マス-ばね階層構造の波動吸収制御*

内 海 雅 彦^{*1}

Wave-Absorbing Control for Mass-Spring Layered Structure

Masahiko UTSUMI

The controller transfer function and its digital implementation algorithm are derived by transforming a mass-spring layered structure into an equivalent uniform beam, whose wave propagation times among the boundaries, sensor and actuator positions are equal to those of the original mass-spring layered structure. When the actuator is at the top layer, the control can be determined only by the dead time rule. When the actuator is not at the top layer, the control is determined by the dead time rule and the convolution rule. The latter is transformed to the new fast algorithm in order to reduce the computation time since the controller impulse response function to be convoluted with the sensor output has no damping and the convolution integration range cannot be truncated. Time response analysis shows that by the present control, response can be reduced considerably without causing instability.

Key Words: Flexible Structure, Vibration Control, Active Wave Control, Wave Absorption, Mass-Spring Layered Structure, Equivalent Uniform Beam

1. 緒 言

マス-ばね階層構造は、風に対する制振対策が厳しく要求されるビル柔軟構造の力学モデルとして頻用される。このため現在まで、状態モード方程式を基に、LQR 制御⁽¹⁾、LQG 制御⁽²⁾、出力フィードバック制御⁽³⁾、 H^∞ 制御⁽⁴⁾、 μ シンセシス⁽⁵⁾、スライディングモード制御⁽⁶⁾ など種々の制振制御則を適用した研究が行われている。一方、こうしたモード制振法に対して、波動吸収制御方式による制振法が近年注目されている。これは、検出した入射波を吸収して反射波を生じさせないような制御を加えることにより、入射波と反射波との干渉によって生じる固有振動モードの励起を防止しようとする制振法である。本制振法はすでに、一様ベルヌーイ・オイラーはりの曲げ振動制御に関して広く研究が行われ^{(7)~(10)}、報告者も制御器伝達関数の解析的実装による制振実験を行い理論解との一致を検証している⁽¹¹⁾。また、各層の質量および各結合ばね剛性の等しい一様マス-ばね階層構造⁽¹²⁾、あるいは区分的に異なるマス-ばね階層構造⁽¹³⁾ への応用も報告されてい

る。本論文は、各階層質量、ばね剛性が同一とは限らない非一様性のより強い場合に対処するための別の一手法について検討することを目的とする。それは、非一様マス-ばね階層構造を波動論的観点より等価な一様せん断はりに変換して制御器伝達関数を導き、その制御器伝達関数をもとのマス-ばね階層構造に移植・転用して制振を行う方法である。この等価変換は、境界、センサ点、制御点の各点間のせん断波伝ば時間が原始マス-ばね階層構造と等価な一様はりとして相等的という規準の下でなされる。次に、この等価変換より導かれた制御器伝達関数のデジタル実現アルゴリズムを導いて、これを原始マス-ばね階層構造に作動させた際の時刻歴応答解析を行い、本制御法の有効性を検証する。

2. 対象モデルと制振機構

図 1 のような、 N 層から成るマス-ばね構造の第 C 層にアクティブ動吸振器 m_A を設置して制振する場合を考える。本系の運動方程式は、 m_A を設置しない場合、各質量 m_i の静止座標系に対する水平変位を x_i 、外乱力を f_i^d 、第 i 層質量 m_i のすぐ下側にある結合ばね定数を k_i として

* 原稿受付 平成 6 年 7 月 4 日。

*¹ 正員、石川島播磨重工業(株)技術研究所 (〒135 東京都江東区豊洲 3-1-15)。

図1 マス-ばね階層構造

$$\left. \begin{aligned} m_1 \ddot{x}_1 + (k_1 + k_2)x_1 - k_2 x_2 &= f_1^d \\ m_i \ddot{x}_i - k_i x_{i-1} + (k_i + k_{i+1})x_i \\ &\quad - k_{i+1} x_{i+1} = f_i^d \quad (i=2 \sim N-1) \\ m_N \ddot{x}_N + k_N(x_N - x_{N-1}) &= f_N^d \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (1)$$

