並立する弾性構造物のモデル化法と振動制御法*

(超々高層ビル実現のための基礎研究)

背戸 一 登^{*1}, 富波 佳 均^{*2}
松本 幸 人^{*2}, 土井 文 夫^{*3}

Vibration Controlling and Modeling Methods for Flexible Structures Arranged in Parallel (Basic Study for Realizing Super-Tall Buildings)

Kazuto SETO, Yoshihito TOBA,
Yukito MATSUMOTO and Fumio DOI

This paper proposes a vibration control method for flexible structures arranged in parallel. In recent years, tall buildings equipped with active dynamic absorbers have been popularized to maintain living comfort by reducing the vibration of higher floors by strong winds. The higher a tall building, the lower its natural frequency. It will be difficult to control the vibration of ultra-tall buildings using active dynamic absorbers because of difficulties in obtaining sufficient control force under the lower frequency. According to the proposed method, a pair of flexible buildings are controlled actively by controlling each other by means of actuators placed between them. Therefore, it is possible to obtain sufficient control force under low frequency. In this paper, a reduced-order model expressed by 2DOF systems is proposed for preventing spillover instability. The LQ control theory is applied to the design of the control system. The effectiveness of this method is demonstrated theoretically as well as experimentally.

Key Words: Vibration Control, Flexible Structure, Modeling, LQ Control Theory, Spillover

1. 緒 言

科学技術の発達に伴い、高層ビルや橋の主塔などの構造物のいっそうの高層化が可能となったが、風に対する揺れを制御する課題が生じてきた。そこで、質量の慣性力を利用して制振力を得るアクティブマスダンパ方式の弾性構造物の振動制御法が注目され、実際に高層ビルへの適用例も多く見られるようになってきた。しかし、最近発表された 1 000 m 級の超高層ビル未来構想のような高層化がさらに進めば、風による揺れは長周期になり、アクティブマスダンパ方式では、十分な制御力を得ることが困難になることが予想される。そこで著者らは、これに代わる振動制御法として、構造物を並立させ、各構造物間に複数のアクチュエータを配置して、各構造物の相互作用により振動を同時に制御するビル連結方式という方法を提案した⁽¹⁾。

一方、制御系設計には LQ 制御理論を用いるのが一般的であるが、適切な低次元化モデル作成法が存在しないため、しばしばスピルオーバーと呼ばれる不安定振

動の発生が問題になっている。そこで著者らは、スピルオーバー防止を目的とした「不可制御、不可観測性を活用した低次元化モデル作成法」を提案している⁽²⁾。

また、著者らは、制御系が設計しやすい集中定数系に近い二つのモデルを並立させ、制振対象を 1 自由度系としてビル連結方式の制振効果を調べ⁽³⁾、さらにこれを 2 自由度系に拡張し、数値解析と実験によりその有効性を確認している⁽⁴⁾。しかしながら、実際の構造物は分布定数系であり結果の一般性に問題が生ずる。

そこで本研究では、典型的な分布定数系である柔軟な二つの板構造物を並立させ、構造物間に二つのアクチュエータを配置して、両構造物の一次と二次の振動モードを同時に制御し、本報で提案する振動制御法が並列構造物の振動制御に有効であることを数値解析と実験により検証する。

2. 並立する高層ビルの振動制御の概念

この振動制御法は、対向する弾性構造物間の相互作用を利用して、両者の間に配置されたアクチュエータによって構造物の振動をアクティブにかつ同時に制御する方法である。この方式をアクティブマスダンパ方式と比較すると、次のような特長がある。

(1) 制振力を各構造物の反力で受けるので、静的、

* 原稿受付 平成 6 年 9 月 21 日。

^{*1} 正員, 日本大学理工学部 (〒101 東京都千代田区神田駿河台 1-8)。

^{*2} 学生員, 日本大学大学院。

^{*3} 正員, 振動制御研究所 (〒236 横浜市金沢区福浦 1-7-2)。

動的制御力が得られる。長周期の揺れに対する制振力不足の問題はない。

(2) 補助質量が不要であるので、制振装置が軽量化され、その設置空間が要らない。

(3) アクチュエータによる結合部が両ビル間を結ぶ通路などに有効利用できる。

図1には、この方式を応用した二つの超高層ビルの振動制御の概念を示す。各ビル単体では強風に対して揺れて居住性ははなはだしく損なわれるが、超高層ビル間にいくつかの制御装置を配してビル相互に揺れを止め合うならば、この問題は解消される。制御装置の内部を通路に利用することも可能である。これを積極的に利用するならば、立体的な交通システムが形成され、便利で居心地の良い超高層ビル群が構成されよう。

