theta &= \sin \theta_0 \sqrt{k^2 \sin^2 \omega_z t + \cos^2 \omega_z t} \end{aligned} \right\} \text{ (9)}$$

によって関係づけられる。

さて図4のベクトル $\vec{P}$ は軸方向に向けた加速度P.U.(図1のAcc. P.U.III, IV)の位置ベクトルであり、またベクトル $\vec{T}$ はその加速度P.U.の主軸の向きを表す大きさが1の方向ベクトルであって、

$$\vec{T} = \xi / |\xi| \text{ (10)}$$

である。

ここでまずベクトル $\vec{P}$ を求めるために、歯車を表す円Cが、Z軸とベクトル ξ の双方に垂直なXY平面内のベクトル $\vec{\omega}$ を回転軸として、角度 θ だけ傾いたものとして計算する。すなわち回転変換行列を用いる。Tは転置を表すものとして、単位ベクトル

$$\vec{\omega} = (\lambda, \mu, 0)^T \text{ (11)}$$

まわりの角度 θ の回転を示す回転変換行列 $E^{\omega\theta}$ は次のように表される⁽⁴⁾。

$$E^{\omega\theta} = \begin{bmatrix} \cos \theta + \lambda^2(1 - \cos \theta) & \lambda\mu(1 - \cos \theta) & \mu \sin \theta \\ \lambda\mu(1 - \cos \theta) & \cos \theta + \mu^2(1 - \cos \theta) & -\lambda \sin \theta \\ -\mu \sin \theta & \lambda \sin \theta & \cos \theta \end{bmatrix} \text{ (12)}$$

ここでベクトル $\vec{\omega}$ は、

$$\vec{\omega} = \left(\frac{-k \sin \omega_z t}{\sqrt{k^2 \sin^2 \omega_z t + \cos^2 \omega_z t}}, \frac{\cos \omega_z t}{\sqrt{k^2 \sin^2 \omega_z t + \cos^2 \omega_z t}}, 0 \right)^T \text{ (13)}$$

である。

さて、歯車が角速度 ω_s で回転し、かつ傾き方向に振動していないときの加速度P.U.の位置ベクトルを $\vec{P}'$ とし、

$$\vec{P}' = (p \cos \omega_s t, p \sin \omega_s t, 0)^T \text{ (14)}$$

と書く。このとき式(8)で表示されるベクトル ξ は、 $-1 \leq k < 0$ のとき軸の回転とは逆方向の回転運動、 $k = 0$ のときXZ面内の単振動、 $0 < k \leq 1$ のとき軸の回

転と同方向の回転運動をそれぞれ表すことになる。

これらよりベクトル $\vec{P}$ は、ベクトル $\vec{P}'$ と式(9)、(12)、(13)を用いて、

$$\vec{P} = E^{\omega\theta}(\vec{P}') \text{ (15)}$$

と求められる。

さらに振動加速度を計測することに対応させて、ベクトル $\vec{P}$ を時間で2回微分してベクトル $\ddot{\vec{P}}$ を求め、その $\vec{T}$ 方向の成分が求める加速度P.U.の出力信号であるから内積 $\ddot{\vec{P}} \cdot \vec{T}$ を計算する。いま、歯車の傾き振動の最大角振幅 θ_0 は十分小さいと考えられるので、 $\sin \theta_0 \cong \theta_0$, $\cos \theta_0 \cong 1$, $\sin^2 \theta_0 \cong 0$ とすると、

$$\begin{aligned} \ddot{\vec{P}} \cdot \vec{T} &= \frac{1}{2} \omega_z^2 p \theta_0 \left\{ (1+k) \left(1 - \frac{2}{Z} \right) \cos(Z-1) \omega_s t \right. \\ &\quad \left. + (1-k) \left(1 + \frac{2}{Z} \right) \cos(Z+1) \omega_s t \right\} \text{ (16)} \end{aligned}$$

となる(付録参照)。この式(16)は、傾き方向振動計測の際に、図2(c)のようにかみあい周波数前後の周波数成分、すなわち回転の $Z \pm 1$ 次が観測され、かみあい周波数成分が存在しないことを示している。