である。 m_A を設置する場合には、式(1)内の m_c に関する式の右辺に、 m_c から m_A に加えられる駆動力 F の反作用 $-F$ と、ばね力 $k_A(x_A - x_c)$ を付加して例えば $2 \leq C \leq N-1$ では

$$\begin{aligned} m_c \ddot{x}_c - k_c x_{c-1} + (k_c + k_{c+1})x_c - k_{c+1} x_{c+1} \\ = -F + k_A(x_A - x_c) + f_c^d \dots\dots\dots (2) \end{aligned}$$

とし、さらにアクティブ動吸振器 m_A に関する運動方程式

$$m_A \ddot{x}_A = F - k_A(x_A - x_c) \dots\dots\dots (3)$$

を付加すればよい。ここで x_A は m_A の水平方向絶対変位である。以下では、 x_A の代わりに m_A のストローク z (m_c に関する相対変位)

$$z = x_A - x_c \dots\dots\dots (4)$$

を用い、式(2)、(3)の代わりにこれら2式より F を消去した

$$\begin{aligned} (m_c + m_A) \ddot{x}_c + m_A \ddot{z} - k_c x_{c-1} \\ + (k_c + k_{c+1})x_c - k_{c+1} x_{c+1} = f_c^d \dots\dots\dots (5) \end{aligned}$$

と m_A の動特性をモデル化した式

$$\ddot{z} + 2\zeta_m \omega_m \dot{z} + \omega_m^2 z = \omega_m^2 u - \ddot{x}_c \dots\dots\dots (6)$$

を基礎式として用いる⁽³⁾。ここで u は、ストローク z に対する命令値を表す制御入力、右辺第2項は z の制御に対する外乱項である。式(6)は、命令値 u から実現値 z への伝達特性を2次のローパスフィルタによ

りモデル化している。これは、低周波数域では実現値 z が命令値 u にゲイン1で位相おくれなく追従できる制振機の特性を模擬するためである。 u と F との関係は式(3)、(6)より以下のように表される。

$$F = m_A(\omega_m^2 u - 2\zeta_m \omega_m \dot{z} - \omega_m^2 z) + k_A z \dots\dots\dots (7)$$

本論文では後ほど、波動吸収制御則を、ある階層(第 S 層とする)で検出した加速度 $\ddot{x}_s(t)$ から m_A の設置された第 C 層に加えるべき波動吸収制御力 $Q(t)$ への伝達関数 $H(s)$ として決定する。しかしこの力 $Q(t)$ を実際に直接加えることはできないので、 u 、 F を介して発生させることになる。すなわち、制御時に m_A の駆動により m_c に新たに作用する力 $-F + k_A z$ [式(2)参照]の像関数が $\bar{Q}(s) \equiv L(Q(t))$ となる条件

$$-\bar{F} + k_A \bar{z} = H(s) s^2 \bar{x}_s(s) \dots\dots\dots (8)$$

のラプラス逆変換と式(7)より F を消去して

$$\begin{aligned} u(t) = \frac{-1}{m_A \omega_m^2} \int_0^t h(t-\tau) \ddot{x}_s(\tau) d\tau \\ + \{2\zeta_m \omega_m \dot{z}(t) + \omega_m^2 z(t)\} / \omega_m^2 \dots\dots\dots (9) \end{aligned}$$

を導き、式(9)を検出加速度 $\ddot{x}_s(t)$ とストローク z により制御入力 u を決定する制御則として用いる。以下では、マス-ばね階層構造の波動論的等価一様はりへの変換により制御器伝達関数 $H(s)$ を決定し(3章)、さらに $H(s)$ のラプラス逆変換 $h(t)$ を求めることにより、制御則(9)のたたみこみ項のデジタル実現アルゴリズムを導く(4章)。

3. 制御器伝達関数の決定

原始マス-ばね階層構造の波動論的等価一様はりへの変換は、以下の手順でなされる。

(1) 各ばね部分 k_i のせん断はりへの置換により、多数の付加マスを有する非一様せん断はりに変換する(3・1節)。

(2) 両端境界、センサ点、制御点各位置間のせん断波伝ば時間の等価性を規準として、(1)で得た非一様を付加マスのない一様はりに変換する(3・2, 3・3節)。

以上により得られた等価はりに対して波動吸収制御器伝達関数を決定する(3・4節)。

3・1 ばねのせん断はりへの変換 原始モデル(図1)