そこで、この方法の実現性を調べるために構成した並立する板構造モデルとその制御システムを図2に示す。これは弾性構造物を想定した並立する2枚の板構造物と、その間にはさまれた二つのアクチュエータより成っている。この板構造物は典型的な分布定数系特性を有する。実際の超高層ビルは分布定数系に近い弾性構造物であるために、制御対象にこのような弾性構造物を選んだ。そこで、分布定数系特性を有する構造物にも適用できるように、この振動制御法を拡張する必要がある。その際、課題になるのが分布定数系から集中定数系への低次元化の方法である。

3. 構造物の低次元化モデル作成

3章では、並立する二つの板構造物の一次と二次の振動モードを制御対象と決め、この並立する板構造物を二つの単体構造物と考え、それぞれについて2自由度系低次元化物理モデルを作成する。本報ではその際に、著者らが提案する「不可制御、不可観測性を活用し

た低次元化モデル作成法」を用いている。これはモード形の節が構造的に持つ不可制御、不可観測性の性質を活用して、低次元化のために無視した高次モードのスピルオーバーを防止を考慮して、指定した点を質点とする集中定数系モデルを作成する手法である。実験モード解析と感度解析を用いて固有モード行列を修正し、質量やばね定数などの物理量を得ている。本手法の詳細は文献(1)を参照されたい。以下に、本研究での低次元化モデル作成法の手順を簡単に述べる。

(1) 実験モード解析法やFEMなどによって各板構造物の振動モード形を解析する。

(2) 低次元化のために無視したい最低次の高次モードの振動の節を集中定数系モデルの質点に指定する。

(3) その点で制御対象モードのモード成分を読み取り、仮のモード行列を作る。

(4) 感度解析法を応用したモード行列の修正を行い、それを用いて集中定数系の物理量を求める。

図3には、実験モード解析法により求めた各板構造物の一次から四次までの振動モード形を示す。ここでは二次モードまでが制御対象モードであるから、三次モードの二つの節を質点にとって、図に示すような2自由度系モデルを設定する。そして、そこにアクチュエータを取付ければ三次モードは励起されず、三次モードの制御スピルオーバーは防止される。また、四次モードの節にセンサを取付ければ四次モードの観測スピルオーバーが起こらない。

ここでは、図3に示す二つの質量とばねをもつ物理モデルを仮定し、一次と二次のモーダルパラメータから2自由度系の物理モデルを作成する。ここで、モード質量を単位行列になるように正規化した固有モードを正規化固有モード Φ と呼び、固有振動数を対角要素とする周波数行列を Ω とおくと、質量行列 M 、剛

図1 並立する超高層ビルの制振構想の概念

図2 本研究で制御対象とする並立弾性構造物

性行列 $\mathbf{K}$ は以下になる。

$$\Phi \Phi^T = \mathbf{M}^{-1} \quad \dots\dots\dots (1)$$

$$\Phi (\Omega^2)^{-1} \Phi^T = \mathbf{K}^{-1} \quad \dots\dots\dots (2)$$

ここで、三次モードの節である点 20 と点 34 の一次の固有モード成分を ϕ_{11} , ϕ_{21} , 二次の成分を ϕ_{12} , ϕ_{22} とすると、仮の正規化モード行列は次のようになる。

$$\Phi = \begin{bmatrix} \phi_{11} & \phi_{12} \\ \phi_{21} & \phi_{22} \end{bmatrix} \quad \dots\dots\dots (3)$$

よって、式(1)は次式で表すことができる。

$$\begin{bmatrix} \phi_{11}^2 + \phi_{12}^2 & \phi_{11}\phi_{21} + \phi_{12}\phi_{22} \\ \phi_{11}\phi_{21} + \phi_{12}\phi_{22} & \phi_{21}^2 + \phi_{22}^2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1/M_1 & 0 \\ 0 & 1/M_2 \end{bmatrix} \quad \dots\dots\dots (4)$$

これより質量集中の条件を満たすためには、次の拘束条件を満足しなければならない。

$$\phi_{11}\phi_{21} + \phi_{12}\phi_{22} = 0 \quad \dots\dots\dots (5)$$

そこで、上式を物理モデルの変換誤差と考え、次の誤差関数 ε_1 を定義する。

$$\varepsilon_1 = \phi_{11}\phi_{21} + \phi_{12}\phi_{22} \quad \dots\dots\dots (6)$$

