可変質量粘弾性モデルによるランニング中の 着地衝撃のパラメータ同定*

湯川 治 敏^{*1}, 小林 一 敏^{*2}

Parameter Identification of Landing Shock Load during Running by Viscoelastic Model with Variable Mass

Harutoshi YUKAWA and Kazutoshi KOBAYASHI

The purpose of this study is to propose a viscoelastic model of landing shock load during running at a steady pace. The vertical components of landing shock loads are measured by force platform under various running speeds in the range of 2.54 m/s to 5.68 m/s. A unique set of parameters of the model for each trial is computed by nonlinear programming, minimizing the sum of the relative standard error of landing shock load and the relative error of rebound velocity. The results are summarized as follows: (1) The viscoelastic model with variable mass proposed in this study can estimate accurately not only the landing shock load but also the rebound velocity. (2) Nonlinear unsymmetrical viscosity behaves as an active element because of its minus viscosity in the restore phase.

Key Words: Shock, Identification, Modeling, Running, Landing Shock Load, Viscoelastic Model with Variable Mass, Nonlinear Unsymmetrical Viscosity

1. 緒 言

近年、ジョギングや健康マラソンの普及によるジョギング人口の増加により、ランナーズ障害と呼ばれる足関節や膝関節、腰部などの障害が問題となっている。これらの障害はおもにランニング中の着地期において身体が受ける着地衝撃に起因している。このため、走路やシューズなどによる緩衝作用が必要であるが、一般には人体の衝撃を特定の質量-ばね系の落下テストで模擬しており、人間の動作を十分考慮しているとはいえない。人間の動作を考慮した緩衝性の評価を行うためには、まず人間の動作によって生じる着地衝撃の特性を把握する必要があり、そのためにはモデル化の手法が有効である。

定常走行中のランニングにおける着地衝撃は、線形対称要素を用いた粘弾性モデルによって同定した研究^(*)があるが、着地期後半における同定精度が低いことや、着地直後の上向き速度が実測値に比べて小さくなることなどの問題がある。本研究では上記の問題

点を改善できるモデルを提示し、従来のモデルとの比較を行う。

2. 着地衝撃の粘弾性モデル

2.1 鉛直方向一次元の粘弾性モデル 身体全体を質点系としてとらえれば、ランニングは水平方向に移動する質点が鉛直方向に振動しているモデルがあてはまる。さらに、水平方向が等速であるとすれば鉛直方向一次元のモデルとして取扱うことができると考えられる。身体重心が下向きの速度をもって地面に衝突し、着地期の後に再び上向きの速度をもって空中に跳び上がる。この繰返しによってランニングが成立している。したがって本研究では、着地衝撃を鉛直方向一次元のモデルとして扱う。また、以下では、着地瞬間の身体重心における鉛直方向速度を入射速度、離地瞬間の鉛直方向速度を反射速度とする。

2.2 受動的負荷と能動的負荷 図1に示すように、定常走行中のランニングにおける着地衝撃の鉛直成分の特徴は、二峰性の波形である。初期の鋭い衝撃パルスは支持脚の足部と地面との衝突によって生じ、衝撃作用時間は約30 msである。この作用時間内では随意的な緩衝動作はできないことから、初期の衝撃パルスは受動的負荷と呼ばれている。これに対し、後半

* 1994年7月14日 Dynamics and Design Conference 1994において講演、原稿受付 1994年9月21日。

^{*1} 正員、筑波大学大学院 (〒305 つくば市天王台 1-1-1) [現: 愛知大学 (〒441 豊橋市町畑町 1-1)]。

^{*2} 正員、中京大学 (〒470-03 豊田市貝津町床立 101)。

の比較的緩やかな衝撃パルスは支持脚以外の身体部分を着地動作によって受け止め、さらに上方へ跳ね上げようとするランナーの随意的な動作によって生じているために能動的負荷と呼ばれている。したがって、着地衝撃をモデル化するためには少なくとも受動的負荷および能動的負荷を表せる構造をもつモデルが必要である。

