磁気軸受支持弾性ロータの制御法*

高橋直彦^{*1}, 松下修己^{*2}, 高木亨之^{*3}

Control of Flexible Rotors Supported by Active Magnetic Bearings

Naohiko TAKAHASHI, Osami MATSUSHITA and Michiyuki TAKAGI

In the design of control networks driving active magnetic bearings which are used in the levitation of flexible rotors, the damping properties for rigid and flexible modes in the operation speed range and the stability margin for high-frequency bending modes must be considered. This paper aims to provide a design concept of robust control systems insensitive to high-frequency instability. The concept is based upon characteristics of the 3rd-order low-pass filter (LPF), the phase lag of which approaches 270 degrees in the high-frequency domain. The effectiveness of the controller is proven by numerical simulation and experiment using a test rotor system with one radial active magnetic bearing. Furthermore, the application of the design concept using 3rd order LPF characteristics to a rotor with two radial active magnetic bearings is discussed.

Key Words: Active Magnetic Bearing, Flexible Rotor, Spillover, Robust Control, Low Pass Filter, Digital Control

1. 緒 言

磁気軸受の制御系の設計では、運転範囲内にある固有値に対して十分な剛性と減衰を確保することが第一条件であるが、同時に高次モードの安定化を図ることが必要不可欠である。しかし、ロータは多数の振動モードからなる高次系であるので、低次モードの制御性を確保した上で、高次モードの安定性を満たす制御系を設計するには非常に大きな労力を要する。また、計算上、そのような条件を満たす制御系を決定できたとしても、実際は計算で無視していた振動モードや計算精度の問題のために現場でのチューニング作業が必要となる。このような労力を減らすために、ロータ本体にメカニカルな減衰付与物を取付け、制御系の負担を減らす方法も行われている⁽¹⁾。しかし、減衰作用の温度依存性や回転信頼性の面で依然として問題があり、解決しなければならない課題も多い。

制御系の設計時に高次のモードを無視したために、

実際の制御系が不安定に陥る現象はスピルオーバー不安定現象と呼ばれ、柔軟機構系における一つの研究課題になっている⁽²⁾。このスピルオーバー不安定現象に対し、一般にはノッチフィルタ^{(1)~(4)}あるいはローパスフィルタ(LPF)を制御系に挿入することで対策が行われている。理論的なアプローチとしては H_∞ 制御⁽⁴⁾⁽⁵⁾や周波数重み付最適レギュレータ⁽⁶⁾など周波数特性を整形する制御方法が提案されている。また、別のアプローチとして、スピルオーバーを制御構造制約として扱う方法⁽⁷⁾、設計の自由度に着目した伝達関数法⁽⁸⁾などがある。

本研究では、高次モードの発振に対し、ロバスト安定性の高い磁気軸受の制御系の構成を検討する。あらゆる周波数領域において位相進みとなる補償器があれば、ロータの全固有値が安定になるが、これは実際上、不可能である。補償器の分母の次数が分子の次数より三つだけ大きい場合、その補償器の高周波位相特性は -270 度に漸近し、高次モードについては減衰が与えられる。本研究ではこの三次遅れ要素の高周波位相特性を利用して、全モードの安定化を図るコントローラの構成を提案する。制御対象としてラジアル磁気軸受1個の二軸制御形の実験システムを製作し、DSPを用いて実際にコントローラを実現し、効果を確認す

* 1991年10月16日 第69期全国大会講演会において講演、原稿受付 1994年9月5日。

^{*1} 正員、(株)日立製作所土浦工場 (〒300 土浦市神立町603)。

^{*2} 正員、防衛大学校機械工学教室 (〒239 横浜賀市走水1-10-20)。

^{*3} 正員、(株)日立製作所機械研究所。

る。また、この三次遅れ形のコントローラをラジアル磁気軸受2個の通常の四軸制御系に適用する場合について設計例を示す。

2. 磁気軸受で支持される弾性ロータ

本研究で用いたロータの概略を図1に示す。ロータはラジアル磁気軸受と玉軸受によって支持されている。磁気軸受の右隣にはギャップセンサがあり、ロータのラジアル方向の位置を検出する。ロータはフレキシブルカップリングによってモータと連結されている。ロータの重量は18 kgで、最大外形φ150、長さ900 mmである。磁気軸受におけるロータとステータ間のエアギャップは0.2 mmで、磁気軸受のすぐ左隣には補助軸受として玉軸受が設けられている。

