振動インテンシティによる散逸エネルギーの解析*

中川 稔章^{*1}, 古巣 克也^{*1}, 浅井 眞^{*2}

Analysis of Dissipated Energy Using Vibration Intensity

Toshiaki NAKAGAWA, Katsuya FURUSU and Makoto ASAI

Noise of panel-composed structures is mainly caused by panel vibration with atmosphere-pressure fluctuation. In order to reduce noise, a large quantity of damping material has been pasted on panels. In vibration intensity (VI) analysis, the flow of vibration energy (power) is expressed by vectors, showing the energy propagation routes on panels at a certain mode of vibration during forced vibration. This paper shows the calculation of dissipated vibration energy from VI values and clarifies the relationship between damping material and vibration reduction. First, this paper shows that results of the measurement by the cross spectrum technique correspond with results of calculation using the finite-element method (FEM), and that quantitative analysis of dissipated energy is possible using VI on a two-dimensional structure composed of a panel and frames. Second, VI is analyzed on a three-dimensional structure composed of panels and frames, using FEM in consideration of internal forces for application to real structures. The distribution of dissipated energy is calculated from the results of VI analysis of panels, and the effect of damping material pasted on panels is clarified. The effect on vibration reduction is verified for damping material pasted on the area where much energy is dissipated on panels.

Key Words: Vibration Intensity, Dissipated Energy, Three-Dimensional Panel, Damping Material, Vibration Reduction, Finite-Element Method

1. 緒 言

構造物から発生する騒音には、振動源から伝搬した振動がパネル部の振動を励起し、放射音を発生しているケースが多い。このような騒音を低減するためには、振動状態を把握したうえでのパネルの制振が必要になる。パネル上に制振材を貼付することで振動低減化がなされている場合、その多くはパネル全面に一様に貼付されており、重量増加に対し、必ずしも効率的な振動低減効果を挙げているとはいえない。

現在、構造物の振動計測、解析手法として、実験モード解析や有限要素法(FEM)などが、一般的に用いられるようになって久しい。その他の解析法の一つに、振動源の探査を目的として、振動エネルギーの流れを可視化する振動インテンシティ(Vibration Intensity, 以下 VI)を利用する方法が挙げられる。

VIは、Noiseux⁽¹⁾やPavic⁽²⁾らによって、提唱されて以来、数々の検討がなされてきた。ここ数年では、2点計測における境界近接場の誤差、差分誤差、反射波

の影響などの検討がなされ^{(3)~(6)}、一次元、二次元モデルにおける計測適用範囲が明確になってきている。また、計測技術においても、小嶋らによる3チャンネル法による過渡振動インテンシティの計測⁽⁷⁾など、新たな手法が考案されている。

VIを応用したパネル構造物の振動低減化対策としては、可視化された振動エネルギーの伝ば経路から振動源を見だし、遮断、減衰させる方法が一般に考えられている。しかし、簡易的な2点計測では、波の分散、反射、境界部近傍の近似誤差のため、加振点を特定することは困難である。また、二次元理論の定義式に忠実な差分を行う8点(一次元では4点)の計測では、センサの厳密な位相補正や、差分点数、データの平均化処理回数の多さから、複雑な構造物の系全体の振動エネルギーの伝達経路を示し、振動源を特定するには必ずしも実用的ではない。

そこで、本論文では、任意の振動状態において、計測、計算によって得られる平板部のVIの流れから、任意の閉領域内で散逸される振動エネルギーが算出されることに着目し、その解析方法を提案するとともに、エネルギー散逸と制振材の振動減衰の効果との関係を明らかにする。

ここでは、まず二次元構造の平板を対象に、VIのフ

* 原稿受付 1994年9月16日。

^{*1} 正員、(株)豊田中央研究所機械2部 (〒480-11 愛知県愛知郡長久手町大字長湫字横道 41-1)。^{*2} 正員、トヨタ自動車(株)第1車両技術部 (〒471 豊田市トヨタ町1)。

ローパターンや散逸エネルギーの解析について、クロススペクトル法による計測結果と FEM を用いた数値計算結果との対応を示す。そして、平板部で散逸される振動エネルギーを加振入力による仕事との割合で正規化し、減衰効率の指標値として提示する。

そして、実構造への適用のために、三次元構造の平板について、面内力を考慮する VI の FEM を用いた数値解析を行い、その結果から算出された平板部のエネルギー散逸分布と平板部で散逸される振動エネルギーの割合により、平板部に貼付された制振材の効果を明らかにする。また、平板部のエネルギー散逸が大きい箇所に集中的に制振材を貼付することにより、振動低減効果のあることを示す。