2.3 従来の粘弾性モデルとその問題点 図2のモデルAに従来の粘弾性モデルを示す。下部質量 m_1 は、受動的負荷に関係すると考えられる支持脚の足部、下腿、大腿などを集中質量として表している。また、 m_0 は身体全質量から m_1 を除いた質量である。各質量下部には垂直跳びや着地動作などを粘弾性モデルによって説明している研究と同様に、粘性要素と弾性要素を並列に配置している。これは、人間の動作中の弾性エネルギーの利用を仮定していることや、筋内部でのエネルギー消費などを考慮に入れているためである。さらに地面との接触点 sp_2 は、シューズ底や踵の軟部組織に対応すると考えられるため、変形が進むにつれ急激に反力が大きくなるように、変位の五乗に比例した反力を示す非線形弾性要素を用いている。

しかし、モデルAでは以下の問題点が挙げられる。

(1) 受動的要素のみを用いたモデルのために粘性要素によるエネルギーの損失があり、反射速度が実際の測定値よりも小さくなる。

(2) 能動的負荷は随意的に制御可能であり、また着地前半の動作と後半の動作を同じパラメータで表しているために、能動的負荷における同定精度が低い。

(1)は能動的要素をモデルに組込むことにより、また、(2)は波形の表現方法における自由度を増やすことによってそれぞれ改善できると考えられる。

2.4 本研究における着地衝撃の粘弾性モデル

能動的要素を付加した粘弾性モデルについては、垂直跳び動作⁽⁵⁾⁽⁷⁾や人間のホッピング動作⁽²⁾に関する研究があるが、能動的な力の時間変化と動作との関係が明

確でない。そこで、能動的な力の発揮を動作の運動学的量の関数として表すことができれば、力の時間変化の決定は容易になると考えられる。

また能動的負荷を表現するための自由度を増す方法としては、非線形要素を用いることや圧縮・復元過程でパラメータを切替える方法が考えられる。パラメータの切替は、ゴム弾性舗装材のモデル化を行う際に用いた研究⁽³⁾⁽⁴⁾がある。その中ではゴムの変形速度の方向に関する非対称性を表現するためにパラメータの切替を行っているが、ランニングの着地期間中においても同様の非対称性が存在すると考えられる。つまり、着地期前半の圧縮過程は身体を受け止める動作であり、後半の復元過程は身体を跳ね上げようとする動作であるため、本来は独立した異なる動作と考えるほうが妥当であると考えられる。

上記の2点について改良を行った粘弾性モデルを図2のモデルBに示す。モデル化にあたり、以下の仮定を設けた。

(1) 走り方や走速度の違いは着地衝撃におけるパラメータの違いとして表すことができる。

(2) 走り方や走速度の違いにより m_0 , m_1 に相当する身体部分も変化すると考えられるため、 m_0 , m_1 の質量は可変とする。ただし、両質量の合計は常に身体全質量に等しく、着地期間中の質量変化はないものとする。

(3) 着地期間中、パラメータの値は変化しない。ただし、パラメータの切替は可能とする。

sp_1 および dp_1 は線形要素であり、 sp_0 , sp_2 は非線形要素である。 dp_0 は非線形非対称粘性要素であり両質量間の相対速度の正負によって特性が異なる。つまり、圧縮過程と復元過程におけるパラメータを切替えることにより、エネルギーの損失を押さえ、さらに、着地期後半においてはパラメータが負になることによって

図1 定常走行中のランニングにおける着地衝撃の鉛直成分

図2 定常走行中のランニングにおける着地衝撃の粘弾性モデルおよびモデルA, Bの構成要素

能動的要素としての特性を示し、損失したエネルギーを補うことができる。さらにパラメータを切替えることにより同定精度の向上が見込まれる。

運動方程式を以下に示す。

$$m_0 \frac{d^2}{dt^2} x_0 = -k_0 \operatorname{sign}(x_0 - x_1) |x_0 - x_1|^{p_0} + D - m_0 g \quad \dots\dots\dots (1)$$

$$m_1 \frac{d^2}{dt^2} x_1 = -k_1(x_1 - x_2) - c_1(\dot{x}_1 - \dot{x}_2) + k_0 \operatorname{sign}(x_0 - x_1) |x_0 - x_1|^{p_0} - D - m_1 g \quad \dots\dots\dots (2)$$