したがって図2(c)のように観測される二つの成分の振幅と式(16)とから、 k と θ_0 の値を求めることが可能になる。一方、式(16)を式(4)と比較すると、式

図4 傾き方向振動モデル

(16)はそれぞれの成分の振幅が歯数 Z に依存し、かつその符号が反転している点が式(4)と異なっている。しかし歯数 Z が十分に大きい場合にはこれを無視できると考えられるので、軸直角方向振動と同じように式(8)からベクトル $\vec{\xi}$ の振動軌跡を知ることができる。すなわち、ベクトル $\vec{\xi}$ の XY 平面上への正射影の軌跡は、回転 $Z-1, Z+1$ 次の振幅のどちらかが零のときは円軌跡、ほぼ等しいときは直線、それ以外ではだ円となり、回転の方向は $Z-1$ 次成分のほうが大きいときに軸の回転と同方向、 $Z+1$ 次成分のほうが大きいときは逆向きになる。

また、かみあい周波数の n 倍の高調波について調べるときに、回転の $nZ \pm 1$ 次を調べて評価をすればよいのも軸直角方向振動の場合と同じである。

さて、傾き方向振動では式(8)から求まる $|\dot{\xi}|$ の rms 値がかみあい周波数による振動の真の実効値 G_{TT} を表すと考え、それを求めると、

$$G_{TT} = \sqrt{\frac{1}{T} \int_{-(T/2)}^{T/2} |\dot{\xi}|^2 dt} \cong \omega_z^2 p \theta_0 \sqrt{\frac{1+k^2}{2}} \dots (17)$$

となって、 k と θ_0 の値から計算できる。一方周波数分析器で計算される見掛けの実効値 G_{TF} は

$$G_{TF} = \frac{\omega_z^2 p \theta_0}{2} \sqrt{1+k^2 - \frac{8k}{Z} + \frac{4(k^2+1)}{Z^2}} \dots (18)$$

となり、歯数 Z が十分大きいときは軸直角方向振動のときと同様

$$G_{TT} \cong \sqrt{2} G_{TF} \dots (19)$$

が成り立つとみなすことができる。すなわち軸直角方向振動と同様、Over All の真の値は周波数分析器で計算された Over All 値を $\sqrt{2}$ 倍したものになる。

4. 実験装置と実験方法

以上で予測される挙動を実験的に確認するために、以下に示すような実験を行った。

4.1 実験装置の概要 図5に実験装置の概略を示す。歯車軸は加速度 P.U.からの信号を取出すために中空軸になっており、単列深溝玉軸受(型番 6207 ZZ)

図5 歯車試験機概略図

で支えられている。軸受台はスラスト、ラジアル方向に関して完全に剛であるとみなせるよう設計製作してある。なお、作用平面上の伝達力は 2.5×10^3 N であり、図5で紙面の表から裏へとかみあいが進行するように歯車を回転させ、その上部から無添加タービン油を供給し、循環させている。

本研究で用いた歯車諸元を表1に示す。試験歯車対は、SCM3を $H_{RC}55$ 程度に焼入れ焼戻しの後、歯研仕上げを行ったものである。正面かみあい率と重なりかみあい率の数値が示すように、はすば歯車の中でも特に低振動性に優れた歯車対である。ここでは歯数比約3対2として増速の場合の振動挙動を調べる。この歯車に、図1のように加速度 P.U.を取付けて各方向の振動を計測している。

計測はFFTアナライザを用いて周波数分析と回転次数分析を行い、信号の Over All 値とかみあい周波数成分の振幅について調べた。なお、回転、傾き方向振動加速度の測定値は、基礎円上の値に換算している。

4.2 レーザドップラー振動計による軸の振動の計測方法 かみあい周波数による歯車軸の振動モードを調べるためにレーザドップラー振動計(OMETRON社製)を用いた。図6に示すように、駆動、被動軸のそれぞれについて歯車を中心に歯車のブランク部分(図6中 U, V)と軸受の内側と外側の部分の計6箇所を水平、垂直方向からレーザ光を照射して振動を測定している。これらはいずれもかみあい周波数の振動として観測される。そして、それぞれの場所における水平、垂直方向振動の振幅と位相を合成して、

