ニューラルネットワークによる非線形振動系の同定*
(インパクト応答の学習による応答予測)王 安 麟^{*1}, 佐 藤 秀 紀^{*1}Identification of Non-Linear Vibration System by a Neural Network
(The Prediction of Response by Learning of Impact Response)

Anlin WANG and Hidenori SATOH

This paper describes a convenient method of identification of non-linear vibration system by a neural network using time series data. The neural network using suitable system of inputs and outputs are applicable for system identification of non-linear vibration by learning of impact response. By learning of only time series datas of impact response, it is possible to predict both forced vibration response and impact response in time domain by the neural network. The effectiveness of the method presented is demonstrated by numerical simulations for Duffing system and piece wise linear system.

Key Words: Non-Linear Vibration, Identification, Neural Network

1. 緒 言

動的非線形系のシステム同定は、機械系の精度向上や非線形性の利用、あるいは非線形性が本質である生体系の研究などに際して、今後ますます重要になって来ると考えられる。ニューラルネットワーク（以下に、NNと略す）を用いた非線形系のシステム同定については、これまでも研究がなされて来ている^{(1), (2), (3)}が、なるべく簡単な学習によって、多くの非線形特性を予測できる同定法については、さらに研究の余地があると思われる。

測定される時系列データに基づいて、NNによる未知非線形振動系の同定を行った場合、同定の条件や同定対象の非線形特性や用いる学習情報などによって、NNの入出力関係と構成は一義的には決まらない。学習済みのNNに関する汎用性の問題であるとも言える。

本研究では、一自由度非線形振動系について、NNを用いた簡単なインパクト時刻歴応答の学習による応答予測法を提案する。本論文における同定の意味としては、時系列インパクト応答を学習させたNNで、与える初期条件から、インパクト加振と正弦波強制加振に対する応答が予測できることである。つまり、イン

パクト応答を学習したNNにより、初期条件、加振力の最大値と加振周波数がある範囲に変化しても全時系列応答が予測できる汎用性を期待する。本論文では、このような同定要求と学習情報の制約に応じて、NNの構成と入出力関係を明確に示すとともに、NNの学習における教師データの構造を提案する。手法の有効性を一自由度非線形振動系の同定例を通して明らかにする。

2. NNによる非線形振動系の時系列同定問題

2.1 同定問題 本報で検討する非線形振動系を次式に示す。

$$m\ddot{x} + c\dot{x} + F_R(x) = F \quad (1)$$

$$x(0) = x_0, \dot{x}(0) = \dot{x}_0$$

ここに、 $F_R(x)$ は非線形復元力、 $\ddot{x}, \dot{x}, x$ は系の加速度、速度、変位である。 $x_0, \dot{x}_0$ は初期値である。本報の同定問題は、以下の半波正弦波力

$$F(t) = \begin{cases} P \sin(\omega t) & (0 \leq t \leq t_m) \\ 0 & (t > t_m) \end{cases} \quad (2)$$

$$t_m = \pi / \omega$$

* 原稿受付 平成6年10月20日。

^{*1} 正員、金沢大学工学部 (〒920 金沢市小立野 2-40-20)。

をインパクト加振力とする系の時刻歴応答を教師データとしてNNに学習させた後、任意の初期条件 $x_0, \dot{x}_0$ と任意の強制加振力（半波正弦波インパクトあるいは正弦波）に対して、その時刻歴応答が予測できるようなNNを求めることである。すなわち、本論文での非線形振動同定の問題は、系のインパクト応答を学習したNNから、初期条件と強制加振外力のみを既知条件として、系の応答情報などを得ることである。

2.2 インパクト応答の学習による応答予測に関する考え方 本論文で追求するNNの主要機能は、実験から得られた時系列インパクト波外力とその応答からなるパターンが与えられたとき、それに対応する非線形系の動特性を学習により記憶し、それを用いて、強制加振外力による応答を予測することである。以下にNNによる非線形系の動特性を同定する考え方を述べる。

2.2.1 NNの入出力関係の確定 NNに学習させるインパクト応答と、NNによって予測する強制振動応答とは、波形上では同じではないが、同じ物理モデルから得られるものである。すなわち、加振力によって、系の応答は違うが、離散化した時間領域で、 t 時刻に系の $x(t), \dot{x}(t), F(t), F(t+\Delta t)$ が与えられると、 Δt 後の系の増分 $\Delta x(t+\Delta t), \Delta \dot{x}(t+\Delta t)$ は一義的に決まる。従って、入力パターンを $x(t), \dot{x}(t), F(t), F(t+\Delta t)$ とし、応答増分 $\Delta x(t+\Delta t), \Delta \dot{x}(t+\Delta t)$ を出力パターンとすることにより、インパクト応答の学習により系の非線形メカニズムを同定する可能性がある。