の第 i 層の下各ばね k_i をそれと等しい静剛性 k_i 、長さ l_i のせん断はりに変換する。せん断はりの密度 ρ 、横弾性係数 G は材質により既知とし、断面積 A_i を決定する。せん断はりの方程式

$$\rho A_i \ddot{w} - G A_i w'' = 0 \quad (0 \leq x \leq l_i) \dots\dots\dots (10)$$

において慣性力を省略し、下端固定、上端に働く力 F

なる境界条件

$$w|_{x=0}=0, GA_i w'|_{x=l_i}=F \quad \cdots \cdots \cdots (11)$$

の下で解いて

$$F=(GA_i/l_i)w|_{x=l_i} \quad \cdots \cdots \cdots (12)$$

を得る。 GA_i/l_i を k_i に等置すれば断面積 A_i が

$$A_i=k_i l_i/G \quad \cdots \cdots \cdots (13)$$

と定められる。

3.2 付加マスを有する非一様はりの波動伝ば時間

まず、原始モデルのばね k_i に対応するはり部分の波動伝ば時間の総和 T_1 は、式(10)より

$$T_1=\sum_{i=1}^N \frac{l_i}{\sqrt{G/\rho}} \quad \cdots \cdots \cdots (14)$$

次に、第 i 層質量 m_i に対応する付加マス部分をせん断波が透過するのに要する時間を算出するため、質量 m_i をせん断はり(密度 ρ_i , 断面積 A_i , 横弾性係数 G_i , 長さ h_i)で置換することを考える。 A_i は式(13)ですでに定めた m_i の下側のはりの断面積である。 m_i を置換したはりの質量が m_i となる条件

$$\rho_i A_i h_i = m_i \quad \cdots \cdots \cdots (15)$$

の下で、 m_i の波動透過時間の総和 T_2 は

$$T_2=\sum_{i=1}^N \frac{h_i}{\sqrt{G_i/\rho_i}} = \sum_{i=1}^N \sqrt{\frac{m_i}{A_i} \cdot \frac{h_i}{G_i}} \quad \cdots \cdots \cdots (16)$$

となる。ここで h_i/G_i は、後ほど等価はりと原始マス-ばね階層構造との最低次固有振動数が等しい条件より決定される不定因子である。以上より、原始マス-ばね階層構造全体に対応する、付加マス付き非一様はり全体を波動が伝ばするのに要する時間 T は、式(14)と(16)との総和

$$T=T_1+T_2=\sum_{i=1}^N \left(\frac{l_i}{\sqrt{G/\rho}} + \sqrt{\frac{m_i}{A_i} \cdot \frac{h_i}{G_i}} \right) \quad \cdots \cdots \cdots (17)$$

によって与えられる。

3.3 等価一様はり

等価一様はりの密度 ρ_{eq} , 断面積 A_{eq} , 長さ l_{eq} , センサ位置 $x=l_s$, 制御力作用位置 $x=l_c$ および上の不定因数を決定するための諸条件を以下の手順で設定する。なお、等価はりの横弾性係数は既知 G [式(10)上の記述参照] とする。

(1) まず、等価はり全体の波動伝ば時間が式(17)の T に等しくなる条件を設定する。

$$l_{eq} \sqrt{\rho_{eq}/G} = T \quad \cdots \cdots \cdots (18)$$

(2) 次に、等価はりのセンサ位置 l_s , 制御位置 l_c が満たすべき条件として、次式を設定する。

$$l_s = l_{eq} T_s / T \quad \cdots \cdots \cdots (19)$$

$$l_c = l_{eq} T_c / T \quad \cdots \cdots \cdots (20)$$

ここで T_s, T_c は、式(17)で Σ の上限 N をそれぞれ S, C (センサ, アクティブ動吸振器を設置する階層質

量番号)に置換したものである。式(18)~(20)により、原始マス-ばね階層構造から等価はりへの変換が、上下端境界、センサ点、制御点各点間の波動伝ば時間が相等しいという規準の下でなされることがわかる。

