圧電素子による片持ばりのモード別振動制御*

鈴木保之^{*1}, 道村晴一^{*1}, 田村章義^{*1}Each-Mode Vibration Control of a Cantilever Beam
with a Piezoelectric Actuator

Yasuyuki SUZUKI, Seichi MICHIMURA and Akiyosi TAMURA

It is difficult to satisfy the collocation requirement in the vibration control system of a cantilever beam with a piezoelectric actuator. Since not all modes of the cantilever beam can be stabilized with direct velocity feedback control, state-space methods must be used for the mechanical system. Though state-space methods are very useful, many sensors whose number is at least equal to the number of multiple eigenvalues concerned are needed to fulfill observability conditions. In this paper, we describe a control method with which eigenvalues whose number exceeds that of sensors are controlled using digital filters and inverse systems based on truncated mechanical models. From experimental results, it is found that five natural frequencies of the cantilever beam are almost independently damped with the above control method using one piezoelectric actuator and three strain gages.

Key Words: Vibration Control, Forced Vibration, Damping, Free Vibration, Flexible Structure, Digital Control, Filter, Piezo-Element

1. はじめに

圧電素子は、超音波モータ、パルス駆動モータなどに広く利用されているが、構造物の振動を制御するためのアクチュエータとして用いた研究もなされており、片持ばりを対象とした場合の有用性が報告されている^{(1)~(5)}。片持ばりの曲げ振動を制御するに際して、固定端近傍に接着された圧電素子が発生する軸方向の伸縮力を利用する場合、コロケーション⁽⁶⁾の条件を満たして振動検出用センサを設置することは非常に困難である。そのため、直接速度フィードバック制御を用いて片持ばりの曲げモードすべてを安定化することはできず、低次元化モデルに基づいた状態フィードバック制御を行う必要がある。片持ばりの自由振動において、一般に一次モード成分が支配的であるため、従来の研究^{(3),(4)}では高次振動の制御を自然減衰に任せていたが、片持ばりの柔軟性が非常に高い場合の自由振動や外部から加えられる励振力による強制振動においては、二次モード以上の高次成分に対する振動抑制を考慮する必要があると考えられる。著者らは、前報⁽⁵⁾において片持ばりの三次モードまでを制御対象とし、圧

電素子により各モード減衰比を大きく改善する制御方法について報告した。しかし、制御対象とするモード数と同じ数のセンサを必要とするため、さらに多くの振動モード成分を制御する場合には、ハードウェア構成が複雑になるという難点があった。

そこで、本報においては、設置されたセンサにより計測される信号からセンサの数よりも多数のモード変位・速度を推定し、片持ばりの振動をモード別に抑制する制御方法を提案する。すなわち、まず片持ばりに接着された3個のひずみゲージにより計測されるひずみをディジタルフィルタを用いて1次から3次までの振動モード成分と4次から6次までの振動モード成分に分離する。次に、3個ずつの振動モード成分を含むひずみ・ひずみ速度から1サンプル遅れの逆システムを用いて1次から6次までの各モード変位・速度を推定する。そして、圧電素子を用いて各モード速度に対するフィードバックを実施することにより、各固有(共振)振動数を変えることなく片持ばりの各モード減衰比をほぼ独立に高める。