学習済みのNNによる予測は、任意の初期値と強制加振力 $F(t)$ に対して、式(3),(4)

$$x(t+\Delta t) = x(t) + \Delta x(t+\Delta t) \quad (3)$$

$$\dot{x}(t+\Delta t) = \dot{x}(t) + \Delta \dot{x}(t+\Delta t) \quad (4)$$

を用いて、順次出力を入力にいれることにより、初期値 $x(0), \dot{x}(0)$ からそれ以降の時刻応答 $x(t), \dot{x}(t)$ に関する時刻歴予測ができる。

2.2.2 教師データ構造の提案とそのベクトルでの表示 ここで、 $t = \Delta t \cdot k$ で連続系時系列問題を離散化する。すなわち、ある P, t_m の実験条件により測定した系時系列データを処理し、

$$\tilde{x}_k^i = x(t) \quad (5)$$

$$\tilde{\dot{x}}_k^i = \dot{x}(t) \quad (6)$$

$$\tilde{F}_k^i = F(t) \quad (7)$$

$$\Delta \tilde{x}_{k+1}^i = \Delta x(t+\Delta t) \quad (8)$$

$$\Delta \tilde{\dot{x}}_{k+1}^i = \Delta \dot{x}(t+\Delta t) \quad (9)$$

のように表示する。図1に示しているNN学習の入出力のベクトル関係は

$$\tilde{\mathbf{I}}_k^i = (\tilde{x}_k^i, \tilde{\dot{x}}_k^i, \tilde{F}_k^i, \tilde{F}_{k+1}^i)^T \quad (10)$$

$$\tilde{\mathbf{O}}_{k+1}^i = (\Delta \tilde{x}_{k+1}^i, \Delta \tilde{\dot{x}}_{k+1}^i)^T \quad (11)$$

に定義される。インパクト応答の学習から、系の周波数の依存性や振幅依存性などをNNにもたせるような要求には、NNの連想機能を向上させなければならない。このため、複数組の実験条件 $(P^i, t_m^i; i=1, \dots, m)$ でのインパクト時刻歴応答を用いることにより、学習情報を増し、系の非線形メカニズムの連想を容易にすることを考える。すなわち、得られる複数組条件の離散化時系列データを以下の入力、出力ベクトル系列

$$\tilde{\mathbf{I}} = \{\tilde{\mathbf{I}}_0^1, \tilde{\mathbf{I}}_1^1, \dots, \tilde{\mathbf{I}}_1^m, \dots, \tilde{\mathbf{I}}_{n-1}^1, \tilde{\mathbf{I}}_0^2, \tilde{\mathbf{I}}_1^2, \dots, \tilde{\mathbf{I}}_{n-1}^m\} \quad (12)$$

$$\tilde{\mathbf{O}} = \{\tilde{\mathbf{O}}_1^1, \tilde{\mathbf{O}}_2^1, \dots, \tilde{\mathbf{O}}_1^m, \dots, \tilde{\mathbf{O}}_n^1, \tilde{\mathbf{O}}_2^2, \dots, \tilde{\mathbf{O}}_n^m\} \quad (13)$$

で学習する。学習済みのNNを用いた応答予測では、図2に示したように繰り返し、NNを利用することにより、外力離散値および初期条件 $x_0, \dot{x}_0$ が与えられ、順次応答 $x_k, \dot{x}_k (k=1, \dots, nstop)$ が求められる。

図1 階層型ニューラルネットワークの構造

図2 階層型ニューラルネットワークの予測入出力関係

2.2.3 NNの構成について NNの構成には、図1に示している階層的な構造で、信号の流れが1方向である多層型ニューラルネットワーク（以下に、階層型NNと略す）を用いた。本論文では、階層型NNを用い、バックプロパゲーションで入出力ベクトルの関係を学習し、シグモイド関数を入出力変換関数とするニューロンユニットで構成されたNNを想定する。