表1 試験はすば歯車諸元

Number of teeth Z	42	62
Helix angle β (°)	30	
Normal module m_n	2.0	
Facewidth b (mm)	20.0	
Transverse contact ratio ε_α	1.43	
Overlap contact ratio ε_β	1.59

図6 レーザドップラー振動計による軸の振動測定部位

軸の振動軌跡を求めた。位相はトルクの影響を受けない場所での回転トリガ信号を基準として求めている。なお、加速度 P.U. は図 6 の U 側の歯車側面に取付けられている。また測定結果はすべて変位の振幅に換算している。

5. 実験結果および考察

5.1 加速度ピックアップの振動応答 図 7 は加速度 P.U. で計測した試験歯車対の回転数(かみあい周波数で表示)に対する振動加速度の応答をまとめたものであり、左側が駆動歯車、右側が被動歯車の振動である。それぞれの上段は回転方向振動(Rotational)であり、太線は Over All (O.A. と表示)、細線はかみあい周波数成分を表している。

中段と下段は、それぞれ軸直角方向振動(Transverse)と傾き方向振動(Tilting)であり、太線は Over All である。式(7)、(19)の結果から真の Over All 値

はこの太線を $\sqrt{2}$ 倍したものである。また破線は駆動、被動それぞれの歯車における回転 Z_i-1 次の振動成分であり、細線は回転 Z_i+1 次の振動成分である。

5.2 軸の振動モードの表示 図 8 から 10 では、レーザドップラー振動計で計測した各軸上 6 箇所の振動軌跡を並べ、また、加速度 P.U. で測定した回転方向振動とから、歯車系全体の振動モードを示している。図 8~10 中の U、V は図 6 で示した歯車ブランク部の振動軌跡である。

歯車軸の各部位における振動の位相を、駆動歯車の回転方向振動変位が最大にふれたときの位置として求めて○印で示し、そこから半周期進んだときの位置を△印で表してそれぞれを細線、破線で結ぶことにより軸の振動モードを表している。そして軸のふれまわり運動の方向を矢印で示している。

また回転方向振動の大きさは、図 8~10 中の歯車基礎円上に沿って描いた矢印の長さで示している。以下

図 7 加速度ピックアップによる各方向の振動応答

図 8 歯車系の振動モード (1 235 Hz)

図 10 歯車系の振動モード (2 412 Hz)

図 9 歯車系の振動モード (1 445 Hz)

で、かみあい周波数 1235 Hz と 1445 Hz そして 2412 Hz の振動について検討する。

5・2・1 1235 Hz の挙動 (図 8) 駆動歯車は回転方向のみに共振が生じている (図 7)。軸直角方向振動は回転 Z_1+1 次の振動成分がほとんど零に等しく、式 (1), (4) から円に近い軌跡で軸の回転と同方向にふれまわりの回転運動をしていることが予想できる。また傾き方向振動は回転 Z_1-1 次、回転 Z_1+1 次の振動成分が両方とも非常に小さく式 (8), (16) からほとんど振動していないことが考えられる。

そこで図 8 の駆動軸の振動モードを特に U, V の位置で見ると、振動の軌跡がほぼ円に近く、ふれまわりの方向も加速度 P.U. による測定結果からの推定に等しい。また、 U, V とも振動の軌跡がほぼ同じでかつ同位相であることから傾き方向にはほとんど振動しないこともわかる。

被動歯車は、この周波数ではどの方向にも顕著な共振はない (図 7)。軸直角方向は回転 Z_2+1 次のほうが Z_2-1 次よりも大きく、軸の回転と逆方向に円軌跡を描きながらふれまわりの運動をしていることがわかる。また駆動歯車における軸直角方向の回転 Z_1-1 次