モデル化ではカップリングが十分に柔軟であると考え、モータを取り外した状態を考える。また、ジャイロ効果は小さいと仮定し、ラジアル方向については1方向のみのモデル化を考える。

ロータ各点の変位を変位ベクトル X で表す。変位ベクトル X の中でギャップセンサが検出する変位(磁気軸受点の変位と考える)を特に境界点変位 x_2 とし、それ以外の点の変位を内部系変位 X_1 とする。磁気軸受では変位信号 x_2 を制御則に基づいて処理し、軸受コイルに電流を流す。その結果、電磁力 u が発生し、ロータに力を及ぼす。磁気軸受支持弾性ロータの運動方程式は次のように書くことができる。

$$\begin{bmatrix} M_1 & \\ & M_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{X}_1 \\ \ddot{x}_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} K_{11} & K_{12} \\ K_{12}^T & K_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X_1 \\ x_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} u \quad \dots\dots\dots (1)$$

ただし、 M_i , K_{ij} ($i, j=1, 2$) はそれぞれロータの質量行列と剛性行列である。また、減衰項は無視している。

式(1)を著者らが擬モーダル法⁽⁹⁾と呼ぶ手法で縮小化する。擬モーダル法では図2(a)のように磁気軸受部ピン拘束時のモード ϕ と磁気軸受部に単位変位を与えたときのモード δ の2種類のモードの合成によって系の運動を表現する。すなわち、次のような変換を考える。

$$X = \begin{bmatrix} X_1 \\ x_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \phi & \delta \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} s \\ x_2 \end{bmatrix} \quad \dots\dots\dots (2)$$

図1 実験装置概略図

ここで、 s はモード ϕ の重み値で境界点 x_2 に対する相対的たわみ変位量を表す。また、モデル化では曲げ一次モードまでを考慮することにし、内部系の固有モードは一次のみ採用した。式(2)を式(1)に代入することによって得られる縮小系の運動方程式は次のようになる。

$$\begin{bmatrix} m^* & m_c \\ m_c & m_s \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{s} \\ \dot{x}_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} k^* & \\ & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} s \\ x_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} u$$

$$m^* = \phi^T M_1 \phi, \quad m_c = \phi^T M_1 \delta$$

$$m_s = M_2 + \delta^T M_1 \delta, \quad k^* = m^* \omega_p^2 \quad \dots\dots\dots (3)$$

ここで、 ω_p は磁気軸受部ピン拘束時の曲げ一次モードの角振動数である。

上記のモデル系は、質量連成の表現となっているが、これをばね連成の表現にまったく等価に変換する。そのことによってモデル系の物理的イメージを明確にすることができる。曲げモード ϕ の相対変位 s はそのモードの絶対変位 x^* と制御器との境界の変位 x_2 との相対量に比例すると考え、次のような変換をする。

$$s = a(x^* - x_2) \quad \dots\dots\dots (4)$$

ここで、 a は比例定数で次のように決定すると質量連成がなくなる。

$$a = m_c / m^* = \phi^T M_1 \delta / \phi^T M_1 \phi \quad \dots\dots\dots (5)$$

結局、式(3)は次のようなばね連成の物理的モデル系に変換される。

$$\begin{bmatrix} m_{eq} & \\ & m_{eq\delta} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{x}^* \\ \ddot{x}_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} k_{eq} & -k_{eq} \\ \text{sym.} & k_{eq} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x^* \\ x_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} u$$

$$m_{eq} = a^2 m^*, \quad m_{eq\delta} = m_s - m_{eq}, \quad k_{eq} = m_{eq} \omega_p^2$$

$$a = m_c / m^* = \phi^T M_1 \delta / \phi^T M_1 \phi \quad \dots\dots\dots (6)$$

