近距離音場ホログラフィー法に関する研究* (ARMA モデルによる基準信号の選択)

高田 博^{*1}, Percy F. WANG^{*2}, Patricia DAVIES^{*2}

Research on Nearfield Acoustic Holography (Selection Strategies for Optimal Reference Sets Using ARMA Model)

Hiroshi TAKATA, Percy F. WANG and Patricia DAVIES

It is not always possible to apply Nearfield Acoustic Holography (NAH) for the acoustic field composed of multiple incoherent sources. To apply NAH properly it is necessary to select optimal reference sets and divide mutually incoherent acoustic fields. In this work a new selection technique for optimal reference sets using the ARMA model is presented and tested by using actual tire noise.

Key Words: Acoustic, Noise, Sound Field, Identification of Noise Sources, Nearfield Acoustic Holography, ARMA, Automobile

1. ま え が き

機械の騒音の制音対策を行う場合、問題となる周波数成分の音源の探索、その発生原因の解明を行うことは不可欠である。これらを解明する手段として過去に音響インテンシティ法、音響ホログラフィー法^{(1)~(3)}、近距離音場ホログラフィー法⁽⁴⁾が開発されてきた。しかし、それらの手法には様々な使用上の制約があるため、その目的に対して十分な情報が得られていない。

音響インテンシティ法は、比較的簡便な装置を用いて手軽に実行でき、また精度の良い結果を得ることができる。しかし、通常は空間上の一点毎の測定なので、音響エネルギーが還流するような複雑な音場では、測定する位置の決定や結果の解釈などにおいてかなりの経験が必要である。経験が少ない場合、三次元空間内の多数の点の測定が必要であり、その結果、計測に要する時間が長くなる。また、測定した結果を用いて、音源変更予測等のシミュレーションを行うことができない。

音響ホログラフィー法については、計測面の形状、再

生理論などによって各種の方法が開発されてきた。この方法では、二次元平面のみ測定すればよいので、音響インテンシティ法より計測に要する時間が大巾に短い長所がある。しかし、遠距離音場で測定するので、音源探索精度・三次元音場の再生精度に本質的な問題がある。したがって、測定した結果を用いて、音源変更予測等のシミュレーションを行うことができない。

近年注目されている近距離音場ホログラフィー法は、高精度であることが特徴である。音響ホログラフィー法が、対象とする周波数の騒音の1波長以下の間隔で配置された音源を分離できないのに対し、近距離音場で測定する近距離音場ホログラフィー法においては、そのような制限は本質的には存在しない。これは、近距離音場で測定することにより、音源の本質的な情報を持つエバネッセント波を測定できることによるものである。この高精度な音源探索能力により二次元平面の測定音圧を用いて、音源に接する平面を境界面とする半自由空間内の三次元の音場を精度良く再生できる。したがって、精度は、音響インテンシティ法と同等であり、計測に要する時間は、音響ホログラフィー法と同等である。また、精度がよいので、測定した結果を用いて、音源変更予測等のシミュレーションを行うことが可

* 原稿受付 1994年9月8日。

^{*1} 正員、いすゞ自動車 (〒252 藤沢市土棚8)。

^{*2} バドュー大学 (ラフィエット市、インディアナ州)。

能である。

しかし、音場に多数の独立な音源が存在する場合、近距離音場ホログラフィー法は、その基本仮定に反するため直接には適用できない。したがって従来の適用は、実験室において基本仮定を満足するように調整された音場に限定されていた。音場に多数の独立な音源が存在する場合、多数の基準信号を利用して音場を互いに無相関な部分音場に分離し、それらの部分音場を個別に近距離音場ホログラフィー法により再生し、再生された部分音場の総和として全体音場を再生する必要がある。

音場を互いに無相関な部分音場に分離する際に最も重要なことは、基準信号の数が独立な音源の数と等しい必要があることである。また、基準信号は音源の信号をできるだけよく捉える必要がある。したがって、全体音場を精度よく再生するためには、ホログラム測定の前に、独立な音源の数と等しく、かつ各音源の個別の情報を表現する基準信号の組合せを選択するための事前検討が必要である。