成分と回転 Z_1+1 次成分の和より被動歯車のそのほうが大きく、式 (1), (4) から被動歯車のほうが駆動歯車よりも振動軌跡の主軸が大きいことが予想できる。傾き方向は回転 Z_2-1, Z_2+1 次とも非常に小さくほとんど振動していない。

これらの事柄はすべて図 8 の被動軸のモードとよく対応している。

5・2・2 1445 Hz の挙動 (図 9) 駆動歯車はこの周波数でどの方向にも共振していない (図 7)。図 9 の駆動軸の振動モードを見ると軸の振動は小さい。また U, V の振動の軌跡、位相ともほぼ等しく、傾き方向にもほとんど振動のない状態を示している。

被動歯車については図 7 で、回転方向と軸直角方向に大きな共振が生じている。軸直角方向は回転 Z_2-1 次と回転 Z_2+1 次の振動成分がほぼ等しく、単振動していることがわかり、駆動歯車に比べて被動歯車の振動が格段に大きいこともわかる。傾き方向は振動レベルが小さい。

ここで図 9 の被動軸を見ると、軸がほとんど直線に近い円軌跡を描いて振動しておりその振動が大きいことと、また U, V で振動の軌跡、位相ともほぼ等しく、傾き方向にはほとんど振動のない状態を示していることが推定とよく対応している。

そして、被動軸全体の振動の方向が作用線の向きと直交していることが明りょうである。

5・2・3 2412 Hz の挙動 (図 10) 駆動歯車の振動応答では、すべての方向で共振が生じており (図 7)、特に傾き方向振動が大きい。軸直角方向は回転 Z_1-1 次の振動成分が回転 Z_1+1 次の成分より大きく、円軌跡で軸の回転と同方向にふれまわりの回転運動をしていることになる。傾き方向は逆に回転 Z_1+1 次のほうが回転 Z_1-1 次の振動成分より大きく、歯車の側面に垂直なベクトルが軸の回転と反対方向に回転してい

る状態を表している。しかし、通常の振動モードにおいては軸直角と傾きとは同じ次数の振動成分のほうが大きくなることが予想できる。

一方、図10の駆動軸をみると、加速度 P.U.の取付けられている側 U のブランク部はだ円軌跡で軸の回転方向と同方向のふれまわり運動をしており、加速度 P.U.と同じ現象を示しているが、反対側 V ではその逆方向に回転している。

そこでこの周波数において、 U と V の振動軌跡から式(8)におけるベクトル ξ の X, Y 座標に相当する値を求め、駆動軸の振動モードの左横にその軌跡を表示した。その結果は大きなだ円軌跡で軸の回転と逆方向に回転しており加速度 P.U.が示す状態に等しいことが明らかになった。

被動歯車でもすべての方向に共振が生じているが(図7)、特に回転方向の振動が顕著である。軸直角方向は回転 Z_2+1 次のほうが回転 Z_2-1 次の振動成分よりわずかに大きく、直線に近いだ円軌跡で軸の回転と逆方向にふれまわり運動をしていると考えられる。傾き方向は回転 Z_2-1 次と回転 Z_2+1 次の振動成分の大きさが等しく歯車側面の法線ベクトルがほぼ単振動していると推定できる。

図10の被動軸での U, V の振動状態は、加速度 P.U.による軸直角方向の測定結果からの推定に等しい。また、駆動軸と同様に、式(8)におけるベクトル ξ の XY 平面上への正射影軌跡に対応する軌跡を U, V から求めて被動軸の振動モードの右横に表したが、これも加速度 P.U.と同じ状態であることがわかる。

6. 結 言

本論文では、これまであまり論じられることのなかったはすば歯車の軸直角方向振動と傾き方向振動の計測手法を詳細に検討し、以下の結論を得た。

(1) 歯車側面に取付けた四つの加速度ピックアップの出力信号を回転次数分析することによって、軸直角方向と傾き方向の振動軌跡の形状が理論的に求まることを明らかにした。

(2) さらにレーザドップラー振動計を用いて歯車軸の振動モードを実験的に求めた。その結果と加速度ピックアップによって推定される軸直角方向と傾き方向の振動のようすとを比較し、両者がほぼ一致することを確認した。

