柔軟関節をもつロボットマニピュレータのロバスト制御*

楊 劍 鳴^{*1}, 早 川 義 一^{*2}
大 嶋 和 彦^{*2}, 藤 井 省 三^{*2}

A Robust control of Robot Manipulators with Flexible Joints

Jianming YANG, Yoshikazu HAYAKAWA,
Kazuhiko OSHIMA and Seizo FUJII

This paper presents a robust control scheme for robot manipulators with flexible joints. By the analysis of the properties of the model of the manipulator and the presented lemma, exponential convergence is ensured which does not make any assumption on stiffnesses of joints. The uncertainty bounds of parameters are needed to derive the control law. The control input is always continuous and can guarantee global exponential stability of tracking errors. The control scheme is applied to an one link flexible-joint manipulator as an illustrative example.

Key Words: Stability Robust control, Robot, Manipulator, Elasticity

1. 緒 言

産業用ロボットに用いられるモータは、減速およびトルク増幅のため一般に減速機を介してリンクに接続されている。また、駆動力の伝達にトランスミッションベルトや長いシャフトが用いられることも少なくない。したがって、ロボットマニピュレータに高速、高精度な作業を行わせる場合、減速機のギヤの歯やシャフトの弾性変形に起因する関節の柔軟性が顕著になる。このような場合、関節を剛体とみなした制御方式では十分な性能が得られないため、制御系設計の際に関節の柔軟性を考慮に入れる必要が出てくる。しかしながら関節の柔軟性を線形ばねと仮定した場合、ロボットマニピュレータの動力学モデルの次数は剛体モデルの2倍になり、さらに非線形性と入力のマッチング条件が失われるため⁽¹⁾、制御系設計が非常に困難になる。

近年、ロボットマニピュレータの関節の柔軟性を考慮した現代制御理論に基づく制御方式が提案されてきている。それらは、スライディングモード⁽²⁾、逆ダイナ

ミックス⁽¹⁴⁾、ダイナミックフィードバック線形化⁽⁸⁾、特異摂動法⁽¹⁰⁾などの手法に基づいたものである。しかしながらこれらの手法は、ロボットマニピュレータの物理パラメータが既知であるという前提の下で構築されたものであり、パラメータに不確かさが存在する場合には有効でないことが知られている。そこで、物理パラメータの不確かさに対処するために、適応コントローラが提案された^{(11)~(13)}。これらは剛体関節マニピュレータに対して大域的安定性を保証する適応コントローラ⁽⁴⁾に、柔軟関節をもつロボットマニピュレータシステム全体の安定性を保証する項を組入れたものである。しかるにこれらの論文では、関節のばね定数あるいはモータ部に関する物理パラメータのいくつかが既知であることを仮定しており、これらのパラメータに関して不確かさが存在するとシステムの安定性はもはや保証されなくなる。一方、ロバスト性を考慮したロバスト適応コントローラも提案されている⁽⁵⁾⁽⁶⁾。文献(5)では、特異摂動法により低次元化した近似モデルと最小二乗同定に基づいて制御系を設計している。このコントローラは関節の剛性が十分に大きいという仮定が必要であり、また、速く変化する目標軌道に対してパラメータの収束性がよくないという欠点がある。文献(6)では文献(4)で提案されたマニピュレー

* 平成6年3月29日 日本機械学会71期通常総会講演会において講演、原稿受付 平成6年9月16日。

^{*1} 正員、名古屋大学大学院 (〒464-01 名古屋市中種区木老町1)。

^{*2} 正員、名古屋大学工学部。

タのリンク部に対する適応制御ループとモータ部に対するスライディングコントロールループの二つの制御ループを組合せた制御系を設計している。このコントローラにはリンクの角加速度情報が必要であり、また制御入力が一不連続であるという欠点がある。

以上の観点から本論文では、未知パラメータの存在範囲が事前情報として得られる場合の柔軟関節をもつマニピュレータに対して有効なロバストコントローラを提案する。これは文献(3)で提案された手法を利用したものであるが、本論文では柔軟関節をもつマニピュレータへの適用を考慮して制御入力が一連続となる制御則を導出する。また、システムの安定性については文献(2)で示された指数安定性により保証される。本論文の構成は、まず第2章で柔軟関節をもつマニピュレータの動力学モデルを導出し、その特性に検討を加える。第3章では指数安定性についての補題を与える。また、第2章で述べた動力学モデルの特性およびこの補題に基づいてロバストコントローラを設計する。次いで第4章で柔軟関節をもつ単軸マニピュレータを対象として実験試験を行い、提案するコントローラの有効性を示す。最後に第5章で本論文で得られた成果をまとめる。