機械の実稼動時の応答信号から独立な音源の数を求める方法には、周波数軸で行う方法と時間軸で行う方法がある。周波数軸の方法は、処理は簡単で概して有用な方法である。一方、時間軸の方法は、逐次反復計算するために処理に時間がかかる欠点はあるが、回転機械を一定回転で稼動する場合のように正弦波の成分の支配的な信号においては、周波数軸の方法より精度が良い利点がある。また、基準信号を決定する過程は、多数の信号から互いに独立な信号のみを分離する過程であり、まず独立な信号の数を決定し、次に最適と考えられる信号の組合せを選択するので、決定過程において必然的に反復計算が必要となってくる。したがって、時間軸の方法では二重の反復計算処理が必要となり、処理時間が長大という欠点は、実用上の大きな制約となっている。

本報では、近距離音場ホログラフィー法を回転機械の騒音に対して適用する場合に有効な基準信号の選択方法として反復計算処理時間を短縮するARMA法を考案し、これらの手法の原理を説明し、実際の回転機械の稼動音に適用して、その有用性を確認している。

2. 理論の説明

2.1 近距離音場ホログラフィー法の原理⁽⁵⁾

近距離音場ホログラフィー法とは、音源に近接する二次元平面（ホログラム面）において複素音圧を測定し、音源に接する平面を境界面とする半自由空間内の音圧を再

生する手法である。再生された音圧から粒子速度や音響インテンシティが計算される。近距離音場ホログラフィー法は、この半自由空間内に音源がない場合の波動方程式を基本とする。すなわち、

$$\nabla^2 P - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 P}{\partial t^2} = 0 \quad \text{-----} \quad (1)$$

ここで、 P は複素音圧、 c は音速である。(1)式を周波数軸に変換して単一周波数のみを考慮すれば、ヘルムホルツの方程式が得られる。

$$\nabla^2 P + k^2 P = 0 \quad \text{-----} \quad (2)$$

ここで、 k は波数である。(2)式の解は、ヘルムホルツの積分方程式である。

$$P(r) = \iint_S \left[P(r') \frac{\partial G(r-r')}{\partial n} - G(r-r') \frac{\partial P(r')}{\partial n} \right] dS \quad \text{-----} \quad (3)$$

ここで、 G は自由空間におけるグリーン関数、 S は境界面、 r は再生点の位置ベクトル、 r' はホログラム面の位置ベクトルである。ディリクレのグリーン関数 G_D を採用すると、(3)式第二項は消去され、

$$P(r) = \iint_S P(r') G_D(r-r') dS \quad \text{-----} \quad (4)$$

(4)式は、二次元の畳み込みの形式であり、二次元フーリエ変換により単純な積の形式となる。

$$p(k_{x_1}, k_{x_2}, x_3) = p(k_{x_1}, k_{x_2}, x'_3) g_D(k_{x_1}, k_{x_2}, x_3 - x'_3) \quad \text{-----} \quad (5)$$

ここで、 k_{x_1}, k_{x_2} はホログラム面に平行な波数、 x_3, x'_3 はそれぞれ再生面、ホログラム面の位置座標である。(5)式の右辺を二次元逆フーリエ変換すれば、ホログラム面に平行な半自由空間内の再生面上の音圧が再生できる。

$$P(r) = F^{-1} \{ F[P(r')] F[G_D(r-r')] \} \quad \text{-----} \quad (6)$$

同様にオイラーの式から粒子速度が求められる。

$$U(r) = \frac{1}{j \omega \rho_0} \nabla \{ F^{-1} \{ F[P(r')] F[G_D(r-r')] \} \} \quad (7)$$

音響インテンシティ-は(6), (7)式により求めた音圧と粒子速度から計算できる。

2.2 多数の独立な音源が存在する音場 (1)式に対して二次元フーリエ変換を行うためには、ホログラム面を等間隔に要素分割し、その全節点上の音圧を同時測定することが必要である。しかも精度の良い再生を行うためには、できるだけ広い平面で測定する必要がある。例えば、50 cmの音源を精度良く把握するには、1 m×1 mの平面において音圧を測定しなければならないが、間隔を5 cmとすると四百個のマイクロフォンが必要となり、現実的ではない。

Maynardら⁽⁵⁾は、全測定点にマイクロフォンを配置しておき、高速のマルチプレクサーを用いて測定したデータを同時測定データと見なすことにより良い結果を得ているが、現実には数千ものマイクロフォンを準備することはできないので、この方法では測定対象は物理的に小さな音源に限定されてしまう。また、一つの時間窓で切り取った音場を扱うので、過渡音場の分析は可能であるが、音場の統計的性質を把握できない。多数の独立な音源が存在する音場では、時間によって全体音場の音圧の強度・位相が不規則に変化するので、これは致命的な欠点である。