この誤差関数 ε_1 を零にするような正規化固有モード

Φ の修正を行うために、 Φ に対する誤差関数の感度行列を次のようにおく。

$$\left[\frac{\partial \varepsilon}{\partial \Phi} \right] = \left[\frac{\partial \varepsilon_1}{\partial \phi_{11}} \quad \frac{\partial \varepsilon_1}{\partial \phi_{21}} \quad \frac{\partial \varepsilon_1}{\partial \phi_{12}} \quad \frac{\partial \varepsilon_1}{\partial \phi_{22}} \right] \quad \dots\dots\dots (7)$$

ここで、 ϕ_{11} , ϕ_{21} , ϕ_{12} , ϕ_{22} について修正量をそれぞれ $\delta\phi_{11}$, $\delta\phi_{21}$, $\delta\phi_{12}$, $\delta\phi_{22}$ とすると、誤差関数 ε_1 を零とする修正量は次式で求められる。

$$\left[\frac{\partial \varepsilon}{\partial \Phi} \right] \{ \delta\phi_{11} \quad \delta\phi_{21} \quad \delta\phi_{12} \quad \delta\phi_{22} \}^T = -\varepsilon_1 \quad \dots\dots\dots (8)$$

上式に最小ノルム解を使った一般化逆行列を適用すると、修正量は次式で求めることができる。

$$\{ \delta\phi_{11} \quad \delta\phi_{21} \quad \delta\phi_{12} \quad \delta\phi_{22} \}^T = \left[\frac{\partial \varepsilon}{\partial \Phi} \right]^T \left(\left[\frac{\partial \varepsilon}{\partial \Phi} \right] \left[\frac{\partial \varepsilon}{\partial \Phi} \right]^T \right)^{-1} (-\varepsilon_1) \quad \dots\dots\dots (9)$$

この修正量を用いて誤差関数を零に収束させれば、式(5)を満足する固有モードが得られる。

こうして得た固有モードを式(1), (2)に代入して、質量行列 $\mathbf{M}$, 剛性行列 $\mathbf{K}$ を求めるわけだが、このような値をもつ 2 自由度系物理モデルは、自由端に仮想のばねを取付けることによって実現が可能となる。以下に得られた各物理定数を示す。

$$M_{11} = 2.0 \text{ kg}, M_{12} = 1.5 \text{ kg}$$

$$M_{21} = 1.1 \text{ kg}, M_{22} = 0.8 \text{ kg}$$

$$K_{10} = -18\,532 \text{ N/m}, K_{11} = 44\,904 \text{ N/m}$$

$$K_{12} = 40\,177 \text{ N/m}, K_{20} = -3\,060 \text{ N/m}$$

$$K_{21} = 7\,233 \text{ N/m}, K_{22} = 6\,752 \text{ N/m}$$

4. LQ 制御系設計

4.1 状態方程式表示

3 章で作成した集中定数系モデルに基づき状態方程式を導入する。図 4 に二つの 2 自由度系に低次元化された制御対象と二つのハイブリッド形のアクチュエータからなる力学モデルを示す。図において、 K_{10} , K_{20} は低次元化の際に考慮した仮想のばねである。また、用いたハイブリッドアクチュエータの減衰係数は次のようになっている。

$$C_1 = 2.2 \text{ Ns/m}, C_2 = 1.9 \text{ Ns/m}$$

(a) 構造物 1

(b) 構造物 2

図 3 各構造物の一次から四次までの振動モード形と集中定数系モデル

図 4 二つのアクチュエータを有する並立構造物の力学モデル

この力学モデルの運動方程式を求め、状態変数ベクトルを次のように定義すると、

$$\mathbf{X} = \{\dot{X}_{11} \quad \dot{X}_{12} \quad \dot{X}_{21} \quad \dot{X}_{22} \quad X_{11} \quad X_{12} \quad X_{21} \quad X_{22}\}^T \dots (10)$$