図2(b)に上式の模式図を示す。

(a) 擬モーダル変換用モード

(b) ばね-質量縮小モデル

図2 モデル化

3. コントローラの設計

磁気軸受の制御系の設計で注意しなければならないのは負ばねの存在である。ロータに働く電磁力はコイル電流と軸受ギャップの関数になっているので、電流帰還形のアンプを用いた場合には、軸受ギャップの影響が負ばねとなって現れる。

しかし、ここでは、議論を簡単にするため、負ばねの影響は無視する。ロータの変位信号を直接フィードバックするパスを独立に設けることにより、負ばねは相殺できると仮定し、以下に述べるコントローラの設計には含めないことにする。

式(6)を1階の状態方程式に表すと次のようになる。

$$\begin{aligned}\dot{X} &= AX + bu \\ y &= cX\end{aligned}\quad \dots\dots\dots (7)$$

ここで、

$$\begin{aligned}X &= [x_2 \quad x^* \quad \dot{x}_2 \quad \dot{x}^*]^t, \\ A &= \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ -k_{eq}/m_{eq\delta} & k_{eq}/m_{eq\delta} & 0 & 0 \\ k_{eq}/m_{eq} & -k_{eq}/m_{eq} & 0 & 0 \end{bmatrix} \\ b &= \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1/m_{eq\delta} \\ 0 \end{bmatrix}, \quad c = [1 \quad 0 \quad 0 \quad 0]\end{aligned}$$

上式のモデルに対し、同次元オブザーバと状態フィードバックを併合したコントローラの例を図3に示す。図3のコントローラは高周波帯域で一次遅れ特性を持つので、位相は緩やかに-90度に推移する。位相が遅れている帯域ではその帯域のモードに対して負減

図3 オブザーバと状態フィードバックを併合したコントローラの周波数特性

衰が与えられるので、高次モードに対しては不安定を起しやす。

この問題を解決するために、このコントローラに二次のローパスフィルタ(LPF)を挿入したときの位相特性に着目する。共振倍率の高い二次LPFを直列に挿入し、高周波で三次遅れ特性をもつコントローラを構成すると、二次LPFの共振周波数の前後で位相が約180度変化し、高周波では結局位相は-270度に漸近する。すなわち、高周波において位相進みを持たせることができる。また、このとき、二次LPFの共振周波数をロータの反共振周波数に合わせると、二次LPFが原因となる不安定化に対し、ゲイン余裕を大きくすることができる。反共振点ではロータの軸受点の応答が零化しているので二次LPFのQ値を多少大きくしても、この周波数の制御信号が増大することはない。

二次LPFを挿入したときの制御系の構成を図4に示す。また、このときの拡大系の状態方程式は次のようになる。

$$\begin{aligned}\begin{bmatrix} \dot{X} \\ \dot{Z} \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} A & bc_F \\ 0 & A_F \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X \\ Z \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ b_F \end{bmatrix} v \\ y &= [c \quad 0] \begin{bmatrix} X \\ Z \end{bmatrix}, \quad u = c_F Z\end{aligned}\quad \dots\dots\dots (8)$$

ここで、

$$\begin{aligned}Z &= \begin{bmatrix} z \\ \dot{z} \end{bmatrix} \\ A_F &= \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -\omega_F^2 & -2\zeta_F\omega_F \end{bmatrix}, \quad b_F = \begin{bmatrix} 0 \\ \omega_F^2 \end{bmatrix} \\ c_F &= [1 \quad 0]\end{aligned}$$

上式に対し、同次元オブザーバと状態フィードバックを併合したコントローラを構成すると次のようになる。

$$G_c(s) = [c_F \quad 0] \left(sI - \begin{bmatrix} A_F - b_F f_F & -b_F f \\ b_C f & A - k_c \end{bmatrix} \right)^{-1} \begin{bmatrix} 0 \\ k \end{bmatrix} \quad \dots\dots\dots (9)$$

図4 二次LPFを組み込んだ制御系

ここで, k_c はオブザーバのゲインベクトル, $[f \ f_F]$ は状態フィードバックゲインベクトルである。

図5に二次LPFを含むコントローラの周波数特性を示す。破線はロータ系のゲイン特性の逆数である。80 Hz から位相遅れになるが、曲げ二次モード以降の高周波で再び位相進みになっている。これにより、スピルオーバー不安定現象を回避し、高次モードに対するロバスト安定性を得ている。