3. Duffing系とガタ系に対する同定

ここで、提案した教師データ構造と提示した階層型NNの構成を用いて、一自由度のDuffing系とガタ系に対する同定例を示す。用いた教師データは、既知非線形振動系に対するRKG法による時刻歴応答データである。

3.1 Duffing系の同定と教師データ構造の検討

ここでは、1組($m=1$)と4組($m=4$)の条件で得られるDuffing系モデルのインパクト波加振の教師データを図1の階層型NNに学習させる。次に図2の予測入出力関係を用いて、提案した教師データ構造の有効性と提示した入出力関係を検討する。

3.1.1 Duffing型非線形系の運動方程式 同定モデルとしては式(1)において、

$$F_R(x) = k(x + \beta x^3) \quad (14)$$

のようなDuffing型非線形復元力がある系とする。系のパラメータは表1に示す。

3.1.2 Duffing系インパクト応答の学習と教師データ 学習方法は、バックプロパゲーション法による修正モーメント法を用いる。その学習の入力パラメー

タとして、シグモイド関数の係数(μ_0)=0.6、結合荷重の修正定数(α)=0.01、オフセットの修正定数(γ)=0.01、モーメント係数の上限値($m_{\max}$)=0.8、モーメント係数の初期値($m_{\min}$)=0.05、モーメント修正項定数(Δm)= $(m_{\max} - m_{\min})/L_n$ 、ここに L_n =学習回数である。離散化時間間隔は $\Delta t = 2\pi\omega_n / L_B = 0.001(\text{sec})$ である。ここで、 ω_n は線形固有振動数、 $L_B = 50$ は線形固有周期毎の分割数である。 $\eta = \omega / \omega_n$ 、 $\omega_n = \sqrt{k/m}$ である。図1の階層型NNの入力層、中間層、出力層のユニット数は、それぞれ4,16,2である。

図3と図4に示している1組($m=1, P^i = 400(N)$, $t_m^i = 0.05(\text{s})$)と4組($m=4$, 教師データのパラメータは表2を参照)条件の半波正弦波外力を加えたときの時刻歴データを入出力ベクトル系列とする。このような2種類の入出力ベクトル系列教師データを学習の回数(L_n)=30000で図1の階層型NNにそれぞれ学習させる。

3.1.3 教師データ構造の検討 図3および図4の教師データを学習した階層型NNにより予測した強制振動応答 $\hat{x}_k, \hat{\dot{x}}_k$ をそれぞれ図5の予測応答A($m=1$)およびD($m=4$)で示し、それらの予測結果から教師データの構造を検討する。図5(a)のインパクト応答予測については、両方ともよい精度で予測していることがわか

表1 Duffing系のパラメータ

m (kg)	1.0	c (Ns/m)	37.95
k (N/m)	4000.0	$\beta (m^{-2})$	100.0

表2 4組の教師データについてのパラメータ

i	1	2	3	4	L_B	50
$P^i (N)$	400.0	-400.0	400.0	-400.0	$\bar{x}_0^i, i=1, \dots, 4$	0.0
$t_m^i (s)$	0.05	0.05	0.03	0.03	$\bar{t}_0^i, i=1, \dots, 4$	0.0

(a) 入力データ (b) 出力データ

図3 1組($m=1$)条件の教師データ

(a) 入力データ (b) 出力データ

図4 4組($m=4$)の教師データ

る。従ってインパクト応答の学習がきちんと行われていると言える。図5(b)の強制振動応答の予測については、学習の入力パターン $F_k, \tilde{F}_{k+1}$ と強制振動応答予測の入力パターン F_k, F_{k+1} とは系列性がかなり相違することは明確である。予測結果をみると、1組教師データを学習させたNN(A)は予測誤差が大きいが、4組教師データによるもの(D)は応答の高調波歪みをかなり正確に予測しており、よい結果を与えているといえる。前述したように、階層型NNの各学習試行は、入力と出力のただ一組のデータベクトル $(\tilde{\mathbf{I}}_k, \tilde{\mathbf{O}}_{k+1})$ からなるので、入出力ベクトル集合 $\tilde{\mathbf{I}}, \tilde{\mathbf{O}} (i=1, \dots, m; m>1)$ を増加させることにより、多くの入力ベクトルの可能組合せ情

