柔軟構造物の振動制御における アクチュエータとセンサの配置に関する実験的考察*

江 連 勝 彦^{*1}, 松 野 亮^{*2}, 背 戸 一 登^{*3}

Experimental Study on the Arrangement between Setting Points of Actuator and Sensor for Vibration Control of Flexible Structures

Katsuhiko EZURE, Akira MATSUNO and Kazuto SETO

This paper proposes an experimental study on the arrangement between setting points of an actuator and a sensor for vibration control of a flexible structure, when a vibration controller is mounted at an arbitrary position on the structure. The important vibration mode of the structure to be controlled is the first one, because it is excited most sensitively by strong wind. Therefore, it is necessary to make the reduced-order model represented by the one-degree-of-freedom system at the arbitrary position, considering prevention of the spillover instability. In this paper, the unobservability is used for producing the reduced-order model, and the LQ control theory is used for controller design. For controlling vibration, reduced-order model is made at the setting point of a hybrid dynamic absorber, and a displacement sensor is set at the vibration node of the second vibration mode. Then, the setting point of the sensor is moved to compare the control effect, using this model. It is demonstrated experimentally that the hybrid dynamic absorber designed by this method is able to control vibration well, without spillover instability. Furthermore, it is considered that the setting point of the sensor influences the robustness of the control system.

Key Words: Vibration Control, Spillover Instability, LQ Control Theory, Hybrid Dynamic Absorber, Flexible Structures

1. 緒 言

高層ビルや橋脚等の建築物の高層・柔軟化により、これらの建築物の弾性振動問題がますます重要となってきた。このため、振動制御に関するさまざまな研究が行われているが、最近では、能動的動吸振器による振動制御法を実際の建築物に適用する例も見られる。ここで問題となる弾性振動は、主として風等による一次の振動モードであり、構造物最上部は制振対象の一次モードの最大振幅点であるため、エネルギー効率上有利なため、制振装置を構造物の最上部に設置するが多い。しかし、実際には、構造的制約から制振対象最上部には、制振装置を設置できない場合がある。

そこで本研究では、制振対象に柔軟構造物を選び、制振装置を制振対象の任意の位置に設置し、この点で制振対象の低次元化モデルを作成し、一次の振動を制御する手法について考える。

なお、制御系設計には LQ 制御理論を用いるが、こ

の際、適切な低次元化モデルを作成しないとスピルオーバーと呼ばれる無視した高次モードによる激しい不安定振動が発生する。このため、このような問題に対処できるモデル化法とセンサの配置法について述べる。これは、著者らが提案している、「不可制御・不可観測の活用による弾性構造物の低次元化物理モデル作成法」⁽¹⁾に融通性を持たせ、さらに拡張する方法である。この振動制御手法が二次モードによるスピルオーバーの発生を抑制すると同時に、構造物の良好な振動制御を達成できることを実験により検証する。センサを二次モードの節からずらして設置した場合、センサの設置位置が、制御系のロバスト性にどのような影響を与えるかについて考察する。

2. 低次元化モデル作成法と制御系設計

2・1 低次元化モデル作成法 一般に、弾性構造体は分布定数系であるため、LQ 制御理論を用いて制御系設計を行う場合には、制振対象の低次元化が必要である。この低次元化が適当でなかった場合、低次元化によって打ち切られた直後の高次モードにより、スピルオーバーに陥りやすいことはよく知られている。

そこで、このような問題に対処すべく著者らは、振動モードの節が、構造的に実現できる不可制御・不可

* 原稿受付 1994 年 9 月 21 日。

*¹ 正員、防衛庁 (〒114 東京都北区十条台 1-5-70)。

*² 学生員、日本大学大学院 (〒101 東京都千代田区神田駿河台 1-8)。

*³ 正員、日本大学。

観測性を有することを活用して、無視したい高次モードの振動の節をセンサやアクチュエータの取付場所に定め、その場所で集中定数系物理モデルを作る、「不可制御・不可観測の活用による弾性構造物の低次元化物理モデル作成法」⁽¹⁾を提案した。このような方法で物理モデルが作れるならば、LQ 制御理論などの確立された制御系設計法を容易に適用できるだけでなく、スピルオーバー不安定問題をも回避することができる。