2. 動力学モデル

図1に示すような柔軟な回転関節をもつ n リンクマニピュレータを考え、その機械的構造に対して以下の仮定を設ける。

- (1) 各関節の柔軟性は線形なねじりばねで表される。
- (2) ロータの慣性モーメントはその回転軸まわりの値のみであり、ロータおよび減速機の慣性はそれぞれの回転軸に対して対称である。

マニピュレータの運動方程式は仮定(1), (2)を考慮して次式で表される。

$$B(q_1)\ddot{q}_1 + C(q_1, \dot{q}_1)\dot{q}_1 + G(q_1) + D\dot{q}_1 + K_s(q_1 - q_2) = 0 \quad (1)$$

$$J_m\ddot{q}_2 + D_m\dot{q}_2 + K_s(q_2 - q_1) = u \quad (2)$$

図1 柔軟回転関節の模式図

ここで $q_1 \in R^n$, $q_2 \in R^n$ はそれぞれリンク角および等価モータ角ベクトルである。等価モータ角とはリンク角レベルで表したモータ角であり、第 i 関節のモータ角を q_{mi} 、ギヤ比を G_{ri} とすると、 $q_{2i} = q_{mi}/G_{ri}$ で表される。 $B(q_1) \in R^{n \times n}$ は正定対称なリンクの慣性行列 [文献(16)式 6.66 参照]、 $C(q_1, \dot{q}_1)\dot{q}_1$ は遠心力・コリオリ力などの非線形項を表す ($C(q_1, \dot{q}_1) \in R^{n \times n}$)。 $G(q_1) \in R^n$ は重力項、 $J_m = \text{diag}[J_{mi}]$ はモータの慣性行列、 $D = \text{diag}[D_i]$ 、 $D_m = \text{diag}[D_{mi}]$ はそれぞれリンクとモータの粘性摩擦係数行列、 $K_s = \text{diag}[K_{si}]$ はばね定数行列、 $u \in R^n$ はモータへの入力トルクを表す。式(1), (2)では、リンクとモータの間の相互作用は線形ばねの $K_s(q_1 - q_2)$ のみであり、 q_2 の微分は入らない。この性質は、後に提案するアルゴリズムが成立するために重要である。

ここで、マニピュレータの運動方程式(1), (2)においてコントローラ設計の際に有用となる特性を示す。

- (1) 回転関節をもつマニピュレータでは慣性行列は次式を満足する。

$$m_1 I \leq B(q_1) \leq m_2 I \quad (3)$$

ただし、 $m_2 \geq m_1 > 0$

- (2) $C(q_1, \dot{q}_1)$ の要素 C_{kj} を次式のように定義すると、

$$C_{kj} = \sum_{i=1}^n \frac{1}{2} \left\{ \frac{\partial B_{kj}}{\partial q_{1i}} + \frac{\partial B_{ki}}{\partial q_{1j}} - \frac{\partial B_{ij}}{\partial q_{1k}} \right\} \dot{q}_{1i} \quad (4)$$

$\dot{B} - 2C$ は歪対称行列となる。すなわち、任意の $x \in R^n$ に対して、

$$x'[\dot{B} - 2C]x = 0$$

が成立する。

- (3) マニピュレータの運動方程式(1), (2)は線形パラメータ表現によって、

$$\begin{bmatrix} Y_1(q_1, \dot{q}_1, \ddot{q}_1)P_1 + Y_{k1}P_k \\ Y_2(q_2, \dot{q}_2, \ddot{q}_2)P_2 + Y_{k2}P_k \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ u \end{bmatrix} \quad (5)$$

と表すことができる。ここで、 $Y_1(q_1, \dot{q}_1, \ddot{q}_1) \in R^{n \times r_1}$ 、および $Y_2(q_2, \dot{q}_2, \ddot{q}_2) \in R^{n \times r_2}$ は、それぞれマニピュレータのパラメータに依存しない q_1 , $\dot{q}_1$, $\ddot{q}_1$ および q_2 , $\dot{q}_2$, $\ddot{q}_2$ の既知関数行列である。また、 $Y_{k1} = \text{diag}[q_{1i} - q_{2i}]$ 、 $Y_{k2} = \text{diag}[q_{2i} - q_{1i}]$ であり、 $P_k = [k_{s1}, \dots, k_{sn}]^t$ 、 $P_1 \in R^{r_1}$ 、 $P_2 \in R^{r_2}$ はそれぞれ伝達系の剛性、モータおよびリンクに関する未知の不変パラメータベクトルである。なお、与えられたマニピュレータに対してベクトル P_1 の次元 r_1 は一般にリンク数 n より大きい。また異なる線形パラメータ化によってその値も異なり、唯一でない。以下では、 $T = (0, u^*)^t$ と定義する。

3. ロバストコントローラ的设计

コントローラ的设计にあたって, 前述の仮定(1), (2)に加えて以下の仮定を設ける.

