寄生要素を考慮したアームに対する
力フィードバックの安定性解析とロバスト制御*松野 文 俊^{*1}, 田中 美和子^{*2}Stability Analysis and Robust Control of a Force-Controlled Arm,
Considering Uncertainty

Fumitoshi MATSUNO and Miwako TANAKA

In this paper, stability analysis of the force-controlled one-link arm and robust force control of the arm, considering uncertainty, are discussed. We consider link flexibility as uncertainty and derive dynamic equations of the force-controlled arm by means of Hamilton's principle and the Lagrange multiplier method. As the obtained boundary condition is nonhomogeneous, we introduce a new variable and derive a homogeneous boundary condition. On the basis of a finite-dimensional modal model of the distributed-parameter systems, stability of the force feedback is analyzed by using the root locus technique, and an optimal controller with low-pass property is constructed. A set of simulations has been carried out.

Key Words: Vibration Control, Manipulator, Stability Analysis, Robust Force Controller, Distributed-Parameter Model, Nonhomogeneous Boundary Condition

1. はじめに

産業用ロボットの適応範囲は単なる物の運搬・移動から、組み立てや加工といった環境との接触を前提とした作業へと拡大されてきている⁽¹⁾。こうした状況に対処する方法としてインピーダンス制御法⁽²⁾やハイブリッド制御法⁽³⁾⁻⁽⁵⁾が提案されてきた。これらの制御法を用いて力制御を行なった場合、モデルの不確かさ・環境やマニピュレータ自身の柔らかさ・接触面の摩擦などの影響により、力の応答が振動的になる。

このようなマニピュレータの力制御時に発生する振動の原因の解明・安定性の解析・振動抑制制御に関する研究はそれほど多くない。有限要素モデルと特異振動法に基づいて、リンクに柔軟性のあるマニピュレータを剛体マニピュレータとみなして力制御を行なった場合の安定性解析が報告されている⁽⁶⁾。また、我々はこの振動の原因を環境の柔らかさやマニピュレータの柔らかさとみなし、これらの柔らかさを集約した等価的なバネを導入することにより、加速度計を用いて振動を抑制する制御器を提案した⁽⁷⁾。

本論文では、寄生要素としてリンクの柔らかさを考え、1リンクのアームを対象として力フィードバックの安定

性解析とロバスト力制御について考える。リンクに柔らかさを持ったアームが環境に拘束された場合の分布定数モデルを導出する。アームの先端が常に環境に拘束されていると仮定し、拘束条件とラグランジュ乗数を導入し、ハミルトンの原理を用いてモータの回転の方程式とリンクの振動の方程式を導く。リンクの振動方程式の境界条件は環境からの反力の項が関係した非同次なものとなる。この境界条件を同次化した分布定数系に対応する固有値問題を解くことにより固有値と固有関数を求め、これらを用いてシステムの状態方程式と出力方程式を導く。

力センサのフィードバックを行なった場合の閉ループ系の安定性を根軌跡により検討する。寄生要素を考慮し、高域遮断特性を持たせた最適レギュレータ⁽⁸⁾を適用してアームの力制御のためのロバスト制御器を構成する。シミュレーションにより、構成した制御器の有効性を検証する。

2. モデリング

Fig.1に示すようなリンクに柔らかさを持った1リンクアームが環境に拘束されている場合について考える。アームの長手方向に x 軸を取り、モータの回転軸に固定した座標系 Σ_1 を定める。また $O-XY$ を慣性座標系 Σ_0 とし、 x, y 軸の Σ_0 からみた単位ベクトルをそれぞれ

* 原稿受付 1994年6月27日。

^{*1} 正員、神戸大学工学部 (〒657 神戸市灘区六甲台町1-1)。^{*2} 神戸大学大学院。

れ i, j とする。本論文では、重力の影響は無視する。

記号を以下のように定義する。

- $w(t, r)$: アームのたわみ
- $\theta(t)$: リンクの回転角
- L : リンクの長さ
- EI : 曲げ剛性
- ρ : リンクの単位長さあたりの質量密度
- m : リンク先端の負荷の質量
- J : モータ・ロータの慣性モーメント
- N_g : モータの減速比
- $f_n(t)$: 拘束面から受ける力の大きさ
- $\tau(t)$: モータの発生トルク