(3) 式(16)中の不定因数 h_i/G_i を決定するため、等価はりの最低次固有周期が原始モデルのそれ $P_{1,orig}$ に等しい条件を設定する。これは式(18)を考慮して

$$4 l_{eq} \sqrt{\rho_{eq}/G} = 4 T = P_{1,orig} \quad \cdots \cdots \cdots (21)$$

ここで生ずる係数 4 は、等価はりの境界条件が上端 $x=l_{eq}$ で自由、下端 $x=0$ で固定であるため基本モード形状が 1/4 正弦波長を呈することに対応し、 T が原始モデル固有周期から特定できることを表す。また、原始モデルの等価はりへの変換基準として、式(18)~(20)の進行波的性質の等価性に加え、定在波的特性の等価性が導入されることになる。

(4) 等価はりの総質量を規定する条件を設定する。

$$\rho_{eq} A_{eq} l_{eq} = \gamma_{reduc} \sum_{i=1}^N m_i \quad \cdots \cdots \cdots (22)$$

ここで、総質量低減係数 γ_{reduc} を導入し、等価はりの質量を原始モデル総質量 $\sum_{i=1}^N m_i$ より小さくおいて制御安定性を確保することををはかる。

以上式(18)~(22)の 5 条件が設定されたが、このうち式(21)は式(17)の T 内の不定因数の決定に用いられるので、他の 4 条件により等価はりの 5 パラメータ(密度 ρ_{eq} , 断面積 A_{eq} , 長さ l_{eq} , センサ位置 l_s , 制御位置 l_c)間の関係が規定される。式(18), (22)より $\rho_{eq}, A_{eq}, l_{eq}$ のうち一つは任意に与える必要があり、等価はりには唯一には確定されない。しかし、最終的に必要となる制御ゲインは、等価はりの非唯一性には全く関与されず、総質量規定条件(22)の γ_{reduc} のみに依存して唯一に確定することが後ほど明らかになる [式(32)参照]。また、 γ_{reduc} は、この調節による制御ゲイン調整により、制御効果-安定性間の trade-off 機能を導入する役割を果たす。

3.4 制御器伝達関数

以上の手順により決定した等価一様はりに対し波動吸収制御則を導き、制御則(8)中の制御器伝達関数 $H(s)$ を決定する。これは、制御点 $x=l_c$ でより下側(センサ側)から伝ばしてきた波の反射を防ぐように加速度センサ出力 $\ddot{w}(l_s, t)$ から制御力への伝達関数を定め、これを $H(s)$ とおくことによりなされる。等価はりの方程式

$$\rho_{eq} A_{eq} \ddot{w} - G A_{eq} w' = 0 \quad \cdots \cdots \cdots (23)$$

の定常振動解を $w(x, t) = \bar{w}(x) e^{i\omega t}$ とおき、 $\bar{w}(x)$ の

一般解を制御点 $x=l_c$ を境に二つの領域に分けて求めると

$$\left. \begin{aligned} \bar{w} &= \bar{w}_1(x) = C_1 e^{ikx} + D_1 e^{-ikx} \\ (0 \leq x \leq l_c) \\ \bar{w} &= \bar{w}_2(x) = C_2 e^{ikx} + D_2 e^{-ikx} \\ (l_c \leq x \leq l_{eq}) \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (24)$$

を得る。ここで k は波数であり、角周波数 ω と

$$k = \sqrt{\rho_{eq}/G} \omega \dots\dots\dots (25)$$

の関係にある。制御器伝達関数 $H(s)$ は、上端自由境界条件と $x=l_c$ での連続条件

$$\bar{w}'_2(l_{eq}) = 0 \dots\dots\dots (26)$$

$$\bar{w}_1(l_c) = \bar{w}_2(l_c) \dots\dots\dots (27)$$

$$GA_{eq}\{\bar{w}'_1(l_c) - \bar{w}'_2(l_c)\} = H(s)s^2 \bar{w}_1(l_s) \dots\dots\dots (28)$$