(3) リンク角度, 角速度 $q_1, \dot{q}_1$ および等価モータ角度, 角速度 $q_2, \dot{q}_2$ は測定可能.

(4) 目標軌道 $q_{1d}(t) \in R^n$ は4階微分可能.

(5) パラメータベクトル P_1, P_2, P_k の不確かさは既知のパラメータベクトル P_{10}, P_{20}, P_{k0} と正の定数 ρ_1, ρ_2, ρ_k によって次式で与えられるとする.

$$\left. \begin{aligned} \|\tilde{P}_1\| &\leq \rho_1; \quad \tilde{P}_1 = \|P_1 - P_{10}\| \\ \|\tilde{P}_2\| &\leq \rho_2; \quad \tilde{P}_2 = \|P_2 - P_{20}\| \\ \|\tilde{P}_k\| &\leq \rho_k; \quad \tilde{P}_k = \|P_k - P_{k0}\| \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (6)$$

さらに次の表記を導入する.

$$\left. \begin{aligned} e &= [e_1^t, e_2^t]^t = q_d - q \\ \dot{q}_r &= [\dot{q}_{r1}^t, \dot{q}_{r2}^t]^t = \dot{q}_d + \Lambda e \\ s &= [s_1^t, s_2^t]^t = \dot{q}_r - \dot{q} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (7)$$

ここで $q_d = [q_{1d}^t, q_{2d}^t]^t \in R^{2n}$ はリンク角および等価モータ角の目標軌道, $e_1, e_2 \in R^n$ は追従誤差, $\Lambda \in R^{2n}$ は正定対角な行列である.

また, 運動方程式の線形パラメータ表現(5)に対応して, 次式を定義する.

$$\left. \begin{aligned} Y_{d1}P_1 &= B(q_1)\ddot{q}_{r1} + C(q_1, \dot{q}_1)\dot{q}_{r1} \\ &\quad + G(q_1) + D\dot{q}_{r1} \\ Y_{d1}P_2 &= J_m\ddot{q}_{r2} + D_2\dot{q}_{r2} \\ Y_{kd1} &= \text{diag}[q_{1d1} - q_{2d1}] \\ Y_{kd2} &= \text{diag}[q_{2d1} - q_{1d1}] \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (8)$$

なお, $Y_{d1}P$ は $\dot{q}_1, q_{2d}, \dot{q}_{2d}, \ddot{q}_{2d}$ に依存しない. また, $Y_{d2}P$ も $\ddot{q}_2, q_{1d}, \dot{q}_{1d}, \ddot{q}_{1d}$ に依存しない.

ここで, ロバストコントローラの安定性の証明に必要な補題⁽²⁾を与える.

補題 $V(y, t)$ を与えられた連続時間システムに対するリヤプノフ関数とする. V が以下の条件を満たし, かつ $\lambda = (\lambda_3/\lambda_2) \geq \beta$ ならば, システムの軌跡 y のノルムは原点に指数収束する.

$$(1) \quad \lambda_1 \|y\|^{m_1} \leq V(y, t) \leq \lambda_2 \|y\|^{m_2}, \\ \forall (y, t) \in R^n \times R \dots\dots\dots (9)$$

$$(2) \quad \dot{V}(y, t) \leq -\lambda_3 \|y\|^{m_2} + \epsilon e^{-\beta t}, \\ \forall (y, t) \in R^n \times R \dots\dots\dots (10)$$

ここで, $m_1, m_2, \lambda_1, \lambda_2, \lambda_3, \beta, \epsilon > 0$ は定数であり, $m_2 \geq m_1$ および $\lambda_2 \geq \lambda_1$ を満たす. $\square$

ここで, ロバスト制御則を次式で与える.