2. 基礎理論

本章では、従来から提案されている平板の VI 解析の基本的な理論を示す。そして、VI の示すエネルギーの物理的な意味づけにより、VI のフローパターンから任意の閉領域で散逸されるエネルギーを算出する方法を提案する。

2.1 VI の基礎理論 平板の曲げ振動における VI は、単位幅を通過する振動エネルギーの周期平均（パワーの次元）で、 x 方向成分については次式で定義される⁽¹⁾⁽²⁾。

$$VI_x = \left\langle Q_x \frac{\partial w}{\partial t} + M_x \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial t} + M_{xy} \frac{\partial^2 w}{\partial y \partial t} \right\rangle_t \quad \dots\dots\dots (1)$$

ここで、 VI_x は VI の x 方向成分、 w は面外変位、 Q_x はせん断力、 M_x は曲げモーメント、 M_{xy} はねじりモーメントであり、 $\langle \rangle_t$ は周期平均を表す。 y 方向成分に関しては力、モーメントの方向が y 方向となる。また、三次元の板構造の場合、平板の面内応力を考慮する必要がある。そのときは、面内応力 N_x 、面内のせん断力 N_{xy} 、面内方向変位 u, v として、式(1)は以下のように定義される。

$$VI_x = \left\langle Q_x \frac{\partial w}{\partial t} + M_x \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial t} + M_{xy} \frac{\partial^2 w}{\partial y \partial t} + N_x \frac{\partial u}{\partial t} + N_{xy} \frac{\partial v}{\partial t} \right\rangle_t \quad \dots\dots\dots (2)$$

ここで、平板の各応力、モーメントは、ヤング率 E 、ポアソン比 ν 、板厚 h 、曲げ剛性 D 、横弾性係数 G を用いて以下の式で表される。

$$Q_x = D \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \right)$$

$$M_x = D \left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \nu \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \right)$$

$$M_{xy} = D(1-\nu^2) \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y}$$

$$N_x = \frac{Eh}{1-\nu^2} \left(\frac{\partial u}{\partial x} + \nu \frac{\partial v}{\partial y} \right)$$

$$N_{xy} = Gh \left(\frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \right) \quad \dots\dots\dots (3)$$

なお、定常振動時の各応力、変位はフーリエ変換した角周波数 ω の関数として複素数で表され、周期平均化した VI は次式によって計算される。

$$\bar{VI} = \bar{Q}_x(j\omega \bar{w})^* + \bar{M}_x(j\omega \frac{\partial \bar{w}}{\partial x})^* + \bar{M}_{xy}(j\omega \frac{\partial \bar{w}}{\partial y})^* + \bar{N}_x(j\omega \bar{u})^* + \bar{N}_{xy}(j\omega \bar{v})^* \quad \dots\dots\dots (4)$$

ここで、 $\bar{}$ はフーリエ変換後の値、添字 $*$ は複素共役を表す。また、前述のとおり、右辺第 4 項、5 項は平板の面内応力を考慮した項である。

2 点間のクロススペクトルによる計測では、一次元波の仮定、自由場の仮定により、測定点の面外加速度 $\ddot{w}_1, \ddot{w}_2$ 、板の単位面積当たりの質量 m 、測定点間隔 Δ クロススペクトル密度関数 $G_c()$ を用いて、 VI_x は次式で表される。

$$VI_x = \frac{2\sqrt{Dm}}{\Delta \cdot \omega} G_c(\ddot{w}_1, \ddot{w}_2, \omega) \quad \dots\dots\dots (5)$$

式(4)の実部、式(5)の虚部が振動エネルギーの流れを表す「アクティブインテンシティ」と呼ばれ、式(4)の虚部、式(5)の実部は「リアクティブインテンシティ」と呼ばれている。以下 VI はアクティブインテンシティを指すものとして議論を進める。

2.2 散逸エネルギー解析理論 定常振動状態において、リアクティブインテンシティは、ポテンシャルエネルギーのこう配を表し、ポテンシャルエネルギーが下位の部位から上位の部位へと流れ込むベクトルを示す。このときの外力のなす仕事は、減衰をもつ系の振動を定常に保つ(ポテンシャルエネルギーの変化量を零とする)ために散逸されるエネルギーである。VI(アクティブインテンシティ)は、外力が減衰により散逸される非保存エネルギーの流れを示し、減衰のない系においては零となり、そのときの外力のなす仕事も零となる。