$$k_2 \operatorname{sign}(x_2) |x_2|^{p_2} = k_1(x_1 - x_2) + c_1(\dot{x}_1 - \dot{x}_2) \quad \dots\dots\dots (3)$$

$$D = \begin{cases} -c_0 \operatorname{sign}(\dot{x}_0 - \dot{x}_1) |\dot{x}_0 - \dot{x}_1|^{q_0} & (\dot{x}_0 - \dot{x}_1 < 0) \\ -c'_0 \operatorname{sign}(\dot{x}_0 - \dot{x}_1) |\dot{x}_0 - \dot{x}_1|^{q'_0} & (\dot{x}_0 - \dot{x}_1 \geq 0) \end{cases} \quad \dots\dots\dots (4)$$

m_0, m_1 : 質量 ($m_0 + m_1$ = 身体全質量)

x_0, x_1, x_2 : 変位

k_0, p_0, k_2, p_2 : 非線形弾性要素のパラメータ

k_1 : 線形弾性要素のパラメータ

c_1 : 線形粘性要素のパラメータ

c_0, q_0 : 圧縮過程における非線形非対称粘性要素のパラメータ

c'_0, q'_0 : 復元過程における非線形非対称粘性要素のパラメータ

$\operatorname{sign}()$: 符号関数

3. 着地衝撃および身体重心、大転子の速度の測定

さまざまな走速度における着地衝撃を見るために約 30 m の走路の 20 m 地点にフォースプレートを置き、ランニング中の 1 歩の着地衝撃を記録した。被験者はジョギングシューズを履き、定常走行になった後にフォースプレート上に右足が着地するように走る。試技は 11 回行い、走速度の範囲は 2.54~5.68 m/s であった。また、フォースプレート前後の約 4 m の範囲をビデオ撮影し、画像分析により走速度および身体重心の入射・反射速度を求めた。さらに、大転子の変位を赤外線ポジションセンサ・システムによって測定し、変位を微分することによって鉛直方向の速度を求めた。

4. パラメータ同定

各試技における着地衝撃を再現するためには、式 (1)~(4) におけるパラメータと着地瞬間における m_0 と m_1 の速度比の計 12 のパラメータを同定する必要がある。身体質量は一定であるので m_0 と m_1 の比を一つのパラメータとして扱った。質量配分をパラメ

ータとして扱う理由としては、本来多リンク系として扱われる人間の動作を、着地衝撃の特徴が表せる程度の単純な 2 質量系にモデル化したために、両質量間の明確な境界が特定しにくいこと。さらに、走り方や脚部の筋の収縮の仕方によっても質量配分が異なると考えられるためである。また、身体重心の入射速度は測定されているが、各質量における入射速度は異なると考えられるため、各質量の速度比を一つのパラメータとして扱い、合成速度が入射速度に等しくなるように設定した。

各パラメータが決まれば、微分方程式の初期値問題として式 (1)~(4) を解き、実際の着地衝撃波形との比較を行う。パラメータは非線形計画法の座標回転法⁽¹⁾ (Rosenbrock の方法) を用いて探索を行った。探索における目的関数を以下に示す。

$$\text{Objective Function} = \frac{\sqrt{\sum_{i=1}^n (f_i - \hat{f}_i)^2}}{\frac{\sum_{i=1}^n f_i}{n}} + \left| \frac{V_{CGout} - \frac{m_0 V_{0out} + m_1 V_{1out}}{m_0 + m_1}}{V_{CGout}} \right| \quad \dots\dots\dots (5)$$

f_i : 実験で得られた着地衝撃

$\hat{f}_i$: シミュレーションで得られた着地衝撃

V_{0out} : シミュレーションにおける m_0 の反射速度

V_{1out} : シミュレーションにおける m_1 の反射速度

V_{CGout} : 画像分析によって得られた身体重心の反射速度

この目的関数では、実験値とシミュレーションにおける着地衝撃の相対標準誤差 (RSE) と反射速度の相対誤差の和が最小となるようにパラメータ探索を行う。

また、モデル A とモデル B の比較を行うために同一の目的関数によってパラメータ探索を行った。

5. 同定精度

5.1 同定精度の比較 同定精度の比較を行うために、各試技における走速度、着地衝撃の平均値および両モデルにおける標準誤差、RSE、反射速度の相対誤差を表 1 に示す。また、試技 1, 6, 11 における着地衝撃の実験値とモデル B におけるシミュレーションの結果を図 3 に示す。モデル A での RSE は最大で 28.86%、最小で 10.15%、全試技の平均で 20.49% であった。これに対し、モデル B では最大で 12.17%、最小で 4.26%、全試技の平均で 7.71% となっており、モデル A に比べて全体的に高い精度で着地衝撃が再現