$$T = \begin{bmatrix} Y_{d1}P_{10} \\ Y_{d2}P_{20} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} Y_{kd1}P_{k0} \\ Y_{kd2}P_{k0} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} Y_{d1}U_{p1} \\ Y_{d2}U_{p2} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} Y_{kd1}U_{k1} \\ Y_{kd2}U_{k2} \end{bmatrix} + K_D S$$

$$= \begin{bmatrix} Y_{d1}(P_{10} + U_{p1}) \\ Y_{d2}(P_{20} + U_{p2}) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} Y_{kd1}(P_{k0} + U_{k1}) \\ Y_{kd2}(P_{k0} + U_{k2}) \end{bmatrix} + K_D S \dots\dots\dots (11)$$

ただし

$$K_D = \begin{bmatrix} K_{D1} & 0 \\ 0 & K_{D2} \end{bmatrix} \\ \left. \begin{aligned} U_{p1} &= Y_{d1}^t S_1 \rho_1 / (\|Y_{d1}^t S_1\| + \gamma_1 e^{-\gamma_2 t}) \\ U_{p2} &= Y_{d2}^t S_2 \rho_2 / (\|Y_{d2}^t S_2\| + \gamma_1 e^{-\gamma_2 t}) \\ U_{k1} &= Y_{kd1}^t S_1 \rho_k / (\|Y_{kd1}^t S_1\| + \gamma_1 e^{-\gamma_2 t}) \\ U_{k2} &= Y_{kd2}^t S_2 \rho_k / (\|Y_{kd2}^t S_2\| + \gamma_1 e^{-\gamma_2 t}) \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (12)$$

K_{D1}, K_{D2} および $M = \text{diag}[M_i]$ は正定対角なゲイン行列, γ_1 および γ_2 は正の実数である. モータへの入力 u と目標軌道 q_{2d} は式(11)により求められる. すなわち, 式(11)は $2n$ 元連立方程式であり, $T = (0, u^*)^*$ であることを注意すれば, 最初の n 元連立方程式から q_{2d} は式(11)のように求められ, 残りの n 元連立方程式から

$$u = Y_{d2}(P_{20} + U_{p2}) + Y_{kd2}(P_{k0} + U_{k2}) + K_{D2} S_2$$

を得る.

ロバスト制御則(11), (12)の下でのシステムの指数安定性は次の定理により与えられる.

定理 式(1), (2)で表されるマニピュレータに対して式(11), (12)で与えられる制御則を適用すれば, 追従誤差 e および $\dot{e}$ は $\lambda = (\lambda_3/\lambda_2) \geq \beta_1$ で零に指数収束する. また, システムのすべて信号は有界である.

証明: リアプノフ関数を次式で与える.

$$V = \frac{1}{2} s_1^t B(q_1) s_1 + \frac{1}{2} s_2^t J_m s_2 \\ + \frac{1}{2} (e_1 - e_2)^t K_s (e_1 - e_2) \dots\dots\dots (13)$$

式(13)は次式のように書き直せる.

$$V = \frac{1}{2} x^t \begin{bmatrix} B(q_1) & 0 & 0 \\ 0 & J_m & 0 \\ 0 & 0 & K_s \end{bmatrix} x \dots\dots\dots (14)$$

ここで, $x^t = [s^t, (e_1 - e_2)^t]$ である. 式(3)および(6)より次の不等式を得る.

$$b_1 \|x\|^2 \leq V \leq b_2 \|x\|^2 + \varphi/\gamma_3 \dots\dots\dots (15)$$

ここで, $b_2 \geq b_1 > 0$, $\varphi = \rho_k^2 \|M\|/2$ である. したがって, 上式は補題の条件(1)を満足する. 式(13)を微分すると,

$$\dot{V} = s_1^t B(q_1) \dot{s}_1 + \frac{1}{2} s_1^t \dot{B}(q_1) s_1 + s_2^t J_m \dot{s}_2 \\ + (\dot{e}_1 - \dot{e}_2)^t K_s (e_1 - e_2) \dots\dots\dots (16)$$

であり, 特性(2)を用いれば, 式(16)は次式で表せる.

$$\dot{V} \leq s^t \begin{bmatrix} Y_{d1}P_1 + Y_{k1}P_k \\ Y_{d2}P_2 + Y_{k2}P_k \end{bmatrix} - s^t \begin{bmatrix} D & 0 \\ 0 & D_m \end{bmatrix} s - s^t T \\ + (\dot{e}_1 - \dot{e}_2)^t K_s (e_1 - e_2). \quad \dots\dots\dots (17)$$