状態方程式は次のようになる。

$$\dot{\mathbf{X}} = \mathbf{A}\mathbf{X} + \mathbf{B}\mathbf{U} \dots (11)$$

ただし、

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} -\frac{C_1}{M_{11}} & 0 & \frac{C_1}{M_{11}} & 0 & -\frac{K_{11}+K_{12}}{M_{11}} & \frac{K_{12}}{M_{11}} & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{C_2}{M_{12}} & 0 & \frac{C_2}{M_{12}} & \frac{K_{12}}{M_{12}} & -\frac{K_{12}+K_{10}}{M_{12}} & -\frac{K_{21}+K_{22}}{M_{21}} & \frac{K_{22}}{M_{21}} \\ \frac{C_1}{M_{21}} & 0 & -\frac{C_1}{M_{21}} & 0 & 0 & 0 & \frac{K_{22}}{M_{22}} & -\frac{K_{22}+K_{20}}{M_{22}} \\ 0 & \frac{C_2}{M_{22}} & 0 & -\frac{C_2}{M_{22}} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \dots (12)$$

$$\mathbf{B} = \begin{bmatrix} -\frac{K_{c1}}{M_{11}} & 0 & \frac{K_{c1}}{M_{21}} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{K_{c2}}{M_{12}} & 0 & \frac{K_{c2}}{M_{22}} & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}^T \dots (13)$$

K_{c1}, K_{c2} : 各々のアクチュエータの制御力 f_c と制御量 U の関係を示す力変換係数。

4.2 制御系設計 制御系の設計には LQ 制御理論を用いる。設計パラメータは、次に示す線形二次形式の評価関数 J に与える重み係数行列 Q, R である。

ただし、 Q は状態ベクトル X に、 R は制御量 U に掛かる重み係数行列である。

$$J = \int_0^\infty (\mathbf{X}^T \mathbf{Q} \mathbf{X} + \mathbf{U}^T \mathbf{R} \mathbf{U}) dt \dots (14)$$

LQ 制御理論に基づけば、この評価関数 J を最小にする制御量 U は次のように定式化されており、リカッチ方程式を解くことによりフィードバックゲイン K を決定することができる。

$$\mathbf{U} = -\mathbf{R}^{-1} \mathbf{B}^T \mathbf{P} \mathbf{X} = -\mathbf{K} \mathbf{X} \dots (15)$$

ここに、 P は次のリカッチ方程式の解である。

$$\mathbf{P} \mathbf{A} + \mathbf{A}^T \mathbf{P} - \mathbf{P} \mathbf{B} \mathbf{R}^{-1} \mathbf{B}^T \mathbf{P} + \mathbf{Q} = 0 \dots (16)$$

4.3 制御効果の解析 図 5 は、重み係数行列 Q の違いによる、各構造物の周波数応答を比較したシミュレーション結果を示す。ここで、細い実線は非制御時、中太実線は変位項に次のような重みを掛けた場合、

$$\mathbf{Q} = \text{diag}[0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 1 \ 1 \ 1 \ 1],$$

$$\mathbf{R} = \text{diag}[8e^{-6} \ 8e^{-6}]$$

また、太い実線は速度項に次のような重みを掛けた場合を示す。

$$\mathbf{Q} = \text{diag}[1 \ 1 \ 1 \ 1 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0],$$

$$\mathbf{R} = \text{diag}[4e^{-3} \ 4e^{-3}]$$

図 5 (a) は、各構造物の点 20 を加振したことによる、構造物 1 の点 35、(b) は構造物 2 の点 35 で、各々観測された周波数応答である。見られるように、構造物 1 の一次と二次の共振ピークは、5.8 Hz と 37 Hz に現れ、構造物 2 のそれは、3.2 Hz と 21 Hz に現れて

図 5 周波数応答のシミュレーション結果

(a) 変位に重みを掛けた場合

(b) 速度に重みを掛けた場合

図 6 インパルス応答のシミュレーション結果

図 7 実験装置の構成

いる。これらの共振ピークは、変位に重みを掛けた場合には各構造物ともに一次のピークは良く制御されるが、二次はあまり抑制されない。一方、速度に重みを掛けることによって、各構造物ともに一次、二次の共振ピークが良く抑制され、良好な振動制御結果が得られることがわかる。

次に、各質点のインパルス応答をシミュレーションによって比較したものを図 6 に示す。ここに、細線は非制御時の応答、太い実線は上記の重みを掛けた場合の制御時の応答を示す。図 6 (a) に見られるように、変位に重みを掛けた場合には、明らかに二次モードの振動が良く抑制されないままに持続している。一方、

図 8 アクチュエータの構造

速度項に重みを掛けた場合のインパルス応答を図 6 (b) に示す。制御を掛けることによりすべての質点において一次と二次モードの振動が速やかに収束していることが確認される。

また、非制御時にも振動が収束していることから、本研究で提案するハイブリッド形のアクチュエータは、アクティブ制御が使用できない場合にも、減衰力によりある程度の信頼性を確保できることが確認できる。