なお、著者らは平面 2 方向の一次モードの振動制御については、2 方向ハイブリッド動吸振器を塔状構造物最上部に設置し、良好な制振効果を得ている⁽²⁾。

図 1 に、塔状構造物の概要を示す。制振対象の塔状構造物は、高さ 1.5 m、断面が 30×60 mm、厚さ 2.3 mm の中空角柱材からなり、下端は垂直に固定されている。

図 2 に、実験モード解析により得られた塔状構造物の振動モード形、および、制振装置設置位置で作成した 1 自由度系低次元化物理モデルを示す。図 2 (a) は、ハイブリッド動吸振器を制振対象先端の点 1 に設置した場合、図 2 (b) は、制振対象中間付近の点 8 に設置した場合を示す。ここで、二次のモード形に着目すると、制振装置設置位置は、二次の節、および、その上下に分類される。この内、二次の節に制振装置を設置し、この点で 1 自由度系低次元化モデルを作成した場合、二次モードは、不可観測であると同時に不可制御であるため、二次モードによるスピルオーバーは発生しない。しかし、センサやアクチュエータの配置を節上に限定すれば制約を受けることが多く実用上の問題がある。このため、本研究では制振装置設置位置を二次の節の上下に分類し、それぞれの代表点として、二次モードの振幅の大きい、構造物の最上部と中央部である点 1 と点 8 を選び、この点で 1 自由度系低次元化モデルを作成する。

図 1 塔状構造物の概要

一方、モデル化した点は、二次の振動モードの最大振幅に近い点であり、作成した 1 自由度モデルを用いて LQ 制御理論により振動制御を行う場合、無視した二次以上のモードによるスピルオーバーの発生が懸念される。そこで本研究では、二次モードによるスピルオーバーの防止を目的とし、制振装置設置位置での 1 自由度系物理モデルにより一次モードの振動の制御を行い、センサの位置を二次モードの節からずらしたとき、制御系のロバスト性に与える影響について調べることとする。

2・2 LQ 制御理論による制御系設計 制御系設計には、LQ 制御理論を用いる。図 3 に、1 自由度系に低次元化された制振対象とハイブリッド動吸振器の力学モデルを示す。ここで、 M, K は、制振対象の質量、ばね定数であり、 m, k, c は、ハイブリッド動吸振器の質量、ばね定数、減衰係数である。 f_c は、制御力を示す。

ここで、相対変位を次のように定義する。

$$X_d = x - X \quad \dots\dots\dots (1)$$

(a) 点 1 にハイブリッド動吸振器を設置した場合

(b) 点 8 にハイブリッド動吸振器を設置した場合

図 2 塔状構造物の振動モード形と低次元化物理モデル

この相対変位を用いると、図3の力学モデルの運動方程式は、以下になる。

$$\dot{X} = -\frac{K}{M}X + \frac{k}{M}X_d + \frac{c}{M}\dot{X}_d + \frac{f_c}{M} \quad (2)$$

$$\begin{aligned} \dot{X}_d = & \frac{K}{M}X - \left(\frac{k}{M} + \frac{k}{m}\right)X_d - \left(\frac{c}{M} + \frac{c}{m}\right)\dot{X}_d \\ & - \left(\frac{f_c}{M} + \frac{f_c}{m}\right) \end{aligned} \quad (3)$$