図1. 力制御されたアーム

2.1 モータの回転の方程式とリンクの振動の方程式

幾何学的境界条件はリンクの根元がモータのシャフトに固定されていることより

$$w(t, 0) = 0, \quad w'(t, 0) = 0 \quad (1)$$

となる。ただし、 $w'(t, r) = \frac{\partial w}{\partial r}(t, r)$ であり、 $'$ は空間に関する微分を表す。アーム先端の位置ベクトル $\mathbf{P}$ とアームの任意の点を表す位置ベクトル $\mathbf{r}$ は

$$\mathbf{P} = L\mathbf{i} - w_E\mathbf{j}, \quad \mathbf{r} = r\mathbf{i} - w(t, r)\mathbf{j} \quad (2)$$

となり、その時間微分は

$$\begin{aligned} \dot{\mathbf{P}} &= (L\dot{\theta} - \dot{w}_E)\mathbf{j} + w_E\dot{\theta}\mathbf{i} \\ \dot{\mathbf{r}} &= (r\dot{\theta} - \dot{w}(t, r))\mathbf{j} + w(t, r)\dot{\theta}\mathbf{i} \end{aligned} \quad (3)$$

となる。ここで、 $\dot{}$ は時間に関する微分であり、アームの先端の変位を $w_E(t) = w(t, L)$ とした。図1において、拘束条件は

$$\Phi(X, Y) = Y = 0 \quad (4)$$

である。(2)式より、アームの先端の位置ベクトルは

$$X = L \cos \theta + w_E \sin \theta, \quad Y = L \sin \theta - w_E \cos \theta \quad (5)$$

となり、(5)式を用いると、拘束条件(4)式は

$$\phi(\theta, w_E) = L \sin \theta - w_E \cos \theta = 0 \quad (6)$$

と表すことができる。

$\theta \approx 0$ とし、この系の運動エネルギー T および位置エネルギー V を求めると、

$$T = \frac{1}{2} \int_0^L \rho \dot{\mathbf{r}}^T \dot{\mathbf{r}} dr + \frac{1}{2} m \dot{\mathbf{P}}^T \dot{\mathbf{P}} + \frac{1}{2} J \dot{\theta}^2 \quad (7)$$

$$V = \frac{1}{2} \int_0^L EI (w'')^2 dr \quad (8)$$

となる。モータの仮想仕事は

$$\delta W = N_g \tau \delta \theta \quad (9)$$

となる。 λ を拘束条件(6)式に対応するラグランジュ乗数とし、ハミルトンの原理を用い、Voigt形の内部粘性による減衰(内部減衰係数 δ)を考慮すると、リンクの振動の方程式は

$$\ddot{w}(t, r) + \delta \frac{EI}{\rho} \dot{w}''''(t, r) + \frac{EI}{\rho} w''''(t, r) = r \ddot{\theta}(t) \quad (10)$$

$$\left. \begin{aligned} w(t, 0) = 0, \quad w'(t, 0) = 0, \quad w''(t, L) = 0 \\ EI \left\{ \frac{m}{\rho} w''''(t, L) + w''''(t, L) \right\} = -\lambda(t) \frac{\partial \phi}{\partial w_E} \end{aligned} \right\} \quad (11)$$

となり、モータの回転の方程式は

$$J \ddot{\theta}(t) + EI w''(t, 0) = N_g \tau(t) + \lambda(t) \frac{\partial \phi}{\partial \theta} + \lambda(t) \frac{\partial \phi}{\partial w_E} L \quad (12)$$