ここで、 T にロバスト制御則(11), (12)を適用すると次式を得る。

$$\dot{V} \leq -s_1^t (K_{D1} + D) s_1 - s_2^t (K_{D2} + D_m) s_2 \\ - (e_1 - e_2)^t \Lambda K_s (e_1 - e_2) \\ + \|Y_{d1}^t s_1\| \rho_{p1} - \frac{\|Y_{d1}^t s_1\|^2 \rho_1}{\|Y_{d1}^t s_1\| + \gamma_1 e^{-\gamma_2 t}} \\ + \|Y_{d2}^t s_2\| \rho_{p2} - \frac{\|Y_{d2}^t s_2\|^2 \rho_2}{\|Y_{d2}^t s_2\| + \gamma_1 e^{-\gamma_2 t}} \\ + \|Y_{kd1}^t s_1\| \rho_k - \frac{\|Y_{kd1}^t s_1\|^2 \rho_k}{\|Y_{kd1}^t s_1\| + \gamma_1 e^{-\gamma_2 t}} \\ + \|Y_{kd2}^t s_2\| \rho_k - \frac{\|Y_{kd2}^t s_2\|^2 \rho_k}{\|Y_{kd2}^t s_2\| + \gamma_1 e^{-\gamma_2 t}} \quad \dots\dots\dots (18)$$

式(18)は次式のように書き直せる。

$$\dot{V} \leq -x^t \bar{K} x + \rho \gamma_1 e^{-\gamma_2 t} \quad \dots\dots\dots (19)$$

ここで、

$$\bar{K} = \begin{bmatrix} K_{D1} + D_1 & 0 & 0 \\ 0 & K_{D2} + D_2 & 0 \\ 0 & 0 & \Lambda_1 K_s \end{bmatrix},$$

$$\rho = \rho_1 + \rho_2 + 2\rho_k.$$

したがって、

$$\dot{V} \leq -\gamma_3 \|x\|^2 + \epsilon e^{-\gamma_2 t} \quad \dots\dots\dots (20)$$

を得る。ここで、 $\gamma_3 > 0$ は $\bar{K}$ の最小固有値、 $\epsilon = \rho \gamma_1$ は正数であり、補題の条件(2)を満足することになる。したがって、 $\gamma_3 \rightarrow \infty$ ならば、 $\|x\|$ は零に指数収束する。すなわち、追従誤差 e および $\dot{e}$ は、 $t \rightarrow \infty$ で零に収束する。ところで、入力 u の算出にあたって、 q_{2d} , $\dot{q}_{2d}$, $\ddot{q}_{2d}$ を必要とするが、これらの信号の有界性は以下の Remark 3 において述べることにする。このとき、システムのすべて信号が有界となる。□

Remark 1 リンク部、モータ部および柔軟関節のパラメータの不確かさの範囲は関節により異なる。したがって、すべての関節に同一の ρ_1 , ρ_2 , ρ_k を用いると保守的な設計を行うことになる。そこで、各関節ごとにパラメータの不確かさの上限を設定することにする。例えば、 i 番めのリンクについてパラメータの不確かさは

$$|\tilde{P}_{li}| \leq \rho_{li}; \quad \tilde{P}_{li} = P_{li} - P_{lio}, \quad i=1, \dots, r_1$$

で表される。ベクトル $Y_{d1}^t s_1$ の i 番めの要素を ξ_{1i} として、 U_{p1} の i 番めの要素を次式により定義する。

$$U_{p1i} = \frac{\xi_{1i} \rho_{1i}}{|\xi_{1i}| + \gamma_1 e^{-\gamma_2 t}}$$

上述の修正の下で、式(13)と同一のリアプノフ関数を用いれば、式(19)は次式のようになる。

$$\dot{V} \leq -x^t \bar{K} x + \gamma_1 e^{-\gamma_2 t} \left(\sum_{i=1}^{r_1} \rho_{1i} + \sum_{j=1}^{r_2} \rho_{2j} + 2 \sum_{k=1}^n \rho_{kl} \right)$$

例えば、モータのイナーシャや粘性摩擦係数などのパラメータはその仕様からかなり正確な値が事前に得られる場合が多い。したがって、このような既知パラメータに対しては、それに対応する ρ_{1i} , ρ_{2j} , ρ_{kl} を零と設定することで、制御則を簡略化することが可能になる。□

Remark 2 U_{p1} , U_{p2} および U_k に付加した項 $\gamma_1 e^{-\gamma_2 t}$ は非線形補償の不連続性を回避するために導入したものである。□