表 1 各試技における走速度、着地衝撃の平均値およびモデル A, B における着地衝撃の実験値とシミュレーションとの標準誤差, RSE(相対標準誤差), 反射速度の相対誤差

Trial No.	Running velocity (m/s)	Average shock load (N)	Model A			Model B		
			Standard error (N)	RSE (%)	Relative error of release velocity (%)	Standard error (N)	RSE (%)	Relative error of release velocity (%)
1	2.54	899.2	144.0	16.01	0.96	49.8	5.54	0.05
2	2.83	949.5	152.6	16.08	2.14	58.8	6.20	0.01
3	3.24	1045.0	106.1	10.15	2.14	44.5	4.26	0.11
4	3.32	1042.0	138.8	13.32	3.26	56.0	5.37	0.95
5	3.96	1137.6	209.1	18.38	6.58	83.3	7.32	0.14
6	4.09	1103.2	223.9	20.29	6.34	63.1	5.72	0.53
7	4.55	1240.9	358.1	28.86	7.18	128.8	10.38	1.17
8	4.81	1273.7	280.2	22.00	4.22	155.1	12.17	0.48
9	5.16	1245.7	360.3	28.69	8.52	133.4	10.62	0.68
10	5.66	1191.5	321.0	26.94	5.23	118.9	9.98	0.64
11	5.68	1274.3	314.0	24.64	10.14	92.3	7.25	0.57
Mean of Error (%)				20.49	5.16		7.71	0.49

(a) 試技 1 (2.54 m/s)

(b) 試技 6 (4.09 m/s)

(c) 試技 11 (5.68 m/s)

図 3 さまざまな定常走行速度における着地衝撃の実験値とシミュレーションとの比較

されている。また、反射速度の誤差についてもモデル A では平均で 5.16% であるのに対し、モデル B では最大で 1.17%、平均で 0.49% になっており、モデル B ではすべての試技で実験によって得られた着地衝撃および反射速度を正確に再現できていると考えられる。

従来の研究⁽⁶⁾では、モデル A を用いているが反射速度を考慮せず、着地衝撃の相対標準誤差のみを最小にするパラメータ探索をしている。この探索方法は本研究における目的関数の第 2 項を削除したものである。この目的関数を用いてパラメータ同定を行い、着地衝撃の RSE と反射速度の相対誤差を求めるモデル A では 9.31%、31.93% となり、モデル B では 3.57%、25.35% となる。つまりこの目的関数あるいはモデル A では着地衝撃と反射速度を同時に高い精度で同定することはできないことが判明した。以下では、モデル B についての検討を行う。

5.2 非線形非対称粘性要素の同定精度への影響

表 2 に各試技におけるモデル B の同定された各パラメータおよび、相対標準誤差を示す。また、図 4 にモデル B における非線形非対称粘性要素 dp_0 の復元過程におけるパラメータ c_0 および q_0 を示す。 q_0 は走速度が変化してもほぼ一定の値を示しているが、 c_0 は常に負の値を示し、走速度が増加するにつれて絶対値は次第に大きな値になっている。このことは、走速度が増すにつれて復元過程におけるエネルギーの補充がなされており、このために反射速度の低下を防ぎ、同定精度の向上に大きく寄与していることを示している。また、圧縮過程における dp_0 のパラメータ c_0 は常に正の値を示し、速度の増加に伴って値が大きくなる。つまり、走速度が小さい場合には圧縮・復元過程にお