2. 記号

・: 時間に関する微分

d_i : ひずみゲージ i が接着されたはり要素の長さ

* 原稿受付 1994年9月28日。

*1 正員、拓殖大学工学部 (〒193 八王子市館町815-1)。

h_i : ひずみゲージ i が接着されたはり要素の厚さ
 j : サンプル遅れの数
 k : k サンプリング時点
 l : $=m+n_c$
 m : 考慮するモード数またはセンサの数
 n : $=2m$
 n_e : 片持ばりの全自由度
 n_c : 貼付されている圧電子の数
 n_s : センサの数
 T : 制御周期
 $e_c \in \mathbf{R}^{n_c}$: 制御電圧
 $f_c \in \mathbf{R}^{n_c}$: 圧電素子による制御力 ($f_c = Ee_c$)
 $f_m \in \mathbf{R}^m$: 片持ばりに作用するモード外力
 $(= \Phi^T f_e)$
 $f_e \in \mathbf{R}^{n_e}$: 片持ばりに作用する外力
 $x \in \mathbf{R}^{n_e}$: 変位ベクトル ($= \Phi \xi$)
 $y \in \mathbf{R}^n$: 出力ベクトル
 $\varepsilon \in \mathbf{R}^m$: 観測ひずみ
 $\xi \in \mathbf{R}^m$: モード変位ベクトル
 $A \in \mathbf{R}^{n \times n}$: 離散時間系の係数行列
 $A_c \in \mathbf{R}^{n \times n}$: 連続時間系の係数行列
 $B \in \mathbf{R}^{n \times l}$: 離散時間系の係数行列
 $B_1 \in \mathbf{R}^{n \times m}$: B の部分行列
 $B_2 \in \mathbf{R}^{n \times n_c}$: B の部分行列
 $B_c \in \mathbf{R}^{n \times l}$: 連続時間系の係数行列
 $B_{c1} \in \mathbf{R}^{n \times m}$: B_c の部分行列
 $B_{c2} \in \mathbf{R}^{n \times n_c}$: B_c の部分行列
 $C_s \in \mathbf{R}^{n \times n}$: 係数行列
 $E \in \mathbf{R}^{n_c \times n_c}$: f_c と e_c の比例係数(対角)
 $G_e \in \mathbf{R}^{n_c \times n_{cj}}$: e_c に対するフィードバックゲイン行列
 $G_m \in \mathbf{R}^{n_c \times n}$: モード変位・速度に対するフィードバックゲイン行列
 I : 単位行列
 $K \in \mathbf{R}^{n_e \times n_e}$: はりの剛性行列
 $M \in \mathbf{R}^{n_e \times n_e}$: はりの質量行列
 $\Gamma \in \mathbf{R}^{n_e \times n_c}$: 圧電素子位置の回転自由度を示す行列
 $\Phi \in \mathbf{R}^{n_e \times m}$: 固有モード行列 ($K\Phi = M\Phi\Omega^2$, $\Phi^T M\Phi = I$)
 $\Omega \in \mathbf{R}^{m \times m}$: 固有角振動数を対角成分とする行列(対角)
 $\Phi_c \in \mathbf{R}^{n_c \times m}$: 固有モード行列 Φ の部分行列 ($= \Gamma^T \Phi$)
 で圧電素子の位置における回転自由度に対応する行より構成される

$\Phi_{il} \in \mathbf{R}^m$: 固有モード行列 Φ の部分行ベクトルでひずみゲージ i が接着されたはり要素の左側節点における回転自由度に対する行ベクトル
 $\Phi_{rl} \in \mathbf{R}^m$: 固有モード行列 Φ の部分行ベクトルでひずみゲージ i が接着されたはり要素の右側節点における回転自由度に対応する行ベクトル
 $Z \in \mathbf{R}^{m \times m}$: モード減衰比を対角成分とする行列(対角)

3. 制 御 方 法

不減衰の片持ばりの運動方程式

$$M\ddot{x} + Kx = f_e + \Gamma f_c \quad \dots\dots\dots (1)$$

に対して、固有値問題から求められる固有モード行列 Φ を用いて座標変換

$$x = \Phi \xi \quad \dots\dots\dots (2)$$

を行うと、比例減衰とした場合における圧電素子・片持ばり系の状態方程式は、近似的に次のように与えられる⁽⁵⁾。

$$\dot{\hat{x}} = A_c \hat{x} + B_c u \quad \dots\dots\dots (3)$$

ここで、

$$\hat{x}^T = \{\xi^T, \dot{\xi}^T\}, \quad u^T = \{f_m^T, e_c^T\}$$

$$A_c = \begin{bmatrix} 0 & I \\ -\Omega^2 & -2Z\Omega \end{bmatrix},$$

$$B_c = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ I & \Phi_c^T E \end{bmatrix} = [B_{c1}, B_{c2}]$$

式(3)で表される連続時間系の状態方程式を、一定時間 T でサンプリングする離散時間系の状態方程式に変換すると

$$\hat{x}(k+1) = A\hat{x}(k) + Bu(k) \quad \dots\dots\dots (4)$$

$$A = \exp[A_c T]$$

$$B = \int_0^T \exp[A_c t] dt = [B_1, B_2]$$

ここで、 k は k サンプリング時点を表す。

式(4)の入力項 $u(k)$ を、未知入力であるモード外力 $f_m(k)$ と既知入力である制御電圧 $e_c(k)$ とに分けて表示すれば

$$\hat{x}(k+1) = A\hat{x}(k) + B_1 f_m(k) + B_2 e_c(k) \quad \dots\dots\dots (5)$$

一方、近似モデルで考慮するモード数を m とするとき、その数と同じ m 個のひずみゲージの位置におけるひずみおよびひずみ速度をシステムの出力 $y(k)$ として選ぶ。

$$y(k) = C_s \hat{x}(k) \quad \dots\dots\dots (6)$$

$$C_s = \begin{bmatrix} \Phi_s & 0 \\ 0 & \Phi_s \end{bmatrix}$$

$$\Phi_s^T = \left[\frac{h_1}{2d_1} (\Phi_{1L} - \Phi_{1R})^T, \dots, \frac{h_m}{2d_m} (\Phi_{mL} - \Phi_{mR})^T \right]$$