より以下の手順で決定できる。まず、式(24)を式(26)～(28)に代入し、 C_2, D_2 を消去して C_1 と D_1 の関係を

$$C_1 = rD_1 \dots\dots\dots (29)$$

の形に導く。これが制御点に下側(センサ側)から入射する波動成分 D_1 とその反射波に相当する C_1 との関係を与える。そこで $r=0$ が波動吸収の条件となり、この条件より所要の $H(s)$ を

$$H(s) = \frac{-GA_{eq}}{c_{eq}} \frac{\exp\left(-\frac{l_{eq}-l_s}{c_{eq}}s\right)}{s \cosh\left(\frac{l_{eq}-l_c}{c_{eq}}s\right)} \dots\dots (30)$$

と決定する。ここで c_{eq} は、等価はりの波動伝ば位相速度である。

$$c_{eq} = \sqrt{G/\rho_{eq}} \dots\dots\dots (31)$$

式(30)の $H(s)$ 内の制御ゲイン GA_{eq}/c_{eq} を式(18), (22), (31)を用いて変形すると、以下ようになる。

$$\frac{GA_{eq}}{c_{eq}} = \frac{\rho_{eq}A_{eq}l_{eq}}{T} = \frac{1}{T} \gamma_{reduc} \sum_{i=1}^N m_i \dots\dots (32)$$

この右辺において、 m_i と T は与えられた原始マス-ばね階層構造の諸元により決定されるので、制御ゲインは $\rho_{eq}, A_{eq}, l_{eq}$ の非唯一性には関与されず、式(22)で導入した総質量低減係数 γ_{reduc} のみに依存することがわかる。

4. 制御器伝達関数の実現アルゴリズム

等価はりの制御器伝達関数(30)を制御則(9)に移植して制振を行うには、式(9)中の $h(t) \equiv L^{-1}(H(s))$ と加速度センサ出力 $\ddot{x}_s(t)$ とのたたみこみ積分演算項のデジタル実現アルゴリズムを導く必要がある。制御器伝達関数(30)は、 $l_c = l_{eq}$ すなわち制振器が最上階に設置されている場合には分母 $= s$ となり、簡単になるので、以下、最上層制御時と途中層制御時の2者に

分けて論ずる。

4.1 最上層制御の場合 この場合、 $l_c = l_{eq}$ となるので式(30)は

$$H(s) = \frac{-GA_{eq}}{c_{eq}} \frac{\exp\left(-\frac{l_{eq}-l_s}{c_{eq}}s\right)}{s} \dots\dots\dots (33)$$

となる。これは、積分器 $1/s$ と時間遅れ

$$t_{lag} = \frac{l_{eq}-l_s}{c_{eq}} \dots\dots\dots (34)$$

のむだ時間要素との直列結合にほかならない。すなわち、最上層制御時には、センサ点から制御点までの波動伝ば時間だけセンサ点の速度信号を遅らせたものを制御力として作用させることにより波動吸収制御則が実現できることを示している。

4.2 途中層制御の場合 4.1節以外の一般の場合、まず式(30)より $H(s)$ のラプラス逆変換 $h(t)$ を導く必要がある。この複素積分表示は

$$h(t) = \frac{-GA_{eq}}{2\pi i c_{eq}} \times \int_{Br} \frac{\exp\{(t-t_{lag})s\}}{s \cosh\{(l_{eq}-l_c)s/c_{eq}\}} ds \dots\dots\dots (35)$$

被積分関数の極は

$$s_0 = 0 \dots\dots\dots (36)$$

$$s_n^{\pm} = \pm ip_n \left(p_n = \frac{(2n-1)\pi c_{eq}}{2(l_{eq}-l_c)}, n \geq 1 \right) \dots\dots\dots (37)$$

と虚軸上に並ぶので、Bromwich 積分路 Br を右半面にとる。 $t < t_{lag}$, $t \geq t_{lag}$ に応じて Br の右側、左側に無限大半円を補った閉積分路を考えることによって半円での積分は消えるので、留数定理より

$$h(t) = 0 \quad (t < t_{lag}) \dots\dots\dots (38)$$

$$h(t) = \frac{GA_{eq}}{c_{eq}} \left\{ -1 - \sum_{n=1}^{\infty} \frac{4(-1)^n \cos p_n^+ (t-t_{lag})}{\pi(2n-1)} \right\} \quad (t_{lag} \leq t) \dots\dots\dots (39)$$