となる。

モータ駆動用のアンプとして速度指令型のアンプを用いる場合、リンクの駆動トルク $N_g \tau(t)$ は

$$N_g \tau(t) = k_v (V_{ref}(t) - k_f \dot{\theta}(t)) \quad (13)$$

と与えられる⁽⁹⁾。ただし、 V_{ref} はアンプへの速度指令値、 k_v は十分大きいフィードバックゲイン、 k_f は定数である。モータの方程式(12)を用いると、(13)式は

$$V_{ref} = k_f \dot{\theta} + \frac{1}{k_v} \left\{ -\lambda \frac{\partial \phi}{\partial \theta} - \lambda \frac{\partial \phi}{\partial w_E} L + EI w''(t, 0) + J \ddot{\theta}(t) \right\} \quad (14)$$

となり、 k_v は十分大きいので、(14)式は

$$V_{ref}(t) = k_f \dot{\theta}(t) = k_f \left(\int_0^t u(t) dt + \dot{\theta}(0) \right), \quad (15)$$

$$u(t) \equiv \ddot{\theta}(t) \quad (16)$$

となる。したがって、 $\dot{\theta}(0) = 0$ とすれば、 $u(t) = \ddot{\theta}(t)$ をシステムの入力とみなし、 u を決定すれば(15)式よりそれに対応する指令値 V_{ref} を求めることができる。実際のモータのアンプには速度指令型が多く用いられているので、本論文の場合にも速度指令型アンプを使用することを仮定する。

図1に示した拘束力 f_n とラグランジュ乗数 λ の関係を求める。(5)式を微分すると

$$\begin{bmatrix} \dot{X} \\ \dot{Y} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -L \sin \theta + w_E \cos \theta & \sin \theta \\ L \cos \theta + w_E \sin \theta & -\cos \theta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{\theta} \\ \dot{w} \end{bmatrix} \quad (17)$$

となる。ここで、ヤコビ行列を

$$\mathbf{J}(\theta, w_E) = \begin{bmatrix} -L \sin \theta + w_E \cos \theta & \sin \theta \\ L \cos \theta + w_E \sin \theta & -\cos \theta \end{bmatrix} \quad (18)$$

とおく。O-XY 座標系と (θ, w_E) 座標系との力の関係は

$$\mathbf{J}^T f_n \mathbf{n} = \lambda \begin{bmatrix} \frac{\partial \phi}{\partial \theta} \\ \frac{\partial \phi}{\partial w_E} \end{bmatrix} \quad (19)$$

である。ここで、 $\mathbf{n}$ は拘束面の接触点における法線ベクトルで

$$\mathbf{n} = \frac{1}{\sqrt{(\frac{\partial \phi}{\partial X})^2 + (\frac{\partial \phi}{\partial Y})^2}} \begin{bmatrix} \frac{\partial \phi}{\partial X} \\ \frac{\partial \phi}{\partial Y} \end{bmatrix} \quad (20)$$

と表現できる。拘束条件(4)と(18),(20)式を用い、(19)式の左辺を計算し、制約条件(6)を用いて(19)式の右辺を計算すれば、(19)式は

$$f_n \begin{bmatrix} L \cos \theta + w_E \sin \theta \\ -\cos \theta \end{bmatrix} = \lambda \begin{bmatrix} L \cos \theta + w_E \sin \theta \\ -\cos \theta \end{bmatrix} \quad (21)$$

となり

$$f_n = \lambda \quad (22)$$

が得られ、拘束力とラグランジュ乗数が等しいことがわかる。

さて、境界条件(11)の第4式は拘束面からの抗力とリンクの曲げ変形による力とのつりあいを表している。この非同次な境界条件を直接取り扱うのは困難であるので同次化することを考える。まず、

$$f(t) \equiv -\lambda(t) \frac{\partial \phi}{\partial w_E} \quad (23)$$

とし、新しい変数を

$$v(t, r) = w(t, r) - f(t) \left(-\frac{L}{2EI} r^2 + \frac{1}{6EI} r^3 \right) \quad (24)$$