5. 制 御 実 験

5.1 実験装置の構成 図 7 に実験装置の構成を示す。実験装置は四つの変位センサ、パーソナルコンピュータ、A/D 変換器、D/A 変換器、二つの電磁アクチュエータ、および駆動回路から構成されている。ア

クチュエータは、図8に示すコイルと永久磁石からなる非接触の電磁力タイプであり、コイルを巻いたアルミケースと永久磁石との間の渦電流損失によりパッシブ制御力も得ることのできるハイブリッド型のものである。

各板構造物の絶対変位は、変位センサにより検出され、A/D変換器を介してコンピュータに入力される。そしてコンピュータ内で、入力された変位信号の差分をとることで速度信号を求め、8個の状態量を求めている。また、シミュレーションにより得られたフィードバックゲインを実験でも直接使用して制御系を決定し、制御実験を行っている。

本研究では、アクチュエータを三次モードの節に設置することで三次モードによる制御スピンオーバーを、センサを四次モードの節に設置することで四次モードによる観測スピンオーバーを防いでいる。ちなみに、アクチュエータは図3に示す20点と34点付近に、センサは25点と36点付近にそれぞれ設置している。

なお、本研究で扱ったような、一様断面、同一高さの構造物では、振動モード形はほぼ類似しており、振動の節も同じような位置に現れるので、アクチュエー

タを同一高さにとる手法にはかなり一般性があると考えている。

5.2 実験結果 図9には、図6(b)のシミュレーションに対応する、速度に重みを掛けた場合のインパルス応答の実験結果を示す。細線が非制御時、太線が制御時の応答であり、これもシミュレーション結果と実験結果は極めてよく一致している。このことは、本報で扱うような分布定数系特性を有する弾性構造物の振動制御における、本モデル化手法の有効性が改めて確認されたことになる。

また、いずれも制御結果においても、すべての質点においてスピンオーバーを起こすことなく、一次と二次の振動が速やかに収束していることが確認される。これより、三次と四次のスピンオーバーの防止においても、本手法が有効であることが確認できる。また、非制御時の応答よりアクチュエータの信頼性が確認できる。

最後に、各構造物の上部二つのセンサ測定された周波数応答の実験結果を図10に示す。これは速度に重みを掛けた図5のシミュレーション結果に対応するものであるが、これらの実験結果もシミュレーション結果と良く一致しており、各共振ピークが制御によって十分に抑制されている。このことは、各振動モードがアクティブにダンピングを得たことを示すものであり、超々高層ビルのダンピング不足による風励振の問題

(a) 構造物 1

(b) 構造物 2

図9 速度に重みを掛けたときのインパルス応答の実験結果

(a) 構造物 1

(b) 構造物 2

図10 周波数応答の実験結果

は、このような振動制御法で解消できることを示している。

6. 結 論

超々高層ビルなどで課題となる、風による揺れ制御に並立する弾性構造物の振動制御法を提案し、その可能性についての基礎研究を行い以下の結論を得た。

(1) 著者らが提案する「不可制御、不可観測性を活用した低次元化モデル作成法」により、並立する二つの弾性構造物を二つの2自由度系モデルに低次元化し、このモデルを基に本研究で提案する振動制御法を用いれば、並立する弾性構造物の複数のモードを同時に制御可能であることを数値解析と実験により実証した。

(2) この結果は、並立する超々高層ビルの振動制御に応用できることを示している。

(3) 本研究で提案するハイブリッド形のアクチュ

エータを用いれば、建築構造物の設計に最も重要である信頼性の高い制御系が設計できる。

ここに提案した並列構造物の制御法は、高層ビルに限らず、宇宙構造物、弾性車両、建設機械等、並立する構造物が存在する多くの対象に対して適用可能である。

文 献

- (1) 背戸, 振動のアクティブ制御, 日本音響学会誌, 47-9(1991), 668-677.
- (2) 背戸・光田, 不可制御不可観測性の活用による弾性構造物の低次元化モデル作成法と振動制御法, 機論, 57-542, C(1991), 3393-3399.
- (3) 背戸・光田・大川・伊藤, 並列する構造物の振動制御(並立する1自由度-1自由度モデルによる制御系設計), 機論, 58-550, C(1992), 1950-1956.
- (4) 江連・光田・背戸, 隣接する弾性構造物のモデリングと振動制御, 機論, 60-571, C(1994), 781-787.