となる。以下、この $h(t)$ を式(9)のたたみこみ項

$$u_{conv}(t) \equiv \int_0^t h(t-\tau) \ddot{x}_s(\tau) d\tau \dots\dots\dots (40)$$

に代入する制御演算のデジタル実現アルゴリズムを導く。まず、極 $s_0=0$ [式(36)] に対する項 $u_{conv,0}(t)$ は、式(38), (39)より $-GA_{eq}u_s(t-t_{lag})/c_{eq}$ (u_s は単位ステップ関数)と表示できる。この微分 $-GA_{eq} \times \delta(t-t_{lag})/c_{eq}$ が速度信号 $\dot{x}_s(t) = \delta(t)$ に対する式(40)の u_{conv} の応答を表しているので、 $u_{conv,0}(t)$ は速度 $\dot{x}_s(t)$ に対する時間遅れ t_{lag} のむだ時間要素として実現できる。すなわち

$$u_{conv,0}(t_i) = \frac{-GA_{eq}}{c_{eq}} \dot{x}_s(t_i - t_i) \dots\dots\dots (41)$$

ここで、サンプリング時刻 $t_i = i\Delta t$ ($i=0, 1, 2, \dots; \Delta t$ はサンプリング周期)を設定し、 l は t_{lag} に相当するステップ数すなわち $t_{lag}/\Delta t$ に最も近い整数とする。

次に、式(40)の極 $s_n (n \geq 1)$ に対する項は、式(38)、(39)より

$$u_{\text{conv},n}(t_i) = \frac{-GA_{eq}}{c_{eq}} \times \frac{4(-1)^n}{\pi(2n-1)} \times \int_0^{t_i-t_l} \cos p_n^+(t_i-t_l-\tau) \ddot{x}_s(\tau) d\tau \quad \cdots \cdots (42)$$

となる。式(42)の積分の上限は、式(38)より現時刻 t_i からみて t_l 以上過去の出力 $\ddot{x}_s(\tau) (\tau \leq t_i - t_l)$ のみが t_i における制御に関与することを意味する。検出信号 $\ddot{x}_s(t) = \delta(t)$ に対する制御器動作が永久に減衰しない持続調和振動であるため、式(42)の履歴積分表示のままでは現時刻 i が進行するとともに無限の過去からの出力信号履歴 $\ddot{x}_s(t_j) (0 \leq j \leq i-l)$ が必要となり、制御力演算時間の制約上非実用的となる。そこで本論文では以下、過去の多数の出力時系列 $\ddot{x}_s(t_j) (0 \leq j \leq i-l)$ を用いることなく、1個のサンプル値 $\ddot{x}_s(t_{i-l})$ のみを用いて現時刻 t_i における制御力を決定できる新アルゴリズムを導く、まず、式(42)で定数因子を除いた関数

$$C_n(t) \equiv \int_0^{t-t_l} \cos p_n^+(t-t_l-\tau) \ddot{x}_s(\tau) d\tau \quad \cdots \cdots \cdots (43)$$

を定義し、 $C_{n,i} \equiv C_n(t_i)$ より $C_{n,i+1} \equiv C_n(t_{i+1})$ を知る漸化関係を導くことを考える。 $C_{n,i+1}$ の積分区間 $0 \leq \tau \leq t_{i+1} - t_l$ を $\tau = t_i - t_l = t_{i-l}$ において分割し、0次holdの条件

$$\ddot{x}_s(t) = \ddot{x}_s(t_{i-l}) \equiv \ddot{x}_{s,i-l} \quad (t_{i-l} \leq t \leq t_{i-l+1}) \quad \cdots \cdots \cdots (44)$$

を用いると次式が得られる。

$$C_{n,i+1} = C_{n,i} \cos(p_n^+ \Delta t) - S_{n,i} \sin(p_n^+ \Delta t) + \ddot{x}_{s,i-l} \int_0^{\Delta t} \cos p_n^+(\Delta t - \tau') d\tau' \quad \cdots \cdots \cdots (45)$$