Remark 3 ここで、 u , q_{2d} , $\dot{q}_{2d}$ および $\ddot{q}_{2d}$ の有界性について述べておく。定理 1 より e および $\dot{e}$ は有界である。また、式(11)より次式を得る。

$$\dot{q}_{2d} = \dot{q}_{1d} + \bar{K}_s^{-1} (Y_{d1} (P_{1o} + U_{1p}) + K_{D1} s_1). \quad \dots (21)$$

式(8)および式(12)より $Y_{d1} (P_{1o}(0) + U_{p1})$ および $\bar{K}_1 = K_{s0} + \text{diag} [U_{k1i}]$ は q_{1d} , $\dot{q}_{1d}$, $\ddot{q}_{1d}$, q_1 , $\dot{q}_1$ の有界な関数である。したがって、 q_{2d} および $\dot{q}_2$ は有界となる。さらに、式(1)より $\ddot{q}_1$ が有界であることがわかる。式(21)を微分すると、

$$\ddot{q}_{2d} = \ddot{q}_{1d} + \bar{K}_s^{-1} (\dot{Y}_{d1} \hat{P}_u + Y_{d1} \dot{\hat{P}}_u + K_{D1} \dot{s}_1 \\ + \bar{K}_s (q_{1d} - q_{2d})). \quad \dots\dots\dots (22)$$

となる。ここで、 $\hat{P}_u = P_{1o} + U_{p1o} \dot{Y}_{d1} \hat{P}_u$, $Y_{d1} \dot{\hat{P}}_u$ および $\bar{K}_s$ は q_1 , $\dot{q}_1$, $\ddot{q}_1$, q_{1d} , $\dot{q}_{1d}$, $\ddot{q}_{1d}$, $q_1^{(3)}$ の有界関数である。したがって、 $\ddot{q}_{2d}$ および $\dot{q}_2$ は有界になる。式(1)および式(22)を微分することにより同様の手順で $q_1^{(3)}$ および $\ddot{q}_{2d}$ の有界性が示される。以上より制御入力 u の有界性が保証される。4章では柔軟関節をもつ単軸マニピュレータに対する q_{2d} , $\dot{q}_{2d}$ および $\ddot{q}_{2d}$ の計算式を示す。□

Remark 4 定理により $\|V\|$ が零に指数収束する。しかしながら、モデル化誤差や外乱を考えた場合⁽¹⁵⁾、このとき、 $\|V\|$ はそのコントローラゲインに対応する小さな領域に収束することのみ保証され、これは一定量の追従誤差を許容することにつながる。□

4. 実機試験

図2に示す柔軟関節をもつ単軸マニピュレータを用いて提案する制御手法の性能を調査した。リンクは減

図2 柔軟関節をもつ単軸マニピュレータ

速機および柔軟性をもつシャフトを介して DC モータによって駆動される。このマニピュレータの動力学モデルは次式で与えられる。

$$\begin{bmatrix} J_1 & 0 \\ 0 & J_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{q}_1 \\ \ddot{q}_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} D_1 & 0 \\ 0 & D_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{q}_1 \\ \dot{q}_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} K_s & -K_s \\ -K_s & K_s \end{bmatrix} \begin{bmatrix} q_1 \\ q_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ u \end{bmatrix}$$

ここで、 J_1 , J_2 および D_1 , D_2 はそれぞれリンクとモータの慣性および粘性摩擦係数である。また、 K_s は関節の剛性である。この動力学モデルの線形パラメータ表現は次式となる。

$$\begin{bmatrix} Y_1 P_1 \\ Y_2 P_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} Y_{k1} P_k \\ Y_{k2} P_k \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \ddot{q}_1 & \dot{q}_1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \ddot{q}_2 & \dot{q}_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} J_1 \\ D_1 \\ J_2 \\ D_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} q_1 - q_2 \\ q_2 - q_1 \end{bmatrix} K_s.$$

式(8)より、

$$Y_{d1} P_1 = \ddot{q}_{r1} J_1 + \dot{q}_{r1} D_1$$

$$Y_{d2} P_2 = \ddot{q}_{r2} J_2 + \dot{q}_{r2} D_2$$

$$Y_{kd1} P_k = (q_{d1} - q_{d2}) K_s$$

$$Y_{kd2} P_k = (q_{d2} - q_{d1}) K_s$$

となる。Remark 3 で述べたように、 q_{2d} は式(21)により求められる。すなわち、

$$q_{2d} = q_{1d} + \hat{K}_s^{-1} (\ddot{q}_{r1} \hat{J}_1 + \dot{q}_{r1} \hat{D}_1 + K_{D1} \dot{s}_1).$$