る dp_0 の影響は小さく、おもに弾性エネルギーを利用して走っていると考えられる。しかし、走速度が増加するにつれ dp_0 の影響は大きくなり、圧縮過程ではエネルギーを消費し、復元過程ではエネルギーを補充するような走り方に変化している。従来の研究で、モデル A を用いたにもかかわらずある程度の同定精度が得られたのは、ランニング速度が約 3.5 m/s と小さく、弾性エネルギー依存形のランニングであったためと考えられる。

6. パラメータの妥当性

パラメータ探索によって求められたモデル B にお

ける各パラメータの妥当性を検討するために、走速度の増加による m_1 の変化を検討し、さらにシミュレーションの結果と実験データとの比較を行った。

6.1 走速度の増加による下部質量 m_1 の変化

図 5 にパラメータ探索によって求められた質量 m_1 を示す。多少のばらつきがあるが走速度が増加するにつれ m_1 も増加する傾向がある。走速度が小さい場合には脚の動作が小さく、したがって m_1 に相当する脚の部分も小さい。しかし、走速度が大きくなるに従い、脚の動作を大きくするために体幹に近い股関節筋の活動が活発になり、その結果として m_1 の範囲が体幹付近まで含まれるためであると考えられる。ランニングに

表 2 モデル B における各試技の同定結果と RSE (相対標準誤差)

Trial No.	m_0 (kg)	m_1 (kg)	k_0 (N/m p_0)	p_0	c_0 (Ns q_0 /m q_0)	q_0	c'_0 (Ns $^{q'_0}$ /m $^{q'_0}$)	q'_0
1	54.27	10.73	2.10×10^4	1.03×10^0	4.64×10^2	1.81×10^0	-2.09×10^2	1.40×10^0
2	52.22	12.78	1.97×10^4	1.01×10^0	2.99×10^2	2.38×10^0	-2.81×10^2	1.79×10^0
3	54.47	10.53	2.46×10^4	1.02×10^0	3.59×10^2	1.83×10^0	-2.66×10^2	1.47×10^0
4	55.04	9.96	4.93×10^4	1.20×10^0	5.67×10^2	2.00×10^0	-4.05×10^2	1.21×10^0
5	55.48	9.52	2.97×10^4	9.74×10^{-1}	5.29×10^2	1.47×10^0	-6.02×10^2	1.60×10^0
6	53.08	11.92	7.43×10^4	1.24×10^0	5.58×10^2	1.62×10^0	-7.69×10^2	1.73×10^0
7	54.07	10.93	3.74×10^4	1.01×10^0	6.01×10^2	4.25×10^0	-5.02×10^2	2.06×10^0
8	52.35	12.65	4.03×10^4	1.00×10^0	5.53×10^2	2.88×10^0	-4.62×10^2	1.47×10^0
9	50.04	14.96	5.09×10^4	1.01×10^0	7.15×10^2	2.50×10^0	-9.11×10^2	1.81×10^0
10	52.28	12.72	5.63×10^4	1.01×10^0	9.10×10^2	2.35×10^0	-6.74×10^2	1.35×10^0
11	50.88	14.12	6.22×10^4	1.03×10^0	8.52×10^2	2.56×10^0	-9.71×10^2	2.01×10^0

Trial No.	k_1 (N/m)	c_1 (Ns/m)	k_2 (N/m p_2)	p_2	RSE (%)
1	4.86×10^5	4.48×10^3	1.47×10^8	3.01×10^0	5.54
2	3.88×10^5	3.62×10^3	1.84×10^8	2.83×10^0	6.20
3	4.02×10^5	4.70×10^3	1.30×10^8	3.05×10^0	4.26
4	1.02×10^6	9.59×10^3	1.19×10^8	2.94×10^0	5.37
5	1.78×10^6	1.31×10^4	1.34×10^8	2.88×10^0	7.32
6	5.21×10^5	6.01×10^3	5.92×10^8	3.07×10^0	5.72
7	1.20×10^6	1.70×10^3	9.97×10^{12}	4.49×10^0	10.38
8	8.64×10^5	4.88×10^3	3.31×10^{12}	5.01×10^0	12.17
9	6.46×10^5	3.31×10^3	1.71×10^{12}	4.88×10^0	10.62
10	4.85×10^5	4.32×10^3	1.23×10^{12}	4.98×10^0	9.98
11	9.70×10^5	5.09×10^3	8.62×10^{11}	4.79×10^0	7.25