ここで、 $S_{n,i} \equiv S_n(t_i)$ は次式で定義される新たな関数より定められる値である。

$$S_n(t) \equiv \int_0^{t-t_l} \sin p_n^+(t-t_l-\tau) \ddot{x}_s(\tau) d\tau \quad \cdots \cdots (46)$$

この $S_n(t)$ に関しても上の $C_n(t)$ [式(43)] に対して行ったと同様に、 $S_{n,i}$ より $S_{n,i+1}$ を知る漸化関係を導けば、式(45)に対応して

$$S_{n,i+1} = S_{n,i} \cos(p_n^+ \Delta t) + C_{n,i} \sin(p_n^+ \Delta t) + \ddot{x}_{s,i-l} \int_0^{\Delta t} \sin p_n^+(\Delta t - \tau') d\tau' \quad \cdots \cdots \cdots (47)$$

が導かれる。式(45)、(47)はまとめて

$$\begin{aligned} \begin{Bmatrix} C_{n,i+1} \\ S_{n,i+1} \end{Bmatrix} &= \begin{bmatrix} \cos(p_n^+ \Delta t) & -\sin(p_n^+ \Delta t) \\ \sin(p_n^+ \Delta t) & \cos(p_n^+ \Delta t) \end{bmatrix} \\ &\times \begin{Bmatrix} C_{n,i} \\ S_{n,i} \end{Bmatrix} + \ddot{x}_{s,i-l} \int_0^{\Delta t} \begin{Bmatrix} \cos p_n^+(\Delta t - \tau') \\ \sin p_n^+(\Delta t - \tau') \end{Bmatrix} d\tau' \quad \cdots \cdots \cdots (48) \end{aligned}$$

と記すことができる。初期条件 $C_{n,0} = S_{n,0} = 0$ を与え、現サンプリング時刻 t_i より l ステップだけ前の出力サンプリング値 $\ddot{x}_{s,i-l}$ を読込んでは式(48)に基づき $C_{n,i}, S_{n,i}$ を次ステップでの値 $C_{n,i+1}, S_{n,i+1}$ に更新する。この操作を各サンプリング時刻において各極 $p_n^+ (n=1 \sim \bar{n})$ に関して行い、式(42)、(43)より、 $C_{n,i+1}$ の n に関する線形結合によって次時刻 t_{i+1} での制御を算定する。

式(48)において、 $C_{n,i}$ と $S_{n,i}$ の双方に関する漸化関係は相互に連成しているため、1サンプリング周期 $t_i \leq t \leq t_{i+1}$ 内に要される積和演算回数は $6\bar{n}$ 回である。式(42)より n に関する級数の収束は速いので、数 msec のサンプリング周期に関して十分に処理可能な演算量である。

また、漸化関係式(48)において、更新マトリックスは二次元ベクトル $\{C_{n,i}, S_{n,i}\}^T$ を角度 $p_n^+ \Delta t$ だけ回転させる変換である。すなわち、未知のセンサ出力信号 $\ddot{x}_s(t)$ を含む形に定義された2個の積分関数 $C_n(t), S_n(t)$ [式(43)、(46)参照] が、サンプリング時刻 t_i の進行とともに二次元ベクトル回転変換則に従って更新されていく形にもとのたたみこみ演算則(42)を変換することにより、過去の多くの出力時系列履歴を用いなくても高速化がなされた。

5. 数 値 例 題

以上までに導いた制御器伝達関数およびその実現アルゴリズムの有効性を検証するため、実現アルゴリズムを原始マス-ばね階層構造に作動させた場合の時刻歴応答解析シミュレーションを行う。数値例題として、表1のような諸元を有する6層構造⁽³⁾を用いた。表2に本構造の固有振動数を示す。また、制振機の諸元は $m_A = 15 \text{ kg}$, $k_A = 150 \text{ N/m}$, $\zeta_m = 0.71$, $\omega_m = 16 \text{ rad/s}$ である。最上層 m_6 に低周波の風荷重を想定した振幅 50 N、周波数 0.5 Hz の正弦波加振力が作用した場合の最上層の加速度応答 $\ddot{x}_6$ を計算した結果を図2に示す。原始マス-ばね階層構造のモード解析法により得た時