したがって、VI の流れから、任意の領域内で散逸される振動エネルギーを算出することができる。平板上の VI は二次元のベクトル量で表され、任意の座標に変換可能である。したがって、図 1 に示すように、任意の閉空間 Ω 内外に流入、流出する VI は、境界 Γ 上の法線方向と接線方向のベクトルに分離できる。そこで、

図 1 閉領域境界上の VI の法線方向成分

Ω 内で散逸される振動エネルギー E_{dis} は、式(6)のように Γ 上の VI の法線方向成分の積分で表される。VI は前述のようにパワーの次元であり、 E_{dis} も同様であるが、ここでは慣用的に散逸エネルギーと呼ぶことにする。なお、加振位置の入力や応答変位が既知な場合は加振入力のなす仕事の周期平均値 E_{in} (構造系全体の散逸エネルギー) が式(7)で算出可能なため、散逸エネルギーは加振入力のなす仕事の割合として正規化できる。

$$E_{dis} = \oint_{\Gamma} (VI_{in} - VI_{out}) d\Gamma \quad (6)$$

$$E_{in} = \frac{AP\omega}{2} \sin \phi \quad (7)$$

式(7)では、A は加振点変位の振幅、P は加振入力振幅、φ は加振点応答の位相遅れである。

ここで、FEM 解析結果を用いた計算や、計算結果から振動系全体の VI のフローパターンが得られるなら、各要素、各測定間隔で閉じられた領域ごとに散逸エネルギーが算出可能である。その結果、振動系全体の任意の振動モードにおける振動エネルギーの散逸分布を得ることができる。

3. 二次元構造平板の解析

本章では、二次元構造の平板を対象に、クロススペクトル法による計測結果と FEM を用いた数値計算結果との対応を示す。また、平板部で散逸される振動エネルギーを加振入力による仕事との割合として正規化し、各部位の振動減衰の指標値として提示する。

3.1 解析方法 解析モデルを図2に示す。本モデルは、鋼製の平板とはりから成り、振動減衰の効果をj得るために、両者を接着接合したものである。平板内の VI を観測する部位は、境界近接場の影響を考慮して、接合部から 40 mm 離れた領域境界上を設定する。

本モデルの平板の閉領域境界上の VI を計測する。また、加振実験結果を用い、半値幅法により求められた損失係数に対応する構造減衰係数を設定し、FEM

図 2 二次元はり付き平板モデルの概要

図 3 二次元平板モデルの周波数応答

(a) はりモード

(b) 平板モード

図 4 着目する振動モード

モデルを作成する。そして、その加振周波数応答結果から、式(4)を用いて VI の計算を行う。図2の観測点における周波数応答を図3に示す。図3のゲイン、位相の対応状況から、妥当な減衰、剛性、質量を有する FEM モデルが作成されたと判断する。

ここで、比較的、騒音に影響を与えやすい低次の振動として、図3の周波数応答の振動ピークである(1)はり部の一次共振モード(はりモード)、(2)平板部の一次共振モード(平板モード)の二つの振動モードに着目する。これらの振動モードを図4に示す。VI の値は、計測では、図2の加振点をランダム加振したときの2点間の加速度応答のクロススペクトルから算出され、計算では、これらの振動モードを励起する周波数にお

ける FEM 加振周波数応答結果から、有限差分計算を行い算出される。これらの結果を用いて、平板内の閉領域内で散逸される振動エネルギーを算出する。

3・2 解析結果 図4に示す各振動モードについて、図2の平板の閉領域境界上のVIのフローパターンを図5に示す。この結果から、平板モード、はりモードともに、エネルギー流れの大きな領域では計測結果と計算結果とがよく一致する。しかし、はりモードでは、計測結果におけるエネルギー流れの小さな領域でばらつきが生じ、計算結果との対応が必ずしもよくない。この理由は、この振動モードは、はりの共振に追従して平板が振動しているため、平板上では、加速度振幅は比較的大きいのに対し、測定点間の位相差が小さく、計測上の位相誤差が増大されたためと考えられる。

図5のVIのフローパターンから、平板の観測閉領域内で散逸される振動エネルギーを算出する。なお、振動モードによって加振位置の振幅、位相差が異なり、加振エネルギーの大きさが異なるため、各振動モードに対し、前述のとおり散逸エネルギーと加振入力との割合を正規化した指標値として表1に示す。

表1で、実験結果と計算結果とは、各振動モードに対する比率としては対応するが、絶対値としては差が

表1 平板の観測閉領域内の散逸エネルギーの割合(%)