と定義する。ただし、 f は時間に関して2回連続微分可能とする。ここで、 $\theta \cong 0$ であるので、 $\frac{\partial \phi}{\partial w_E} = -\cos \theta \cong -1$ となり、(23)式より

$$f(t) = \lambda \cos \theta \cong \lambda = f_n(t) \quad (25)$$

の関係をj得る。(24)式の $v(t, r)$ を用いると、リンクの振動方程式(10), (11)は

$$\begin{aligned} \ddot{v}(t, r) + \delta \frac{EI}{\rho} \dot{v}'''(t, r) + \frac{EI}{\rho} v'''(t, r) \\ + \ddot{f}(t) \left(-\frac{L}{2EI} r^2 + \frac{1}{6EI} r^3 \right) = r \ddot{\theta}(t) \end{aligned} \quad (26)$$

$$\left. \begin{aligned} v(t, 0) = 0, \quad v'(t, 0) = 0, \quad v''(t, L) = 0 \\ \frac{m}{\rho} v'''(t, L) + v'''(t, L) = 0 \end{aligned} \right\} \quad (27)$$

となり、境界入力 $f(t)$ が分布入力に変換され、境界条件が同次化されたことがわかる。

2・2 制御対象の有限次元化 偏微分方程式(26)の

解は(27)式の境界条件を満足する次のような固有値問題

$$\frac{EI}{\rho} \varphi''''(r) = \gamma \varphi(r) \quad (28)$$

$$\varphi(0) = \varphi'(0) = \varphi''(L) = 0, \quad \frac{m}{\rho} \varphi'''(L) + \varphi'''(L) = 0 \quad (29)$$

の解である固有値 γ_i とそれに対応する固有関数 $\varphi_i(r)$ を用いて

$$v(t, r) = \sum_{i=1}^{\infty} \frac{1}{\gamma_i} v_i(t) \varphi_i(r) \quad (30)$$

と展開できる⁽¹⁰⁾。ここで、(30)式の $v_i(t)$ は常微分方程式

$$\ddot{v}_i(t) = -\delta \gamma_i \dot{v}_i(t) - \gamma_i v_i(t) - d_i \ddot{f}(t) + b_i u(t) \quad (31)$$

$$u(t) = \ddot{\theta}(t) \quad (32)$$

の解である。ただし、

$$d_i = \gamma_i \left\langle -\frac{L}{2EI} r^2 + \frac{1}{6EI} r^3, \varphi_i(r) \right\rangle = -\frac{1}{\rho} \varphi_i(L)$$

$$b_i = \gamma_i < r, \varphi_i(r) > = \frac{EI}{\rho} \varphi_i''(0)$$

であり、 $\langle \cdot, \cdot \rangle$ は次式で定義される内積である。

$$\langle \psi_1, \psi_2 \rangle = \int_0^L \psi_1(r) \psi_2(r) dr + \frac{m}{\rho} \psi_1(L) \psi_2(L) \quad (33)$$

拘束条件(6)に $\theta \cong 0$ であることを用い、偏微分方程式の解(30)式において第 N モードまでを考慮すると、制約条件は

$$\begin{aligned} L\theta(t) - w_E(t) = L\theta(t) - \left\{ \frac{\varphi_1(L)}{\gamma_1} v_1(t) + \dots \right. \\ \left. + \frac{\varphi_N(L)}{\gamma_N} v_N(t) \right\} + \frac{L^3}{3EI} f(t) = 0 \end{aligned} \quad (34)$$

となる。(34)式を時間で2階微分すると

$$L\ddot{\theta}(t) - \left\{ \frac{\varphi_1(L)}{\gamma_1} \ddot{v}_1(t) + \dots + \frac{\varphi_N(L)}{\gamma_N} \ddot{v}_N(t) \right\} + \frac{L^3}{3EI} \ddot{f}(t) = 0 \quad (35)$$

となり、(31)式より

$$\ddot{f}(t) = -\frac{1}{e} \sum_{i=1}^N \varphi_i(L) v_i(t) - \frac{\delta}{e} \sum_{i=1}^N \varphi_i(L) \dot{v}_i(t) + \frac{g}{e} u(t) \quad (36)$$