ここで、

$$\hat{J}_1 = J_{1o} + U_{J1}$$

$$\hat{D}_1 = D_{1o} + U_{D1}.$$

さらに上式を微分することにより $\dot{q}_{2d}$ および $\ddot{q}_{2d}$ が求められる。

$$\begin{aligned} \dot{q}_{2d} &= \dot{q}_{d1} + \hat{K}_s^{-1} (\dot{q}_{r1}^{(3)} \hat{J}_1 + \ddot{q}_{r1} \hat{D}_1 + \dot{q}_{r1} \dot{\hat{J}}_1 + \dot{q}_{r1} \dot{\hat{D}}_1 \\ &\quad + \dot{\hat{K}}_s (q_{1d} - q_{2d}) + K_{D1} \dot{s}_1), \\ \ddot{q}_{2d} &= \ddot{q}_{d1} + \hat{K}_s^{-1} (\ddot{q}_{r1}^{(4)} \hat{J}_1 + \dot{q}_{r1}^{(3)} \hat{D}_1 + 2\dot{q}_{r1}^{(3)} \dot{\hat{J}}_1 \\ &\quad + 2\dot{q}_{r1} \dot{\hat{D}}_1 + \ddot{q}_{r1} \dot{\hat{J}}_1). \end{aligned}$$

表 1

Parameter	Value	unit
K_s	8208.7	(Nm/rad)
J_1	0.618	(Kgm ²)
D_1	0.22	(Nms/rad)
J_2	0.45	(Kgm ²)
D_2	5.62	(Nms/rad)
G_r	53.5	

$$\begin{aligned} &+ \dot{q}_{r1} \ddot{\hat{D}}_1 + 2\dot{\hat{K}}_s (\dot{q}_{1d} - \dot{q}_{2d}) \\ &+ \ddot{\hat{K}}_s (q_{1d} - q_{2d}) + K_{D1} \dot{s}_1). \end{aligned}$$

$\dot{q}_{2d}$ および $\ddot{q}_{2d}$ の算出において $\dot{q}_1$ および $q_1^{(3)}$ が必要であるが、これらの値は直接求めることができない。そこで実験では $\dot{q}_{2d}$ および $\ddot{q}_{2d}$ は q_{d2} を差分することにより求めた。

マニピュレータの物理パラメータの真値を表 1 に示す。これらの値はモータの仕様および事前の同定試験によって得られたものである。

Remark 1 で述べたように、コントローラ的设计においては、リンク部、モータ部および柔軟関節のそれぞれに対して個別にパラメータの不確かさの上限を設定する。ここでは ρ_{1i} および ρ_k は次のように設定する。

$$|P_{1i} - P_{1io}| < 0.5 P_{1io} = \rho_{1i}$$

$$|P_k - P_{ko}| < 0.5 P_{ko} = \rho_k$$

また、モータのパラメータに対する ρ_{21} および ρ_{22} は零とした。モータに関するパラメータはその仕様からかなり正確に求められているので、この設定は妥当であると考えられる。

軌跡追従試験におけるリンク目標軌道を図 3 に示す。ここで目標軌道は速度パターンは次式で表される。

$$\dot{q}_{1d} = -140t^3(t-t_0)^3/t_0^3, \quad 0 < t < t_0.$$

図 3 リンク目標軌道 q_{1d}

図 4 リンク角度追従誤差

なお、加速時間 t_0 は 0.08 s に設定した。

実験試験では、ロバスト補償項の有無による制御系の安定性および性能を比較し、提案したロバストコントローラの有効性を示す。まず、ロバスト補償を行わない場合、すなわち、 U_{p1} 、 U_{p2} および U_k を零に設定した場合の結果を図 4 に実線で示す。このときコントローラのパラメータは、マニピュレータのパラメータが ρ_{11} 、 ρ_{12} および ρ_k の範囲内で真値とは異なる値をとる場合に基いて決定した。図 4 から明らかなように、追従誤差および残留振動が顕著である。一方、提案したロバストコントローラを用いた場合、図 4 に点線で示すように追従誤差および残留振動はロバスト補償がない場合に対して明らかに減少しており、制御性能の改善は顕著である。なお、この場合 γ_1 および γ_2 はそれぞれ 0.01 および 0.1 に設定した。ところで、図 4 の点線においても追従誤差および残留振動は完全には零になっていない。これは Remark 4 で述べたように、コントローラのゲインを無限大に大きくすることができないためである。