図 4 復元過程における非線形非対称粘性要素 (dp_0) のパラメータ

図5 各試技におけるパラメータ探索によって得られた下部質量 m_1 の値

(a) 試技 1 (2.54 m/s)

(b) 試技 6 (4.09 m/s)

(c) 試技 11 (5.68 m/s)

図6 さまざまな定常走行速度における大転子の速度とシミュレーションにおける上部質量の速度 V_0 、下部質量の速度 V_1 との比較

よって生じる着地衝撃を単純な2質量系によって同定している本研究の場合、質量配分を変動可能とすることにより走り方の違いなどを表現できるだけでなく、同定精度の向上にも大きく貢献していると考えられる。

6・2 大転子と上部質量 m_0 および下部質量 m_1 の速度の比較 図6に試技1, 6, 11における着地期間中の大転子の速度とシミュレーションによって得られた上部質量 m_0 の速度および下部質量 m_1 の速度を示す。また、図7には各試技における大転子と上部質量の速度の標準誤差および大転子と下部質量の速度の標準誤差を示す。走速度が小さいときは大転子の速度波形と上部質量の速度波形が類似しているが、走速度が増加するにつれて両者の波形に違いが現れるようになり、走速度が4 m/sを越えると下部質量の速度波形が大転子の速度波形と類似してくることが観察される。このことは、6・1節で述べたように走速度の増加に伴い大転子の付近が上部質量 m_0 から下部質量 m_1 の部分に移動していくことを意味していると考えられる。したがって、求められたパラメータは同定精度が高いだけでなく、実際の動作との対応からも妥当であると考えられる。

7. 結 言

ランニングにおける着地衝撃の鉛直成分を高い精度で同定可能なモデルを提示し、従来のモデルとの同定精度の比較および求められたパラメータの妥当性を検討した。

以下に結論を示す。

(1) ランニングにおける着地衝撃は非線形粘弾性要素および非線形非対称粘性要素を有する可変質量粘弾性モデルを用いることにより、着地衝撃だけでなく

図7 各試技における大転子の速度とシミュレーションにおける上部質量の速度 V_0 および下部質量の速度 V_1 との標準誤差

反射速度に関しても高い精度の同定が可能であった。

(2) 同定精度の向上には速度の方向に関して非対称性を有する非線形非対称粘性要素が果たす役割は大きく、復元過程のパラメータが負の値になることにより能動的要素としての性質を示している。

(3) 各試技について同定されたパラメータを見ると、下部質量 m_1 は走速度が増加するにつれ次第に大きくなる傾向がある。また、シミュレーションと測定データとの比較により支持脚の大転子付近は走速度が増加するに伴い上部質量から下部質量へ移行していることが確認された。つまり、求められたパラメータは同定精度が高いだけでなく実際の動作との対応からも妥当であると考えられる。

文 献

- (1) Bazaraa, M. S. and Shetty, C. M, *Nonlinear Program*.

ming-Theory and Algorithms-, (1979), 270, John Wiley & Sons.

- (2) 土居・小林, 人間の連続ジャンプのモデル化, 機構論, No. 900-14(1990-3), 45.
- (3) 小林・湯川, 多段階強度衝撃法による非線形系の同定法 (第1報, 多項式型非線形 Voigt モデルの妥当性), 機論, 60-573, C(1994), 75.
- (4) 小林・湯川, 多段階強度衝撃法による非線形系の同定法 (第2報, ゴム粘弾性の連続変化非対称粘性多項式モデル), 機論, 60-573, C(1994), 83.
- (5) Komor, A., Morawski, J. and Pruski, L., Control systems analysis of the take-off phase of the vertical jump, *Biomech.*, VII-B(1981), 257.
- (6) 宮地・小林・牛山, ランニング中の着地衝撃の粘弾性モデルによるシミュレーション, 筑波大学体育科学系紀要, 11(1988), 253.
- (7) 渋谷・春山・三浦, 身体脚部の力学的性質について, 東京教育大スポーツ研究所所報, 4(1966), 51.