を得る。ただし、

$$e = \sum_{i=1}^N \frac{d_i}{\gamma_i} \varphi_i(L) + \frac{L^3}{3EI}, \quad g = \sum_{i=1}^N \frac{b_i}{\gamma_i} \varphi_i(L) - L$$

である。拘束力の目標値に対応する状態 f の目標値を f_d とする。(31), (36)式をまとめると

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{Ax} + \mathbf{Bu} \quad (37)$$

という状態方程式が得られる。ただし

$$\mathbf{x} = [\mathbf{x}_1^T \quad \mathbf{x}_2^T]^T, \quad \mathbf{x}_1 = [f - f_d \quad \dot{f}]^T,$$

$$\mathbf{x}_2 = [v_1 \quad \dot{v}_1 \quad \dots \quad v_N \quad \dot{v}_N]^T,$$

$$\begin{aligned}
\mathbf{A} &= \begin{bmatrix} \mathbf{A}_{11} & \mathbf{A}_{12} \\ \mathbf{0} & \mathbf{A}_{22} \end{bmatrix}, \quad \mathbf{B} = \begin{bmatrix} \mathbf{B}_1 \\ \mathbf{B}_2 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{A}_{11} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}, \\
\mathbf{A}_{12} &= \begin{bmatrix} 0 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ -\frac{\varphi_1(L)}{e} & -\frac{\delta\varphi_1(L)}{e} & \dots & -\frac{\varphi_N(L)}{e} & -\frac{\delta\varphi_N(L)}{e} \end{bmatrix}, \\
\mathbf{A}_{22} &= \begin{bmatrix} 0 & 1 & \dots & 0 & 0 \\ -\gamma_1 + \frac{d_1}{e}\varphi_1(L) & -\delta(\gamma_1 - \frac{d_1}{e}\varphi_1(L)) & \dots & \frac{d_N}{e}\varphi_1(L) & \frac{\delta d_N}{e}\varphi_1(L) \\ \vdots & \vdots & \dots & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \dots & \frac{d_1}{e}\varphi_N(L) & \frac{\delta d_1}{e}\varphi_N(L) \\ \vdots & \vdots & \dots & \vdots & \vdots \\ 0 & 1 & \dots & -\gamma_N + \frac{d_N}{e}\varphi_N(L) & -\delta(\gamma_N - \frac{d_N}{e}\varphi_N(L)) \end{bmatrix}, \\
\mathbf{B}_1 &= \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{g}{e} \end{bmatrix}, \quad \mathbf{B}_2 = \begin{bmatrix} 0 \\ b_1 - d_1 \frac{g}{e} \\ \vdots \\ 0 \\ b_N - d_N \frac{g}{e} \end{bmatrix}
\end{aligned}$$

である。アームの先端に力センサを取り付けることによって $f(t) \cong f_n(t)$ が計測できる。ここで、出力方程式を

$$y = f - f_d = \mathbf{C}\mathbf{x}, \quad \mathbf{C} = [1 \ 0 \ \dots \ 0 \ 0] \quad (38)$$

とする。

3. 安定性解析とロバスト制御

(37), (38)式のシステムに対して、力の状態フィードバック

$$u = \mathbf{K}\mathbf{x}_1 \quad (39)$$

を適用すると、閉ループ系は

$$\begin{bmatrix} \dot{\mathbf{x}}_1 \\ \dot{\mathbf{x}}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{A}_{11} + \mathbf{B}_1\mathbf{K} & \mathbf{A}_{12} \\ \mathbf{B}_2\mathbf{K} & \mathbf{A}_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{x}_1 \\ \mathbf{x}_2 \end{bmatrix} \quad (40)$$