次式で示される 1 サンプル遅れ逆システムを用いた状態変数の推定値 $\hat{\mathbf{x}}(k+1)$ は, 1 サンプル前の値 $\hat{\mathbf{x}}(k)$ に漸近する⁽⁵⁾.

$$\begin{aligned} \hat{\mathbf{x}}(k+1) = & (A - B_1 G) \hat{\mathbf{x}}(k) + B_1 \{ K_0 y(k) \\ & + K_1 y(k-1) \} + (I - B_1 K_0 C_s) B_2 e_c(k-1) \end{aligned} \quad \dots\dots\dots (7)$$

ここで, K_0, K_1 は次式を満たす行列である.

$$\begin{bmatrix} 0 & B_1^T & C_s^T \\ C_s^T & A^T & C_s^T \end{bmatrix} \begin{bmatrix} K_1^T \\ K_0^T \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} I \\ G^T \end{bmatrix}$$

遅れ(j サンプル)を考慮した状態フィードバック制御は次式で示される.

$$\begin{aligned} e_c(k) = & -G_m \hat{\mathbf{x}}(k-j) \\ & -G_e [e_c^T(k-j), \dots, e_c^T(k-1)]^T \end{aligned} \quad \dots\dots\dots (8)$$

4. 実 験

4・1 実験装置 圧電素子(チタン酸ジルコン酸鉛)が接着されたステンレス製の片持ばりと温度補償された 3 個の半導体ひずみゲージの配置を図 1 に示す. また, 電磁石により片持ばりには励振力を加える

図 1 実験装置概略

図 2 片持ばりの固有振動数と固有モード(計算)

ことができ, 加えられた励振力はロードセル, はりの変位は非接触変位計を用いて計測される. 図 2 は片持ばりの固有値解析結果である.

センサの数 m が 3 個であるから, 基本的には逆システムにより 3 次までの各モード変位・速度が推定可能である. 本研究では, 3 個のセンサを用いて 1 次から 6 次までのモード成分を推定するために, 逆システムと図 3 に示す振動数特性を有する二つのデジタルフィルタ (64 タップの最小位相推移フィルタ) を併用する. すなわち, 図 4 に示すように, 3 個のひずみゲージの出力信号は, まず動ひずみ計・アナログのローパスフィルタを経たのち A/D 変換器を介してパーソナルコンピュータに入力される. 次に Filter A (ローパスフィルタ)・Filter B (バンドパスフィルタ) と微分器を用いてひずみ・ひずみ速度に変換される. ここで, Filter A は 1 次から 3 次までのひずみ成分だけを通過させ,

図 3 使用する FIR フィルタの特性

図 4 制御の流れ

Filter B は 4 次から 6 次までのひずみ成分だけを通過させる。また、微分器には後進差分式

$$\dot{\epsilon}(k) = \frac{1}{6T} \{ 11\epsilon(k) - 18\epsilon(k-1) + 9\epsilon(k-2) - 2\epsilon(k-3) \} \dots\dots\dots (9)$$

を用いている。こうして得られた 1 次から 3 次までと 4 次から 6 次までのひずみ・ひずみ速度は、おのおのの低次元モデルに基づいて設計された逆システムに入力され、遅れを考慮したモード速度フィードバック制御電圧が計算される。そして制御電圧は D/A 変換器を介して電力増幅器へ出力され、圧電素子を駆動する。

したがって、本制御方法によれば、 n_s 個のひずみゲージと n_f 個のデジタルフィルタを用いて $n_s \times n_f$ 個のモードを制御することが可能である。しかし実際には、圧電素子が分布アクチュエータであること、マイクロプロセッサの計算処理能力によって制御できるモード数には上限がある。本制御システムでは、計算時間を考慮して制御周期 T を 0.8 ms (1250 Hz) と設定したため、その固有振動数が制御周期の約 1/10

の範囲に含まれる一次から五次モードまでを制御対象とする。

ところで、固有振動数を変化させる制御ゲインを用いると、デジタルフィルタを再設計しなければならないため効率的でない。そこで、各固有振動数を変化させずに各モード減衰比だけを高めるために式(8)の制御ゲインは各モード速度成分だけがフィードバックされるように遅れ時間を考慮して決定する⁽⁵⁾。なお制御遅れは、アナログフィルタ(3 サンプル)、計算時間(1 サンプル)、逆システム(1 サンプル)およびデジタルフィルタ(Filter A: 12 サンプル, Filter B: 5 サンプル)に起因する遅れ時間の合計(1~3 次: 17 サンプル, 4 次~6 次: 10 サンプル)である。