したがって、一般的には全測定点を分割測定するが、多数の独立な音源が存在する音場では、各分割測定間の強度・位相の相関を基準信号に基づいて確保した上で、測定時間により変動する全体音場を、互いに無相関でかつ各音場ごとに強度・位相の相関のある部分音場に分割する必要がある。

多数の独立な音源が存在する音場は、多入力線形系と考えることができる。多入力線形系において、互いに無相関な成分に分離する方法は、Bendat⁽⁶⁾により提案されている。これは、偏関連度関数を用いて各入力（ここでは、基準信号）に相関のある成分を順次除去していき、互いに無相関な残差スペクトルを計算し、更に残差スペクトルから互いに無相関な残差伝達関数を計算する方法である。著者らは、近距離音場ホログラフィー法に関する一連の研究のなかで、この方法は近距離音場ホログラフィー法による音場再生に有効であることを確認したが、それは独立な音源の数があらかじめ判っていることを前提にしていた。しかし、実際の機械の騒音の独立な音源の数は、通常の場合未知であり、近距離音場ホログラフィー法を実際の機械に適用するためには、稼動音から独立な音源の数を推定する方法が必要となる。

互いに無相関な成分に分離する際に最も重要なことは、設定した入力の数（ここでは、基準信号の数）が独立な音源の数と等しい必要があることである。基準信号の数が独立な音源の数より少ない場合は、最後の残差誤差スペクトルのなかに、雑音の他に数の不足分の音源による音圧成分が残るので、再生された全音圧の強度は、過少評価されてしまう。基準信号の数が独立な音源の数より多い場合は、独立な音源の数を越えた時点で数値計算上不安定となり、誤差が大きくなる。また、無相関な成分を精度よく分離するためには、S/N比のよい基準信号の組合せを選択する必要がある。すなわち、各基準信号は、各音源の近傍に配置されることが望ましい。したがって、全体音場を精度よく再生するためには、ホログラム測定の前に、独立な音源の数と等しく、かつ各音源の情報を個別に十分に含む基準信号の組合せを選択するための事前検討が必要である。

2.3 ARMAモデルによる基準信号の選択 機械の実稼動時の応答信号を用いて独立な音源の数を求める方法には、周波数軸で行う方法と時間軸で行う方法がある。周波数軸では、基準信号の候補となる多数の入力信号を同時測定して作成した相互スペクトル行列に対して特異値分解を適用する方法⁽⁷⁾、主成分分析を適用する方法⁽⁸⁾がある。これらは、回転機械を一定回転で稼動する場合のような正弦波成分の支配的な応答では、狭帯域（次数成分）に強度が集中するので周波数分解能誤差等により精度が悪くなることと精度を確認する方法がない欠点があるが、処理は簡単で概して有用な方法である。一方、時間軸の方法としては、線形予測分析法⁽⁹⁾がある。この方法では、予測次数の推定等に逐次推定が必要であり、反復計算するために処理に時間がかかる欠点はあるが、回転機械を一定回転で稼動する場合においては、予測結果と実験結果を比較することにより精度を確認できる利点がある。

基準信号の候補となる信号を入力信号とした多入力線形系を考える。出力信号としては、再生する音場のなかの適当な点の音圧を選択する。独立な音源の数を求めることは、この多入力線形系に適合するARMAモデルを求めること、すなわち、基準信号の候補となる入力信号群のなかから最もよく出力信号を予測できる入力信号の組合せを見出すことに帰着する。

m 個の入力信号から p 個の最適な基準信号を選択する場合を考える。最初に m 個の単入力単出力系を考え、それぞれの系に対してARMAモデルとして係数と次数を

推定する．単入力単出力系のARMAモデルは，入力と出力間に，

$$y_k = -\sum_{n=1}^N a_n y_{k-n} + \sum_{m=0}^M b_m x_{k-m} + n_k \quad (8)$$

の関係が成立すると仮定して，係数と次数を決定する方法である．ここで， y_k, x_k, n_k はそれぞれある時点 k における出力，入力，雑音である． a_n, b_m は係数である． N, M はモデルの次数である． m 個のそれぞれの単入力単出力系に対して予測次数を次々に増加していき，その度に予測誤差，

$$r = \sum_{k=1}^{N_p} \frac{(\hat{y}_k - y_k)^2}{N_p} \quad (9)$$

を計算する．ここで， $\hat{y}_k, y_k, N_p$ はそれぞれ単一の入力から予測された出力，測定された出力，予測された出力のデータ数である．

全ての基準信号の組合せについて予測誤差を逐次計算して比較すれば，最適な組合せを決定することができるが，全ての組合せについて計算すると処理時間が長大となるので現実的ではない．したがって，本報では以下のような逐次計算法を考案する．