となり、 $\mathbf{A}_{11} + \mathbf{B}_1\mathbf{K}$ の極を任意に指定することはできるが、システム全体の安定性は保証されない。したがって、寄生要素によって生じたモデル化誤差を考慮し、システム全体の安定性を保証することが必要となる。状態 $\mathbf{x} = [\mathbf{x}_1^T \ \mathbf{x}_2^T]^T$ を制御モードとし、振動の第 $N+1$ モード以降の状態を剰余モードとする。まず、 LQ 制御による状態 $\mathbf{x}$ のフィードバックが考えられる。しかし、もともと振動モードは無限個であるので LQ 制御により制御モードのみを考慮した制御器を構成したとしても、制御器設計の段階で考慮していない高次の剰余モードを励起してしまう可能性がある。

このスピルオーバー不安定性を補償するようなロバストな制御器を構成する必要がある。ここでは、制御帯域で

の性能を保持したまま、剰余モードに対するロバスト安定性を確保するために、周波数依存の重み $G_F(s)$ を考える。操作入力の高周波成分を抑制するために、 $G_F^{-1}(s)$ に2次ローパス特性を持たせる。

$$G_F^{-1}(s) = \frac{\omega_0^2}{s^2 + 2\zeta_0\omega_0 s + \omega_0^2} \quad (41)$$

このフィルタは、 $v_F = G_F(s)u$ とおくと

$$\dot{\mathbf{z}} = \mathbf{A}_F\mathbf{z} + \mathbf{b}_F v_F, \quad u = \mathbf{c}_F\mathbf{z} \quad (42)$$

$$\mathbf{A}_F = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -\omega_0^2 & -2\zeta_0\omega_0 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{b}_F = \begin{bmatrix} 0 \\ \omega_0^2 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{c}_F = [1, 0]$$

と実現できるので、(37), (42)式を合わせた拡大系の状態方程式は

$$\dot{\bar{\mathbf{x}}} = \bar{\mathbf{A}}\bar{\mathbf{x}} + \bar{\mathbf{b}}v_F, \quad \bar{\mathbf{y}} = \bar{\mathbf{C}}\bar{\mathbf{x}} \quad (43)$$

$$\bar{\mathbf{x}} = [\mathbf{x}^T \ \mathbf{z}^T]^T, \quad \bar{\mathbf{A}} = \begin{bmatrix} \mathbf{A} & \mathbf{B}\mathbf{c}_F \\ \mathbf{0} & \mathbf{A}_F \end{bmatrix}, \quad \bar{\mathbf{b}} = \begin{bmatrix} \mathbf{0} \\ \mathbf{b}_F \end{bmatrix}, \quad \bar{\mathbf{C}} = [\mathbf{C}, \mathbf{0}]$$

となる。周波数依存の重みを持つ最適制御問題はこの拡大系(43)に対して、評価関数

$$J = \int_0^\infty (\bar{\mathbf{x}}^T \bar{\mathbf{C}}^T \bar{\mathbf{C}} \bar{\mathbf{x}} + v_F^2) dt \quad (44)$$

を最小にする問題に帰着できる⁽⁸⁾。(44)式を最小にする最適レギュレータは、対応するRiccati方程式の半正定解 $\mathbf{P}$ を用いて、

$$v_F = -\bar{\mathbf{b}}^T \mathbf{P} \bar{\mathbf{x}} = \mathbf{K}_1 \mathbf{x} + \mathbf{K}_2 \mathbf{z} \quad (45)$$

で与えられる。(45)式を(42)式に代入すれば、制御器は

$$\dot{\mathbf{z}} = (\mathbf{A}_F + \mathbf{b}_F \mathbf{K}_2)\mathbf{z} + \mathbf{b}_F \mathbf{K}_1 \mathbf{x}, \quad u = \mathbf{c}_F \mathbf{z} \quad (46)$$

となる。出力は力センサからのデータと力の目標値から計算される $f - f_d$ のみであり、他の状態は直接観測できないので、状態観測器

$$\dot{\hat{\mathbf{x}}} = (\mathbf{A} - \mathbf{G}\mathbf{C})\hat{\mathbf{x}} + \mathbf{B}u + \mathbf{G}y \quad (47)$$