4.2 自由振動 自由振動に対する制振効果について調べるため、片持ばりの先端近傍に設置した非接触変位計の観測値が 0.4 mm となるように圧電素子に一定電圧をかけ、そののち電圧を 0 V とした場合のより先端部の振動変位を計測する。図 5 に示す計測結果をみると、図 5 (a) 制御なしの場合の振動波形は、1 次の固有振動を主成分として 2 次以上の固有振動が

(a) 制御なし

(d) 一次から三次モードまでを制御

(b) 一次モードだけを制御

(e) 一次から四次モードまでを制御

(c) 一次と二次モードだけを制御

(f) 一次から五次モードまでを制御

図 5 片持ばり先端近傍の自由振動

重畳しており、ほとんど減衰していない。図5(b)一次モードだけを制御する場合には、1次の固有振動はよく減衰しているが2次以上の固有振動は減衰せずに残留している。図5(c)一次と二次モードだけを制御する場合には、3次以上の固有振動がわずかに重畳している。以上高次モードまでを制御する図5(d),

(e), (f)の順に自由振動が抑制されることがわかる。図5(d)と(e)の振動波形には多少の違いがあるのに対し図5(e)と(f)のそれにはほとんど違いが認められないことから、自由振動の抑制に際しては、最低四次モードまでを制御することが望ましいと考えられる。

図6 コンプライアンス伝達関数
(一次から五次モードまでを制御)

図9 コンプライアンス伝達関数
(三次モードだけを制御)

図7 コンプライアンス伝達関数
(一次モードだけを制御)

図10 コンプライアンス伝達関数
(四次モードだけを制御)

図8 コンプライアンス伝達関数
(二次モードだけを制御)

図11 コンプライアンス伝達関数
(五次モードだけを制御)

図 12 コンプライアンス伝達関数
(二次と四次モードだけを制御)

4・3 強制振動 片持ばりを電磁石によりランダム励振し、ロードセルを用いて計測される励振力と変位計の計測値とから求めたコンプライアンス伝達関数を図 6 から 12 に示す。図 6 の一次から五次モードまでを制御する場合には、制御しない場合に比べてすべての共振振動数における応答がほぼ 20 dB (1/10) 程度抑制されており、しかも各共振振動はほとんど変化していないことがわかる。次に、図 7 の一次モードだけを制御する場合をみると、一次の共振振動数近傍における応答だけが抑制され、その他の振動数における応答はほとんど変化がない。同様に、図 8 の二次モードだけを制御する場合、図 9 の三次モードだけを制御する場合、図 10 の四次モードだけを制御する場合、図 11 の五次モードだけを制御する場合には、制御するモードの共振振動数近傍における応答だけが抑制され、その他の振動数における応答はほとんど変化がない。すなわち、これらの結果から、本制御方法により片持ばりの振動をモード別に抑制できることがわかる。最後に、任意の固有モードによる共振を選択的に抑制可

能であることを確認するために、二次と四次モードだけを制御する場合のコンプライアンス伝達関数を計測し、その結果を図 12 に示した。

5. ま と め

できるだけ数少ないセンサを用いて、できるだけ多くのモードを抑制する制御系の構成について検討を行った。本研究においては、片持ばりの振動抑制を目的として、まずはりはりに付けられた $n_s(3)$ 個のひずみゲージ(センサ)を用いて振動状態を測定し、次に $n_f(2)$ 個のデジタルフィルタを介してセンサと同じ数の $n_s(3)$ 個のモードだけを含む $n_f(2)$ 個の振動波形に分離する。それぞれの振動波形に対して逆システムを適用し、おのこの $n_s(3)$ 個のモード変位・速度を推定する。そして、推定された合計 $n_s \times n_f(6)$ 個のモード速度のおのこのに対するフィードバック制御を 1 個の圧電素子を用いて実施する。ただし実験においては、その固有振動数が制御周期の約 1/10 の範囲に含まれる一次から五次モードまでを制御対象としている。なお、おのこのモード速度だけのフィードバックを行うことにより、おのこのモード減衰比だけをほぼ独立に高めることができ、他の固有振動数、モード減衰比に影響を与えることはほとんどない。

文 献

- (1) Baiey, T. and Hubbard, J. E., Distributed Piezoelectric-Polymer Active Vibration Control of a Cantilever Beam, *J. Guid. Control*, 8-5(1985), 605.
- (2) Baz, A. and Poh, S., Performance of an Active Control System with piezo-electric Actuators, *J. Sound Vib.*, 126-2(1988), 327.
- (3) 谷・ほか 5 名, 機論, 56-525, C(1990), 1147.
- (4) 西原・松久・佐藤・中須, 機論, 57-538, C(1991), 1916.
- (5) 鈴木・道村・田村, 機論, 60-569, C(1994), 107.
- (6) 長松・ほか 8 名, ダイナミクスハンドブック, (1993), 347, 朝倉書店.