表1にロータの固有値を計算した結果を示す。モデルに入っていなかった曲げ二次モード以降の高次のモードも安定化されている。

4. 実験結果

3章で設計したコントローラを双一次 s - z 変換により、サンプリング周波数 8 kHz で離散化し、中部電機製 DSP ボード ADSP 320 を用いて実現した。図6に制御系の概略図を示す。実験では重力補償するため、積分補償を制御ループに挿入した。また、この積分制御によって生じる DC 電流により発生する負ばねを相殺するために比例補償のループを設けた。

表 1 弾性ロータの固有値

Mode	Orpm eigen value (% Hz)	
	Open loop	Closed loop
Rigid mode	0, 0	61.65038, 20
1st bending mode	0, 47	16.24556, 48
2nd bending mode	0, 175	2.82522, 169
3rd bending mode	0, 285	0.05888, 285
4th bending mode	0, 374	0.00009, 374

図 5 二次 LPF を含むコントローラの周波数特性

三次遅れ形のコントローラの安定度を見るため一次 LPF 付きの PID 制御と比較を行った。ループゲインを大きくしていったとき、PID 制御では剛体モードが 13 Hz になったとき曲げ五次の発振が起こったが、三次遅れ形のコントローラでは剛体モードを 24 Hz 近くまで上げて高次曲げモードの発振は起こらなかった。

図7に軸振動応答曲線を示す。剛体モード危険速度、曲げ一次危険速度ともに PID 制御時よりも低振動振幅を得た。

図 6 デジタル制御系の概略図

図 7 軸振動応答

図 8 弾性ロータのクリティカルマップ

5. 二軸制御系への適用について

本設計方法を軸系のクリティカルマップによって解釈すると図8のようになる。コントローラは一次フィルタ付きの位相進み制御と位相反転のための二次LPFを直列結合した補償器としてとらえ直すことができる。一次フィルタ付きの位相進み制御が高周波において位相遅れを起こしても、二次LPFによる位相反転によって、高次曲げモードに対しても、正減衰が与えられる。二次LPFの共振周波数をクリティカルマップ上で、軸系のピン支持モードの固有振動数に合わせることで、狭い周波数範囲での位相反転が可能になる。

以上のようにして、低次モードの制御性を維持したまま、全モードの安定化を図ることができる。

6. 四軸制御系への拡張

磁気軸受搭載の圧縮機は図9のようにラジアル軸受が二つある場合が一般的である。そこで、四軸制御形

図9 四軸制御形ロータの概略図

図10 四軸制御形ロータのクリティカルマップ

磁気軸受ロータについて本手法の適用方法を検討する。

ラジアル軸受が二つある場合の制御法は大きく分けて、集中制御法と分散制御法の二つがある。

制御を各々の軸受ごとに独立して行う分散制御法を用いた場合は、各軸受の制御器からみたロータの反共振モードは相手の制御器のフィードバック特性によって変化する。したがって、鋭く位相を反転するために、二次LPFの共振周波数をロータの反共振点に合わせることが難しくなる。

(a) 並進系

(b) 傾き系

図11 コントローラの周波数特性

図9の例のように左右対称あるいはそれに近いロータを支持する場合は、集中制御法を採用して、制御系を並進制御系と傾き制御系とに分解するのが良い。こうすることにより、ロータの反共振モードはそれぞれの制御系ごとに分離でき、二次LPFの設定が容易になる。

曲げモードの形が多少左右対称ではない場合についても観測行列および入力行列を操作することにより、準的にモード分離をすることができる。理想的には奇数次のモードが並進系、偶数次のモードが傾き系になるようにセンサ配置、軸受配置するのが良い。

図10に図9のロータのクリティカルマップを示す。この例では曲げ一次のピン拘束モードに二次LPFの共振周波数を合わせ、並進系と傾き系のコントローラに適用すると、二軸制御系のときと同じように安定な制御系を得ることができる。