5. 結 論

本論文では柔軟関節をもつマニピュレータのロバストな制御手法を提案し、システムのパラメータが不確かな場合においても指数安定性が保証されることを示した。提案した手法は適応制御⁽¹⁵⁾と比較して、パラメータの不確かさがあまり大きくない場合に特に有効であり、またコントローラパラメータの決定が容易である。ところで、このコントローラはモータ角情報だけでなく、リンク角情報も必要とするものである。しかしながら、実用においてはリンク角情報は入手できない場合が多く、モータ角情報のみを用いた制御則の設計が今後の研究課題である。

本研究で使用した単軸ロボットマニピュレータ試験装置は(株)豊田中央研究所の寄付によるものである。また、本研究は C & C 振興財団の研究助成金の一部をあてて行われた。これらの貢献に対して謝意を表す。

文 献

- (1) Sweet, L. M. and Good, M. C., Re-definition of the

- Robot Motion Control Problem: Effect of Plant Dynamics, Drive System Constraints and User Requirement, *Proc. 23rd IEEE Conf. Dec. and Contr. Las. Vegas, NV*, (1984), 724-728.
- (2) Qu, Z., Dawson, D. M. and Dosey, J. F., Exponentially Stable Trajectory Following of Robotic Manipulators Under a Class of Adaptive Controls, *Automatica*, **28**-3 (1992), 579-586.
- (3) Spong, M. W., On the Robust Control of Robot Manipulators, *IEEE Trans. on Auto. Contr.*, **37**-11(1992), 1782-1786.
- (4) Slotine J. J. E. and Li, W., On the Adaptive Control of Robot Manipulators, *Int. J. Rob. Res.*, **6**-3(1987), 49-59.
- (5) Alshoor, R. A., Parel, R. V. and Horasani, K. K., Robust Adaptive Controller Design and Stability Analysis for Flexible-Joint Manipulators, *IEEE Trans. on Sys. Man and Cyber.*, **23**-2(1993), 589-602.
- (6) Kwan C. M. and Yeung, K. S., Robust Adaptive Control of Revolute Flexible-Joint Manipulators Using Sliding Technique, *System & Control Letters*, **20**(1993), 279-288.
- (7) Ramires, H. S. and Spong, M. W., Variable Structure Control of Flexible Joint Manipulators, *Int. J. of Robotics and Auto.*, Vol. 3, No. 2 (1988), 57-64.
- (8) Luca, A. D., Isidori, A. and Nicdo, F., Control of Robot Arm with elastic Joints via Nonlinear Dynamic Feedback, *Proc. IEEE 24th Conf. on Dec. and Contr. Ft. Lauderdale, FL*, (1985), 1671-1679.
- (9) Tomei, P., A Simple PD Controller for Robots with Elastic Joints, *IEEE Trans. on Auto Contr.*, **36**-10 (1992), 1208-1213.
- (10) Readman, M. C. and Belanger, P. R., Stabilization of the Fast Modes of a Flexible-Joint Robot, *Int. J. Robotics Research*, **11**-2(1992), 123-133.
- (11) Mrad, F. T. and Ahmad, S., Adaptive control of Flexible Joint Robots Using Position and Velocity feedback, *Int. J. Cont.*, **55**-5(1992), 1255-1277.
- (12) Spong, W., Adaptive Control of Flexible Joint Manipulators, *System & Control Letters*, **13**(1989), 15-21.
- (13) Lozano, R. and Brogliato, B., Adaptive Control of Robot Manipulators with Flexible Joints, *IEEE Trans. on Auto. Contr.*, **37**-2(1992), 174-181.
- (14) Nicosia, S. and Tomei, P., Design of Global Tracking Controllers for Flexible-Joints Robot, *J. Robotic System*, **10**-6(1993), 835-846.
- (15) Yang, J., Hayakawa, Y., Oshima, K. and Fujii, S., Adaptive Control of Robot Manipulators with Flexible Joint, *The 36th Japan Joint Auto. Contr. Conf.*, (1993), 7-10, Waseda Univ. Tokyo.
- (16) Paul, R. P., *Robot Manipulator: Mathematics, Programming and Control*, (1982), 157-195, MIT Press. Cambridge, Mass.
- (17) Vidysagar, M., *Nonlinear Systems Analysis*, (1993), 157-193, Prentice Hall, New Jersey.