表 1 数値例題モデルの諸元

i	m_i (kg)	k_i (N/m)
1	354.2	159122
2	354.2	93274
3	354.2	50348
4	354.2	50348
5	354.2	24280
6	378.6	24280

間の常微分方程式をルンゲ・クッタ・ジル法により計算し、その時間きざみ、デジタルサンプリング周期 Δt はともに 3.33 msec としている。また、高次モードの安定性を検証するために原始マス-ばね階層構造の 6 個のモードすべてを考慮し、モード減衰比はすべて 0.01 とした。図 2 より、最上層制御、途中層制御双方の場合ともに、無制御時と比較して顕著な制振効果が得られていることが確認できる。なお、本制御作動時における m_A のストローク z の振幅は、最上層制御の場合が 0.32 m、途中層制御の場合が 0.36 m であった。

6. 結 言

本研究により得た結論を以下に要約する。

(1) 非一様なマス-ばね階層構造に対して、これを波動力学の観点から等価な一様はりに変換して波動吸収制御の立場から制御器伝達関数 $H(s)$ を決定する

制振法を提案した。

(2) 等価はりの密度、断面積、長さは唯一に決定しないが、この不定性は制御ゲインには関与せず、制御ゲインは等価はりの総質量のみに依存して決定する。この総質量の原始マス-ばねモデルの総質量に対する比を調節することにより、制御効果と安定性とのトレード・オフ機能を導入できる。

(3) 制御器伝達関数 $H(s)$ は、最上層制御に対しては検出速度に対するむだ時間要素に帰着し、その時間遅れはセンサ点から制御点までの波動伝ば時間に等しい。

(4) 途中層制御時にはむだ時間要素以外の項が生じ、この項を $h(t) = L^{-1}(H(s))$ と出力のたたみこみ履歴積分より求めるデジタル実現アルゴリズムを導いた。 $h(t)$ の非減衰性に基づき出力時系列の無限の過去からの履歴算入が必要となる演算時間上の不利に対処して、履歴積分を 1 個のサンプリング時刻での出力値のみから算定できる形とした。これは、未知の出力を含む形に定義された 2 個の時間積分関数がサンプリング時刻の進行とともに二次元ベクトル回転変換則に従って更新されていく形に原履歴積分を変換することにより達成できる。

(5) 等価はりへの変換により得られた制御器伝達関数とそのデジタル実現アルゴリズムを、原始マス

表 2 数値例題モデルの固有振動数

1st	0.500 Hz
2nd	1.256 Hz
3rd	2.049 Hz
4th	2.548 Hz
5th	3.356 Hz
6th	4.703 Hz

図 2 6 層モデルの最上層加速度 $\ddot{x}_0$ の時刻歴応答解析結果

-ばね階層モデルに作動させた場合の時刻歴応答解析
シミュレーションを行い, 制御効果を確認すること
によって, 本制御手法の有効性を検証した。

文 献

- (1) 江連・背戸・光田, 機講論, No. 930-43(1993-7), 407.
- (2) 西村・吉田・下郷, 機論, **55**-517, C(1989), 2321.
- (3) Tanida, K. and Koike, Y., *1st Int. Conf. on Motion and Vibration Control, Yokohama*, (1992-9), Sess : Vibration Control and Isolation II.
- (4) 西村・野波・崔・志場, 機論, **59**-559, C(1993), 714.
- (5) 野波・範, 機講論, No. 930-43(1993-7), 39.
- (6) 石井・野波・西村・中田, 機講論, No. 930-43(1993-7), 418.
- (7) 田中・菊島, 機論, **56**-530, C(1990), 2575.
- (8) von Flotow, A. H. and Schafer, B., *J. of Guidance*, **9**-6(1986), 673.
- (9) Mckinnell, R. J., *Proc. Royal Soc. London*, A421(1989), 357.
- (10) Fujii, H. and Ohtsuka, T., *J. of Guidance*, **15**-3(1992), 741.
- (11) 内海, 機論, **61**-583, C (1995), 987.
- (12) Luco, J. E., ほか2名, *Earthquake Eng. and Structural Dynamics*, Vol. 21(1992), 525.
- (13) Luco, J. E. and Mita, A., *Earthquake Eng., Tenth World Conf.*, (1992), 2143.