7. 四軸制御系の例題

図6の系について具体的に三次遅れ形のコントローラの設計を試みる。ロータの運動方程式は次のように式(1)と同様な形式である。

$$\begin{bmatrix} M_1 & \\ & M_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{Z}_1 \\ \ddot{Z}_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} K_{11} & K_{12} \\ K_{12}^t & K_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} Z_1 \\ Z_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ U \end{bmatrix} \quad \dots\dots\dots(10)$$

ただし、 $U = [u_L \ u_R]^t$ はアクチュエータ力、 M_i 、 K_{ij} ($i, j=1, 2$) はそれぞれ質量行列と剛性行列である。また、状態量のうち $Z_2 = [Z_2^L \ Z_2^R]^t$ は左右の軸受点における変位を表す変位ベクトルである。

集中制御法を用いて制御系を並進系と傾き系に分解するには変位ベクトルに対し次のような座標変換をすれば良い。

$$\begin{bmatrix} \delta \\ \theta \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \alpha_L & \alpha_R \\ \beta_L & \beta_R \end{bmatrix} \begin{bmatrix} Z_2^L \\ Z_2^R \end{bmatrix} \quad \dots\dots\dots(11)$$

ここで、ベクトル $[\alpha_L \ \alpha_R]$ 、 $[\beta_L \ \beta_R]$ は、分離したいモードに対して、それぞれ直交するように選ぶ。

制御出力については逆の変換を行う。

ロータが理想的な左右対称系である場合には式(11)の座標変換によって制御系は並進系と傾き系に完全に分離される。分離されたそれぞれの系に対しては、磁気軸受が一つの場合と同様の設計を施すことができる。

この例題では第一の目的を三次遅れ形コントローラ

表2 図9のロータの固有値

Mode	Orpm eigen value (ζ%, Hz)	
	Open loop	Closed loop
Translation mode	0, 0	26.66492, 29
Tilting mode	0, 0	18.48787, 31
1st bending mode	0, 154	2.93966, 152
2nd bending mode	0, 331	0.00290, 331
3rd bending mode	0, 555	0.00091, 555
4th bending mode	0, 786	0.00023, 786

の適用性を確認することとし、制御系は簡単なPD制御系を基本とすることになる。すなわち、三次遅れ形のコントローラとして次のように比例+微分演算したものに対し四次のフィルタを掛けたものを考える。

$$(K_P + K_{DS}) \frac{\omega_f^4}{(s^2 + 2\zeta\omega_{FS} + \omega_f^2)^2} \dots\dots\dots(12)$$

図11(a)、(b)に設計したコントローラの周波数特性を示す。LPFの極はピン拘束時の曲げ一次モードに設定した。この周波数は並進系においては反共振点になっている。傾き系においては反共振点となっていないが曲げ二次モードが比較的離れているので、フィルタのQ値を低くすることにより、安定性を確保した。

表2にロータの固有値を計算した結果を示す。曲げ一次モード以降の高次のモードも安定化されている。

8. 結 言

ロータ系の反共振モードを利用して、位相特性の急峻な反転を図った三次遅れ形のコントローラを磁気軸受に適用し、効果を確認した。三次遅れ形のコントローラはロータ系の内部減衰とは独立に高次曲げモードを安定化するため、モデルとして考慮外の高次曲げモードに対しロバスト安定性が高い。

文 献

- (1) 森井・ほか3名, 第3回電磁力関連のダイナミックスシンポジウム講演論文集, (1991-6), 66.
- (2) 背戸・ほか3名, 機論, 57-534, C(1991), 355.
- (3) 米山・高木・松下・斎藤, 機論, 54-507, C(1988), 2723.
- (4) 野波・王・山崎, 機論, 57-534, C(1991), 568.
- (5) 木村, システム制御情報学会誌, 34-1(1991), 44-49.
- (6) 木田・ほか2名, 計測自動制御学会論文集, 25-4(1989), 448-454.
- (7) 吉田・ほか2名, 機論, 54-497, C(1988), 201.
- (8) 田川・山田, 機論, 54-505, C(1988), 2111.
- (9) 松下, 精密工学会誌, 54-5(1988), 848-852.