すなわち，すべての予測誤差 r のなかで最小の予測誤差となる入力信号を，一番目の基準信号として採用する．選択した基準信号のなかで最小となる次数を，以降の過程でも次数として採用する．次に， $(m-1)$ 個の二入力単出力系を考え，それぞれの二入力単出力系に対してARMAモデルとして係数を推定する．それぞれの二入力単出力系は，入力の一つとして以前の単入力単出力系の推定の段階で選択した基準信号を含める．この二入力単出力系においても，同様に予測誤差の最小となる基準信号の組合せを探し，二番目の基準信号を決定する．これを p 回繰り返して， p 個の基準信号の最適な組合せを得ることができる．

多入力の場合は，入力のなかに他の入力と無相関の信号が含まれていることが必要であり，無相関な信号の含まれる割合により収束速度が異なる．なお，これらのARMAモデルの係数決定は，Ljung⁽¹⁰⁾により開発された方法により行っている．また， M は通常 N または $N-1$ を用いるが，本論文では N を用いている．

p という個数は未知であるので，予測誤差の推移を確認しながら逐次推定を行い，最小の予測誤差となった時点の組合せを最適な組合せとする．なお，本方法

では最適な組合せである保証はないことを付記しておく．したがって，万全を期すために周波数軸の方法⁽¹¹⁾の結果と合せて，総合的に判断すべきである．また，近距離音場ホログラフィー法における各出力点（ホログラム面上の測定点）ごとに最適な組合せが異なる可能性があるが，もともと最適な組合せである保証はないので，全出力点毎のモデル同定は行っていない．

3. 実験方法および結果

以上の処理により，回転機械において多数の独立な音源が存在する場合の基準信号を選択できることを確認するために，回転するタイヤによる騒音に対してARMAモデルによる推定を行う．著者らは，車内音に適用可能な方法⁽¹²⁾として室内音近距離音場ホログラフィー法を開発しており，ここでは，車内音に着目する実験を行う．

3.1 実験方法 乗用車の左前輪のみをシャシーダイナモ上で一定回転速度で駆動する．エンジンは静止状態でギヤはニュートラルであり，タイヤとシャシーダイナモのロールの接触面上でタイヤが回転することに起因する騒音のみ出るような状態にセットする．基準信号の候補として，5個のマイクロフォンと5個の加速度計の計10個の信号を選択する．それぞれの設置位置を図1，2に示す．加速度計の配置は，図2で示すように10個の1軸加速度計と2個の3軸加速度計の多数の信号の候補の中から，周波数軸の方法により5個の信号を事前を選択する．選択した10個の信号のリストを，表1に示す．出力は，車内音とし，総計11チャンネルの信号を多チャンネルFFT解析装置に入力し，時間軸で多チャンネル同時標本化を行う．標本化周波数は，1024Hzであり，1024点のデータを用いてARMAモデルを推定する．

図1 候補となる基準マイクロフォンの配置方法

図2 候補となる基準加速度計の配置方法

表1 候補とした10個の信号

Tran.	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Label	Mic	Mic	Mic	Mic	Mic	Tri#1	Tri#1	Tri#2	Tri#2	Tri#2
	1	4	6	9	10	x	y	x	y	z

図3 10個の単入力単出力系の予測誤差の比較

図4 八番目の信号の予測誤差の比較

3.2 実験結果

最初の10個の単入力単出力系において逐次に次数を変更したARMAモデルの予測誤差の計算結果を、図3に示す。次数は18から32まで全て計算した。その中で、すべての予測次数において予測誤差が最小となる八番目の信号について、横軸を次数として予測誤差を比較した結果を図4に示す。この結果から、最初に選択すべき基準信号は八番目の信号であり、モデル次数は23であることがわかる。以降の過程では、モデル次数は23に固定して、計算を継続する。