ここで、状態変数ベクトルを次のように定義すると、

$$X = \{\dot{X} \quad \dot{X}_d \quad X \quad X_d\}^T \quad (4)$$

状態方程式は、次式で表される。

$$\dot{X} = AX + bu \quad (5)$$

ただし、

$$A = \begin{bmatrix} 0 & \frac{c}{M} & -\frac{K}{M} & \frac{k}{M} \\ 0 & -\left(\frac{c}{M} + \frac{c}{m}\right) & \frac{K}{M} & -\left(\frac{k}{M} + \frac{k}{m}\right) \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (6)$$

$$b = K_c \cdot \begin{bmatrix} \frac{1}{M} & -\left(\frac{1}{M} + \frac{1}{m}\right) & 0 & 0 \end{bmatrix}^T \quad (7)$$

K_c : 制御力と制御量の関係を示す力変換係数

この場合の設計パラメータは、次式で表される線形二次形式の評価関数 J に与える重み係数行列 Q と重み係数 R である。

$$J = \int_0^\infty (X^T Q X + u^2 R) dt \quad (8)$$

ただし、

$$Q = \text{diag}[q_1 \quad q_2 \quad q_3 \quad q_4] \quad (9)$$

ここで、 q_1, q_2 は、それぞれ絶対速度、相対速度に、 q_3, q_4 は、絶対変位、相対変位に掛かる重み係数である。LQ 制御理論に基づけば、この評価関数を最小にする制御量 u は、次のように定式化されており、リカッチ方程式を解くことによりフィードバックゲインを決定することができる。

図3 制振対象とハイブリッド動吸振器の力学モデル

$$u = -R^{-1}b^T P X = -K X \quad (10)$$

ただし、

$$K = \{k_1 \quad k_2 \quad k_3 \quad k_4\} \quad (11)$$

ここに、 P は次のリカッチ方程式の解である。

$$PA + A^T P - P b R^{-1} b^T P + Q = 0 \quad (12)$$

なお、図3の力学モデルは、制振装置設置位置で作成したものであるため、検出された変位信号になんらかの修正を加える必要があるが、これは本研究の場合、一次の振動モード形から容易に修正することが可能である。

3. 数値解析

ハイブリッド動吸振器設置点である点1、点8で作成した制振対象の低次元化モデルを用いた場合の数値解析結果を以下に示す。

図4は、点1にハイブリッド動吸振器を設置した場合の時間応答の一例である。図4(a)は、ハイブリッド動吸振器の有無による時間応答の比較であり、細線がハイブリッド動吸振器なしの場合、太線がハイブリッド動吸振器を設置し制御しない場合の応答である。図4(b)は、重み係数行列 Q の絶対変位のみに重みを掛け制御力を加えた場合の時間応答の一例である。

同様に、点8にハイブリッド動吸振器を設置した場合の時間応答の一例を図5に示す。

両図より、制御を加えることにより、制振対象の振

(a) ハイブリッド動吸振器の有無による比較

(b) 制御を掛けた場合

図4 点1にハイブリッド動吸振器を設置した場合の時間応答

動が速やかに収束することが確認された。また、制御を掛けない場合においても、ハイブリッド動吸振器の受動的動吸振器としての機能により、良好な制振効果を得られることがわかる。

4. 振動制御実験

4・1 実験装置の構成 実験装置の構成を図6に示す。コントローラには、パーソナルコンピュータを使用している。制振対象の絶対変位と相対変位は、A/D変換器を介してコンピュータに入力され、この変位信号から差分により速度信号を得ている。これら4個の状態量に、重み係数に応じて算出したゲインを乗じて制御量を決定する。D/A変換器から出力される制御信号は、アンプで増幅された後ハイブリッド動吸振器を駆動し、塔状構造物の振動制御を行う。