により推定された値を用いる。ここで、 $\hat{\mathbf{x}}$ は $\mathbf{x}$ の推定値である。制御器のブロック図を図2に示す。

結果として得られたフィルタの共振角周波数を $\tilde{\omega}_0$ 、減衰係数を $\tilde{\zeta}_0$ とすると、これらとあらかじめ設定したフィルタ特性 ω_0 、 ζ_0 との関係は $\tilde{\omega}_0 > \omega_0$ であり、 $\tilde{\zeta}_0$ は ζ_0 に比べてより $1/\sqrt{2}$ に近くなる⁽⁸⁾。したがって、実現されたフィルタは目標とする制御帯域を狭めることなく、理想の減衰特性に近づくことが保証されている。

5 は力の状態 $f, \dot{f}$ (f は計測できると仮定する) をフィードバック(PD)した場合の応答, 図 6 は通常の最適レギュレータ(LQ)を適用した場合の応答, 図 7 は高域遮断特性を持たせた最適レギュレータ(Filter)を適用した場合の応答をそれぞれ実線で示している. 図 5, 6 において破線はFilterの応答を示している. 図 5, 6 より, 力の状態のみをフィードバックした場合と, 高次の振動モードの影響を考慮していない最適レギュレータを用いた場合には, 状態がスピンオーバー不安定性のため発散していくことがわかる. また, 力のP制御の場合も同様に状態が発散していくことが確かめられる. これに対し, 図 7 よりFilterを適用した場合にはすべての状態が目標値に収束し, 振動が抑えられており, 制御器が有効に働いていることがわかる. 各応答のフィードバックゲインはFilterのゲインを基本とし, 力の状態 x_1 に対応するフィードバックゲインがほぼ等しくなるように, PD 制御器とLQ 制御器のゲインを決定した. なお, 制御器は実機への適用を考慮して, 離散時間系で構成し, そのサンプリング時間を2(ms)とした.

図 5. シミュレーション結果(— PD, --- Filter)

図 6. シミュレーション結果(— LQ, --- Filter)

図 7. シミュレーション結果(Filter)

5. おわりに

本論文では, マニピュレータの力制御時に生じる振動や不安定現象の解析とそれらを補償する制御器について考察を行なった. 寄生要素としてリンクの柔らかさを考え, 1 リンクのアームを対象として力フィードバックの安定解析とロバスト制御器の構成を行なった.

寄生要素を考慮したシステムは非最小位相系となり, 力センサ出力のフィードバックを行なった場合, フィードバックゲインを大きくしていくとシステム全体が不安定になることを根軌跡によって確かめた. 寄生要素を考慮し, 制御モードのみを考慮した通常のLQ 制御を行なった場合にはスピンオーバー不安定性が生じる危険性があることを明らかにした. 高域遮断特性を持たせた最適レギュレータを適用すれば, 剰余モードに対するロバスト性を確保できることをシミュレーションにより確認した.

今後, 実機を用いた実験による制御器の有効性の検証を行なっていく予定である.

最後に, 日頃からご指導いただいている大阪大学工学部池田雅夫教授に謝意を表する.

参考文献

- (1) 日本ロボット学会誌, 9-6, (1991), 745.
- (2) Hogan, H., Trans. ASME J. Dyn. Syst. Meas. Control, 107-1, (1985), 1.
- (3) Raibert, M.H., and Craig, J.J., Trans. ASME J. Dyn. Syst. Meas. Control, 103-2, (1981), 126.
- (4) Yoshikawa, T., IEEE Trans. Robotics Automation, 3-5, (1987), 386.
- (5) McClamroch, N.H., and Wang, D., IEEE Trans. Automat. Contr., 33-5, (1988), 419.
- (6) Mills, J.K., J. Robotic Systems, 9-7, (1992), 935.
- (7) 松野・柴田・坂和, SICE論文集, 30-1, (1994), 48.
- (8) 木田・池田・山口, SICE論文集, 25-4, (1989), 60.
- (9) Sakawa, Y., and Matsuno, F., Int J. Control, 44-2, (1986), 299.
- (10) 坂和・松野, 計測と制御, 25-1, (1986), 64.