Vibration mode	Frame mode		Panel mode	
	Mea.	Cal.	Mea.	Cal.
Dissipated energy ratio	0.61	0.46	89.8	68.5

(a) はりモード

(b) 平板モード

図5 平板の観測閉領域境界上のVIのフローパターン

ある。これらの差異は、理論上の仮定や計測誤差も考えられるが、計算における各部の減衰のモデル化も主要因の一つと考えられる。表1の結果から、実験結果に比べて計算結果のほうが平板部で散逸されるエネルギーの割合が小さいことから、平板部の減衰係数が少なく見積られていたと考えられる。

この結果から、はりモードでは平板の閉領域内で散逸されるエネルギーが少なく、大半のエネルギーがはりおよび接着部で散逸されている。一方、平板モードでは、平板領域内で散逸されるエネルギーが多く、接着による減衰効果が少ないことがわかる。

4. 三次元構造平板の解析

本章では、散逸エネルギーの解析を実構造へ適用するために、三次元構造の平板について検討を行う。この場合、平板の面内力を考慮するVIの数値解析を行い、その結果から算出された平板部のエネルギー散逸分布と平板部で散逸される振動エネルギーの割合により、平板部に貼付された制振材の効果を明らかにする。また、エネルギー散逸が大きい箇所に集中的に制振材を貼付することにより、振動低減効果のあることを数値解析により検証する。

4・1 解析方法 図6に示すような三次元の平板とはりからなる構造について検討する。ここでは、FEM計算結果から面内力を考慮する式(4)を用い、数値計算のみの検討を行う。本計算の着目点は、任意の振動状態に対し、数値計算上仮定された制振材の効果を直接的な散逸エネルギーの定量値として算出し、振動低減に効果のある制振材を貼付する箇所を選定することにある。ここでは、初期状態としてパネル面全体に制振材が貼付されたものを考える。

着目する振動モードを図7に、図6のA点を加振したときのC点の振動応答を図8に示す。

図7, 8から、この振動モードははり部の共振に平板

図6 三次元はり付き平板モデルの概要

図 7 着目する振動モード (113 Hz)

図 8 三次元平板モデルの周波数応答

(a) 加振点 A の場合

(b) 加振点 B の場合

図 9 加振位置と VI のフローパターンとの関係

部が追従して振動している状態のため、平板部の振動レベルははり部の共振に依存し、平板部の制振材の減衰効果が少ないことがわかる。

FEM 計算は汎用コード MSC/NASTRAN を使用し、減衰は、運動方程式では以下のように構造減衰として設定される⁽⁸⁾。

$$[-\omega^2 M + (K + j \sum g_e k_e)] \{u(\omega)\} = \{F(\omega)\} \quad \dots\dots\dots (8)$$

ここで、 M 、 K は全体の質量マトリックスおよび剛性マトリックスで、 g_e 、 k_e は各要素ごとの減衰係数およ

表 2 各平板で散逸されるエネルギーの割合

	Ratio of dissipated energy (%)	
	Upper panel	Lower panel
Excitation point A	2.40	5.69
Excitation point B	2.39	5.70

(a) 加振点 A の場合

(b) 加振点 B の場合

図 10 加振位置と散逸エネルギーの分布との関係

び剛性マトリックスである。なお、制振材は平板に単層に貼付したものとする。ここで、減衰定数は損失係数 μ と比例関係にあるため、制振材の層の厚さによって以下の式から設定できる⁽⁹⁾。

$$\mu = \mu_0 \frac{eb(3+6b+4b^2+2eb^3+e^2b^4)}{(1+eb)(1+4eb+6eb^2+4eb^3+e^2b^4)} \quad \dots\dots\dots (9)$$

ここで、 μ は積層平板の損失係数、 μ_0 は制振材単独の損失係数である。また、 e は制振材の鋼板に対するヤング率の比、 b は層の厚さの比で値である。

4.2 解析結果 図 7 に示した周波数における平板内の VI のフローパターンを図 9 に示す。ここでは、加振位置の変化に伴う VI のフローパターンを示す。この結果から、同じ周波数で加振し、同じ振動モードで振動していても、加振位置が異なることにより、平板内の振動エネルギーの流れる経路が異なることがわかる。しかし、これら VI フローパターンは複雑で、平板部のみの解析では、はり部の加振位置を特定することは不可能である。