表1に、1自由度質量感応法により求めた点1と点

(a) ハイブリッド動吸振器の有無による比較

(b) 制御を掛けた場合

図5 点8にハイブリッド動吸振器を設置した場合の時間応答

図6 実験装置の構成

8にハイブリッド動吸振器設置した場合の制振対象の等価質量と等価剛性を示す。

本実験に用いたハイブリッド動吸振器の構造を図7に示す。本ハイブリッド動吸振器は、受動的動吸振器の一つである二重動吸振器に、アクティブ動吸振器の機能を加えたものであり、動吸振器の補助質量部にコイルを付加したハイブリッド質量と永久磁石からなる。本ハイブリッド動吸振器は、ハイブリッド質量に巻かれたコイルに電流を流すことにより発生する電磁力の作用により、アクティブ動吸振器の機能を発揮する。一方、なんらかの原因でアクティブ動吸振器の機能を発揮できなくなった場合には、永久磁石で構成される磁場と、導体からなるハイブリッド質量との間に発生する磁気減衰により、受動的動吸振器として機能する信頼性の高い構造となっている。

本ハイブリッド動吸振器の諸元を以下に示す。

$$m=0.23 \text{ kg}, k=862 \text{ N/m}, c=6.69 \text{ N}\cdot\text{s/m}$$

$$\xi=0.237, K_c=0.77 \text{ N/V}$$

4・2 実験結果 図8, 9に、ハイブリッド動吸振器をそれぞれ、点1, 点8に設置し、センサ設置点を変えた場合の時間応答を示す。

両図(a)に、センサを二次の節に設置した場合の、ハイブリッド動吸振器の有無による時間応答の比較を示す。細線がハイブリッド動吸振器なし、太線がハイブリッド動吸振器を設置し制御力を加えない場合である。

両図(a)より、本研究で用いたハイブリッド動吸振器は、なんらかの原因でアクティブ制御の機能が発揮されない場合においても不安定とならない、信頼性の高い制振装置であることが確認される。また、センサ

表1 制振対象の等価質量と等価剛性

	Setting Point of Hybrid Dynamic Absorber	
	Point 1	Point 8
M	1.78 kg	8.05 kg
K	10500 N/m	67800 N/m

図7 ハイブリッド動吸振器の構造

設置位置は、両図とも二次の節の場合であるが、節からずらした場合においても、同様のパッシブ動吸振器としての制振効果を確認することができる。

図8(b)~(d)、図9(b)~(d)に、センサ設置点を、それぞれ点1、二次モードの節、および、点8に設置し、 $Q = \text{diag}[0 \ 0 \ 1 \ 0]$ としたときのインパルス応答を示す。

両図(c)から、センサを二次の節に設置した場合には、不可観測性によりハイブリッド動吸振器の設置位置にかかわらず、良好な制振効果が得られていることがわかる。

一方、センサを二次の節以外に設置すると、モデル化の際に無視した二次の振動をも検出することになるが、二次の節を境として、制御系の特性が不安定とな

(a) ハイブリッド動吸振器の有無による比較

(b) センサを点1に設置した場合

(c) センサを二次モードの節に設置した場合

(d) センサを点8に設置した場合

図8 点1にハイブリッド動吸振器を設置した場合の時間応答

(a) ハイブリッド動吸振器の有無による比較

(b) センサを点1に設置した場合

(c) センサを二次モードの節に設置した場合

(d) センサを点8に設置した場合

図9 点8にハイブリッド動吸振器を設置した場合の時間応答

りスピルオーバーが発生する側と、不安定とはならない側とが存在する。図8(b)と図9(d)は、不安定側であり、スピルオーバー現象が確認される。しかし、図8(d)と図9(b)は、二次の振動を検出しているにもかかわらず、不安定とはなっていない。

以上の実験結果を整理すると、次のことが言える。

(1) センサを二次の節に設置した場合、ハイブリッド動吸振器の設置位置によらず、最も良好な制振効果を得ることができる。

(2) センサを二次の節以外に設置する場合、ハイブリッド動吸振器設置点とセンサ設置点とが、二次の節を挟む位置関係にあるとき、制御系は安定でありスピルオーバーが発生しない。