図5 1組と4組教師データの学習による予測の比較

報をNNに学習させることができる。これによって、NNの予測性により、汎用性を持たせることができる。図5の結果はこのことを明示している。

3.1.4 Duffing系の予測 ここで、4組教師データを学習させたNNを用いて、他の応答を予測する。周期的外力による強制振動応答の予測に、どの程度有効

図6 Duffing系周波数応答の予測

図7 Duffing系インパクト応答の予測

かを調べた。図6は時刻歴予測結果の定常解の振幅を周波数応答として表したものである。教師データにない P, t_m の2組の予測条件によるインパクト応答の予測例を図7(a),(b)に示す。図8(a),(b)は、 $\eta, P, x_0, \dot{x}_0$ に関する2組の組合せ予測条件を用いた正弦波強制外力による時刻歴予測例である。NNによる予測結果は、RKG法の解析結果と比べ、かなりよい一致を示していることがわかる。他の加振振幅の場合についてもほぼ同様に予測できた。

3.2 ガタ型非線形系の時系列同定例

(a) $\eta = 1.3, P = 300.0(N), x_0 = 0.06(m), \dot{x}_0 = 0.0(m/s)$

(b) $\eta = 1.0, P = 400.0(N), x_0 = 0.1(m), \dot{x}_0 = 0.0(m/s)$

図8 Duffing系強制振動応答の予測

表3 ガタ系のパラメータ

i	k_i (N/m)	δ_i (mm)	m (kg)	1.0
1	4000.0	1.0	c (Ns/m)	40.0
2	4000.0	-1.0	k (N/m)	0.0

3.2.1 ガタ型非線形系の運動方程式 同定のモデルとしては式(1)において、

$$\begin{aligned} F_R(x) &= (k+k_1)x + k_1\delta_1 & (x < -\delta_1) \\ F_R(x) &= kx & (-\delta_1 < x < \delta_2) \\ F_R(x) &= (k+k_2)x - k_2\delta_2 & (x > \delta_2) \end{aligned} \quad (15)$$

のような断片線形項で表した非線形復元力がある系とし、系のパラメータを表3に示す。

3.2.2 ガタ系インパクト応答の学習 学習条件はDuffing系と全く同じであるが、表4に示す教師データのパラメータを用いた教師データを図9に示す。学習回数は $L_n = 50000$ で学習させた。

3.2.3 ガタ系の予測 インパクト応答の予測について、教師データにはない P, t_m に対する予測例を図10に示す。また、強制振動応答の予測について図11に示す。ここで、 $\eta = \omega/\omega_n$ 、 $\omega_n = \sqrt{k_1/m}$ である。RKG法の解析とよく一致し、学習がよくおこなわれていることを示す。

表4 ガタ系教師データのパラメータ

i	1	2	3	4	L_n	200
P^i (N)	20.0	20.0	-20.0	-20.0	$\tilde{x}_0^i, i=1, \dots, 4$	0.0
t_m^i (s)	0.03	0.05	0.03	0.05	$\tilde{\dot{x}}_0^i, i=1, \dots, 4$	0.0

(a) 入力データ (b) 出力データ

図9 ガタ系の教師データ($m = 4$)

4. 結 言

本論文では、階層型ニューラルネットワークを用い、簡単なインパクト時刻歴応答の学習によって、インパクト加振および正弦波強制加振に対する時系列応答を予測できるような階層型NNによる非線形振動のシス

(a) $P = 15.0, t_m = 0.08$ (b) $P = 10.0, t_m = 0.04$

図10 ガタ系インパクト応答の予測

(a) $\eta = 0.5, P = 15.0(N), x_0 = 0.005(m), \dot{x}_0 = 0.0(m/s)$ (b) $\eta = 1.0, P = 20.0(N), x_0 = -0.005(m), \dot{x}_0 = 0.2(m/s)$

図11 強制振動応答の予測

テム同定系を構築した。一自由度 Duffing系とガタ系非線形振動モデルを通じて、提案した教師データの構造と提示した階層型NNの学習と予測に関する入出力関係の有効性と汎用性を明らかにした。

なお、強制振動応答では、不安定域のない主共振応答を中心として検討したが、不安定領域がある場合にもこの手法の適用の可能性はありと考えている。今後、このような系の同定および実用的な非線形振動系への応用性を試みたい。

文 献

- (1) Narendra.K.S., Parthasarathy.K.:IEEE Trans. on Neural Networks, Vol.1, no.1 (1990), pp.4-27.
- (2) 森下・他2名,機論,58-550,C(1992),1748.
- (3) Chinmoy PAL・他3名,機論,59-561,C(1993),1436.