(3) また歯車の軸直角方向振動が必ずしも作用線方向に生じてはおらず、種々の振動モードが生じていることを明らかにした。

なお、本研究は本学和田選技官、櫻井欣夫技官そして学部学生東山祐三君の多大なる協力のもと行われたことを記して、感謝する。また本研究は平成3年度科学研究費一般研究(A)03402028、並びに平成6年度科学研究費一般研究(A)05402032の補助を受けて行われたことを付記し、謝意を表す。

付 録

傾き方向振動に関して、式(16)を厳密に計算すると以下ようになる。

$$\begin{aligned} \ddot{\mathbf{P}} \cdot \bar{\mathbf{T}} = & \frac{(1+k)\omega_z^2 p \sin \theta_0}{2} \left\{ -\frac{2k\omega_s}{a\omega_z} \right. \\ & - \frac{2\omega_s}{\omega_z \sqrt{1-a \sin^2 \theta_0}} + \frac{2k\omega_s}{a\omega_z \sqrt{1-a \sin^2 \theta_0}} \\ & + \frac{\cos^2 \theta_0}{(1-a \sin^2 \theta_0)^{3/2}} - \frac{4k^2-2k^2 a \sin^2 \theta_0-2ka}{a^2 \sqrt{1-a \sin^2 \theta_0}} \\ & + \left. \frac{4k^2}{a^2} - \frac{2k}{a} - \frac{k^2 \sin^2 \theta_0 \cos^2 \theta_0}{(1-a \sin^2 \theta_0)^{3/2}} \right\} \\ & \times \cos(Z-1)\omega_s t + \frac{(1-k)\omega_z^2 p \sin \theta_0}{2} \\ & \times \left\{ -\frac{2k\omega_s}{a\omega_z} + \frac{2\omega_s}{\omega_z \sqrt{1-a \sin^2 \theta_0}} \right. \\ & + \frac{2k\omega_s}{a\omega_z \sqrt{1-a \sin^2 \theta_0}} + \frac{\cos^2 \theta_0}{(1-a \sin^2 \theta_0)^{3/2}} \\ & - \frac{4k^2-2k^2 a \sin^2 \theta_0+2ka}{a^2 \sqrt{1-a \sin^2 \theta_0}} + \frac{4k^2}{a^2} \\ & + \left. \frac{2k}{a} - \frac{k^2 \sin^2 \theta_0 \cos^2 \theta_0}{(1-a \sin^2 \theta_0)^{3/2}} \right\} \cos(Z+1)\omega_s t, \\ a = & k^2 \sin^2 \omega_z t + \cos^2 \omega_z t \cdots \cdots \cdots (20) \end{aligned}$$

ここで、 $k=\pm 1$ とすると近似なしで次のようになる。

$$\ddot{\mathbf{P}} \cdot \bar{\mathbf{T}} = \omega_z^2 p \sin \theta_0 \left(2 - \cos \theta_0 \mp \frac{2}{Z} \right) \cos(Z \mp 1)\omega_s t \cdots \cdots \cdots (21)$$

一方、ベクトル ξ の XY 平面上への正射影が X 軸上を単振動している状態は、式(8)において $k=0$ とするほかに、 ξ が XZ 面内を単振動しているとして次のように表すこともできる。

$$\begin{aligned} \xi = & (p \sin \theta, 0, p \cos \theta) \left\{ \cdots \cdots \cdots (22) \right. \\ & \left. \theta = \theta_0 \cos \omega_z t \right\} \end{aligned}$$

このときの加速度ピックアップの出力信号は、近似をまったく使用しないで式(16)に $k=0$ を代入したものになる。

文 献

- (1) 清野・ほか2名, 機論, 43-373(1977), 3556.
- (2) 鈴木・梅澤, 機論, 53-490, C(1987), 1249.
- (3) 会田・ほか3名, 機論, 34-268(1968), 2254.
- (4) 広瀬, ロボット工学, (1987), 10, 裳華房.