4.3 センサ設置位置に関する考察 次に、ハイブリッド動吸振器とセンサ設置点が、制御系の安定性に与える影響を、伝達関数の実測結果から考察する。本研究では、入力点をハイブリッド動吸振器設置点、応答点をセンサ設置点とした。

(a) 点1の場合

(a) 点1の場合

(b) 二次の節の場合

(b) 二次の節の場合

(c) 点8の場合

(c) 点8の場合

図10 ハイブリッド動吸振器を点1に設置した場合の伝達関数の比較

図11 ハイブリッド動吸振器を点8に設置した場合の伝達関数の比較

図 10 に、ハイブリッド動吸振器を点 1 に設置した場合の制振対象の伝達関数を示す。図 10(a) が点 1, 図 10(b) が二次の節, 図 10(c) が点 8 の応答である。ここで、位相に注目すると、コロケーションが成立していることを示す位相が $0^\circ \sim 180^\circ$ の範囲内にある点 1 の場合は安定であると考えられるが、実際には、制御量を大きくするに従いモデリングの際無視した二次モードの共振ピークが成長し、ついにはスピルオーバー現象を生じる。一方、二次モードの共振ピークを越えると 360° の位相差を生じる点 8 の応答は、制御量を増大させた場合においても二次モードのスピルオーバー現象を生じることなく、一次モードを良好に制御している。

図 11 に、ハイブリッド動吸振器を点 8 に設置した場合の制振対象の伝達関数を示す。図 11(a) が点 1, 図 11(b) が二次の節, 図 11(c) が点 8 の応答である。図 10 の場合と同様に位相に注目すると、コロケーションの成立を示す位相が $0^\circ \sim 180^\circ$ の範囲内にある点 8 の場合は安定であると考えられるが、実際には、制御量を大きくするに従い、モデリングの際無視した二次モードの共振ピークが成長し、ついにはスピルオーバー現象を生じる。一方、二次モードの共振ピークを越えると 360° の位相差を生じる点 1 の応答は、制御量を増大させた場合においても二次モードのスピルオーバー現象を生じることなく、一次モードを良好に制御している。

以上の結果を整理すると、一次と二次の共振の間に反共振が現れる場合、つまり、二次の節を挟むようにハイブリッド動吸振器とセンサを設置した場合、その制御系は安定である。この関係を整理して図 12 に示す。

図 12 において、矢印はハイブリッド動吸振器の設置位置、ブロックで囲まれた水平線部はスピルオーバーの強さを表す。同図から、スピルオーバーを防ぐためには必ずしもセンサを無視した高次モードの節に設置しなくてもよいことを示し、制御理論に融通性をもたらすものである。

図 12 センサ設置位置と制御系の安定性の関係

5. 結 論

柔軟構造物を制振対象とし、制振装置を構造物の任意の位置に取付けた場合においても、スピルオーバーを防止し良好な制振効果を得る振動制御手法を提案し、以下の結論を得た。

(1) 制振装置設置点で 1 自由度系低次元化モデルを作成し LQ 制御理論を用いて制御する場合、制振装置とセンサの位置関係が、モデル化の際無視した二次モードの節を挟むような場合、スピルオーバーは発生しないことを実験的に検証した。これは、一般的に言われているコロケーションの性質に反するが、LQ 制御の場合、モデル化に際し無視したモードには、この性質が該当しないことを示している。

(2) 実験的に検証された制振装置とセンサの設置位置の関係を活用すれば、センサの設置位置を無視するモードの節に限定しなくても良いことになる。これは、著者らが提案する不可観測・不可制御性を活用した振動制御手法におけるセンサの配置に融通性をもたらすものである。

なお、今後は本研究で実験的に得られた知見を多自由度系に拡張するとともに、理論的に立証していきたい。

文 献

- (1) 背戸・光田, 機論, 57-542, C (1991), 281.
- (2) 背戸・江連・猿渡, 機論, 59-559, C (1993), 93.