図 9 の平板部における VI の計算結果から散逸エネルギー分布を算出した結果を図 10 に示す。また、上部、下部の各平板部全体で散逸されるエネルギーの加振エ

図 11 平板部の変位分布

図 12 制振材を集中的に貼付する領域

エネルギーに対する割合を表 2 に示す。

表 2 から、この振動モードでは、散逸エネルギー割合は上下両平板合わせても 10% 以下と小さく、大半の振動エネルギーが他の部位で散逸されていることがわかる。また、図 9 では、加振位置が異なることにより、VI フローパターンも異なっていたが、図 10 の散逸エネルギーの分布やその割合は、加振位置が異なっても変わらないことがわかる。

また、比較のため平板上の振動モードの変位分布を図 11 に示す。図 10 の散逸エネルギー分布は振動モードによく対応していることがわかる。式(8)から、FEM 計算では、散逸エネルギーは剛性マトリックスに依存したひずみエネルギーと対応するが、その多くが変位成分に依存していることがわかる。

4.3 振動低減への応用 以上の解析結果を基に、振動低減への応用を考える。図 9 に示された散逸エネルギー分布から、多くの振動エネルギーが散逸される領域に集中的に制振材を貼付することにより、効果的に振動が低減されることを、FEM 計算により検証する。

平板に制振材を集中して貼付する領域として、エネルギー散逸の多い箇所を選定する。図 12 にその領域を示す。この領域は、平板全体の半分の面積とする。そこで、次の三つのケースについて検討する。

ケース 1：制振材を平板部全体に貼付したもの(初期状態)。

ケース 2：図 12 に示す領域にケース 1 と同じ重量(厚さは 2 倍)の制振材を貼付したもの。

ケース 3：図 12 に示す領域にケース 1 と同じ厚さ

図 13 同量制振材による振動低減の効果

図 14 質量半分の制振材の質量低減の効果

(重量 1/2 倍)の制振材を貼付したもの。

各ケースについて FEM 周波数応答計算した結果を図 13, 14 に示す。加振位置は図 6 の A 点で、観測点は、着目する周波数(113 Hz)付近で最大の振幅となる点である。

図 13 から、同量の制振材を集中的に貼付することにより、着目する周波数(113 Hz 付近)で約 6 dB の振動低減がなされている。また、他の周波数帯域の振動レベルの低減の傾向がみられるが、これらの振動が主として平板が振動するモードで、平板部のモード形状が図 7 に似ているためと考えられる。

また、図 14 から、半分の量の制振材でも、113 Hz 付近では振動レベルに変化がないことがわかる。ただし、他の周波数帯域の共振では、若干振動レベルは増加している。ここでは、制振材としてアスファルトシートを想定し、その材料特性を設定しているが、約 450 g、すなわち全体の 3.3% の重量低減の効果が見積られる。

5. 結 言

VI の応用の一つとして、平板内で散逸される振動エネルギーの算出と振動低減について、二次元平板と三次元平板を解析対象として検討した結果、以下の結論を得た。

(1) 二次元平板モデルの VI のフローパターンから、平板上の振動エネルギーの散逸量が算出可能だが、

計測上では境界近接場の影響, 計算上では減衰のモデル化に課題がある。

(2) 三次元平板モデルの VI の計算から, エネルギー散逸分布が算出可能で, 加振位置や VI フローに依存せず, 振動モードに対応していることがわかった。

(3) エネルギー散逸が大きい部位に集中的に制振材を貼付することにより, 効果的, 効率的に振動を低減することが可能であることがわかった。

最後に, 供試体作製にご協力いただいたトヨタ自動車(株)第1実験部関係諸氏ならびに, 適切なお指導, ご鞭撻をいただいた(株)豊田中央研究所機械2部の関

係諸氏に謝意を表する。

文 献

- (1) Noiseux, D. C., *J. Acoust. Soc. Am.*, **47**-1(1970), 238.
- (2) Pavic, G., *J. Sound Vib.*, **49**-2(1976), 221.
- (3) 平林・ほか3名, 三菱重工技報, **25**-3 (1988), 286.
- (4) 沖津・ほか3名, 機論, **56**-525, C(1990), 1131.
- (5) 小嶋・ほか2名, 機論, **57**-533, C(1991), 130.
- (6) 鎌田・ほか1名, 機論, **57**-535, C(1991), 700.
- (7) 周・ほか2名, 機論, **59**-558, C(1993), 445.
- (8) MSC/NASTRAN DYNAMICS SEMINAR NOTES, NA/1/000/DSN, (1990).
- (9) Oberst, H. and Frankenfeld, K., *Acoustica*, Vol. 2 (1952), 181.