次に九つの二入力単出力系についてARMAモデルの推定を行い、最小の予測誤差となる信号を二番目の基準信号として採用する。八番目の信号は、最初の過程において予測誤差が最小であったので、二つの入力の一つとして必ず含めてモデル化を行う。以降、同様に入力の数を増していき、予測誤差が最小となる入力の組合せを決定していった結果、五つの信号を選択した時点で予測誤差が最小となる。これらの信号選択の過程を表2に示す。また、図5にこれらの選択過程における予測誤差の推移を示す。

表2 信号選択の過程

Stage	Selections	Residual Error
1	8	0.0292
2	8,7	0.0196
3	8,7,9	0.0193
4	8,7,9,2	0.0171
5	8,7,9,2,5	0.0152

図5 選択過程における予測誤差の推移

図6に、最適な組合せと考えられるこれらの五つの基準信号を入力とした場合の出力の予測値と測定値の比較を示す。また、図7に残りの五つの信号を入力とした最悪と考えられる場合の出力の予測値と測定値の比較を示す。予測誤差は、それぞれ0.0152, 0.2441である。

これらの結果から、このタイヤ音の音場を近距離音場ホログラフィー法により再生する場合は、これらの五つの基準信号が必要であることがわかる。

図6 最適な基準信号による予測と測定との比較
(実線：予測値 点線：測定値)

図7 最悪な基準信号による予測と測定との比較
(実線：予測値 点線：測定値)

4. ま と め

近距離音場ホログラフィー法による多数の独立な音源が存在する音場の再生において、特に回転機械の一定回転における騒音の音場再生に適したARMAモデルによる基準信号の選択方法を提案し、タイヤ音に適用し、以下の諸点を明らかにした。

- (1) 回転機械の一定回転における騒音の音場再生に近距離音場ホログラフィー法を適用する場合には、ARMAモデルによる基準信号の選択方法が有効である。
- (2) ARMAモデルによる基準信号の選択には、逐次的な方法が必要であり、周波数軸の方法と合せて用いるとさらに効果的である。
- (3) タイヤ音による車内音場を正確に把握するには、1 kHz以下の周波数帯において、少なくとも五つの基準信号が必要であることを実験により確認した。このことは、この場合五つの独立な音源が存在することを意味する。

文 献

- (1) 竹田, 音響ホログラフィーに関する研究, 機論, 51-468, C, (1985), 1991.
- (2) 坂本・田中・森, 音響ホログラフィーによる音源探索について, 平成2年度 運輸省交通安全公害研究所研究発表会講演概要, 31 (1990), 155.
- (3) 梅沢・上羽・石川・辻内・北條・藤坂, 音響ホログラフィーによる機械音の発生源探索と予防法の研究, 機講論, No. 750-9 (1983), 171.
- (4) Williams, E.G. and Maynard, J.D., "Holographic Imaging without the Wavelength Resolution Limit"; *Physical Review Letters*, 45(7); August 1980.
- (5) Maynard, J.D., Williams, E.G. and Lee, Y., "Nearfield Acoustic Holography: Theory of Generalized Holography and the Development of NAH"; *J. Acoust. Soc. Am.*, 78(4); October 1985.
- (6) Bendat, J.S., "Modern Analysis Procedures for Multiple Input/Output Problems"; *J. Acoust. Soc. Am.*, 68(2); August 1980.
- (7) Kompella, M.S., Davies, P., Bernhard, R.J. and Ufford, D.A., "A Technique to Determine the Number of Incoherent Sources Contributing to the Response of a System"; *Mechanical Systems and Signal Processing Journal*; 1993.
- (8) Otte, D., Sas, P. and Van de Ponnseele, P., "Noise Source Identification by Use of Principal Component Analysis"; *Proc. Inter-Noise*; 1988.
- (9) Yang, Q. J., Sas, P., Otte, D. and Van der Auweraer, H., "Estimation of the Number of Uncorrelated Sources by means of Time Series Modeling"; *12th IMAC Proceedings*; 1994.
- (10) L. Ljung, *System Identification-Theory for the User*, Prentice Hall, Englewood Cliffs, N.J. 1987.
- (11) 高田, Hallman, D. and Bolton, J.S., 近距離音場ホログラフィー法の研究, 機論, 61-584, C, (1995), 1503.
- (12) Hallman, D., Bolton, J.S., Long, L.B. and Takata, H., "The Application of Nearfield Acoustic Holography to Locate Sources in Enclosed Spaces Exhibiting Acoustic Modal Behavior"; *12th IMAC Proceedings*; 1994.