振動・音響エネルギーによる音の発生メカニズム の解明に関する研究*

(第1報, 振動・音響エネルギー流れに及ぼす散逸エネルギーの影響)

中川 紀 壽^{*1}, 関 口 泰 久^{*1}, 東 明 彦^{*2}

A Study on Sound Generating Mechanism Using Vibrational Energy and Sound Energy (1st Report, Effects of Dissipation Energy on Vibrational and Sound Energy Flow)

Noritoshi NAKAGAWA, Yasuhisa SEKIGUCHI and Akihiko HIGASHI

Most of the sound radiated from vibrating structures is structure-borne sound. The purpose of this paper is to study the generating mechanism of the structure-borne sound. The analytical model is a rectangular plate, which is a basic element of structures. The plate is excited sinusoidally at one point. Damping is taken into consideration by using a proportionally damped model or a dashpot model. The dynamic response of the plate is calculated using the finite element method to obtain vibrational energy and sound energy. As a result, the vibrational and sound energy flow patterns, which are expressed by vector quantities of structural and sound intensities, are compared. The effects of the vibrational dissipation energy on the flow patterns of the sound energy are also investigated and two types of flow patterns (S and M types) are found.

Key Words: Structural Intensity, Sound Intensity, Structure-Borne Sound, Energy Flow, Dissipation Energy

1. 緒 言

機械構造物より放射される騒音の大部分は構造物の屈曲振動によって発生する振動放射音である。これまでに振動放射音に関する報告は数多くなされているが、その多くが放射音のパワーおよび音圧分布の予測⁽¹⁾⁽²⁾に関する報告であり、振動エネルギーから音響エネルギーへエネルギーが変換されると考えられる近接場における、振動、音響両エネルギーの相関性に関する報告は少ない。なかでも、近接場における振動放射音については、Maidanik⁽³⁾により、振動平板から放射される振動放射音の基本的な放射パターンについて示されている。また、近接場における音響エネルギーについて振動を考慮したものとしては、田中ら⁽⁴⁾⁽⁵⁾が音同士が互いに打ち消し合うキャンセレーション・メカニズムの現象について明らかにするとともに、振動場に制御力を与え、キャンセレーション・メカニズムを積極的に発生させ、振動放射音を抑制する方法について報告している。

しかし、機械構造物の振動から音へエネルギーが変

換されると考えられる近接場における、振動、音響両エネルギーの相関や、振動エネルギーから音響エネルギーへの変換メカニズムなど、振動放射音の発生メカニズムについて不明な部分があると思われる。本論文では、振動放射音の発生メカニズムについて明らかにするため、振動、音響の両エネルギーを用いることにより、近接場における両エネルギーの分布状態について明らかにするとともに、両エネルギーの相関を調べる。

そのため本論文では、機械構造物の基本要素である平板を解析の対象とし、また、エネルギーの流入箇所が明らかである場合として、平板が点加振され振動している場合を考える。まず、平板の振動について、有限要素法により解析を行い、その結果をもとにして、振動エネルギーおよび音響エネルギーの流れを表す振動インテンシティ⁽⁶⁾⁽⁷⁾および音響インテンシティ⁽⁸⁾を求める。次に、これらを用いて得た振動、音響両エネルギーの分布状態より、両エネルギーの相関について考察を行う。また、振動平板における振動エネルギーのなかで、振動平板上を伝搬するエネルギーである散逸エネルギーの占める大きさの変化が、振動、音響両エネルギーに及ぼす影響について、両エネルギーの分布状態、および両エネルギーの相関より考察を行う。

* 原稿受付 1994年11月25日。

^{*1} 正員, 広島大学工学部 (〒739 広島市鏡山1-4-1)。

^{*2} 准員, 広島大学大学院。

2. 平板の振動と振動放射音

2.1 平板の振動解析 図1に本研究で用いる解析モデルを示す。矩形平板の周辺は完全固定されており、また、板厚は十分薄いものとして振動解析を行う。矩形平板は、点Aにおいて点加振されるものとする。また、解析の際に用いる各定数を表1に示す。

振動解析に有限要素法を用いると、振動平板の運動方程式は、次式で表される。

$$[M]\{\ddot{w}\} + [C]\{\dot{w}\} + [K]\{w\} = \{f\} \quad (1)$$

ここで、 $[M]$ 、 $[C]$ 、 $[K]$ は、それぞれ質量、減衰、剛性マトリックスを表し、 w 、 f は、それぞれ平板のたわみおよび加振外力を表す。また、減衰マトリックス $[C]$ は、次式で表される比例減衰マトリックス⁽¹⁰⁾を用いる。

$$[C] = \alpha[M] + \beta[K] \quad (2)$$

ここで、 α 、 β は比例減衰係数である。

本論文では、矩形平板に与える減衰として、[1]矩形平板内部で一様に減衰を行わせる内部減衰と、[2]図1に示す点Bにダンパを取付けることにより、集中的に減衰を行わせる外部減衰の2種類について解析を行う。減衰の大きさを変更するためのパラメータとして、内部減衰の場合は、次式で表されるモード減衰比 ζ_r ⁽¹⁰⁾を用いる。

$$\zeta_r = \frac{1}{2} \left(\frac{\alpha}{\Omega_r} + \beta \Omega_r \right) \quad (3)$$

ここで、 Ω_r は r 次の不減衰固有角振動数である。また、外部減衰の場合は、ダンパの減衰係数 c_d を用いる。

表1 解析に用いる各材料定数

Plate thickness	m	1.50×10^{-3}
Young's modulus	Pa	2.06×10^{11}
Mass density	kg/m ³	7.85×10^3
Poisson's ratio		0.30

図1 解析モデル

2.2 振動・音響インテンシティ 振動インテンシティ W は、単位面積を単位時間に通過する振動エネルギーとして定義され、ベクトル量であり、式(4)で表されるように、 x 方向、 y 方向の振動インテンシティ W_x 、 W_y の合成によって求められる。ここで、 x 方向の振動インテンシティ W_x は、せん断力、曲げモーメント、ねじりモーメントの各成分からなり、平板の z 方向の変位を w とすると式(5)で求められる⁽⁶⁾。

$$W = W_x + W_y \quad (4)$$

$$W_x = j\omega B \left[w \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\partial^2 w^*}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 w^*}{\partial y^2} \right) - \frac{\partial w}{\partial x} \left(\frac{\partial^2 w^*}{\partial x^2} + \nu \frac{\partial^2 w^*}{\partial y^2} \right) - (1-\nu) \frac{\partial w}{\partial y} \frac{\partial^2 w^*}{\partial x \partial y} \right] \quad (5)$$

ここで、 j は虚数単位、 B は板の曲げ剛性、 ν はポアソン比、そして、 $*$ は共役複素数を表す。また、 y 方向の振動インテンシティ W_y については、式(5)の x と y を入れ換えることにより同様に求めることができる。

音響インテンシティ I は、単位時間に単位面積を通過する音響エネルギーとして定義され、ベクトル量で与えられる。そこで、平板を多数の微小要素に分割し、それぞれの要素がピストン振動していると仮定すると、空間の任意点 $P(x, y, z)$ における音響インテンシティ I は、微小要素の数を N とすると次式で求められる⁽⁸⁾。

$$I = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^N p_i \sum_{i=1}^N \vec{u}_i^* \quad (6)$$

ここで、 p_i 、 u_i は、それぞれ i 番目の要素の振動によって与えられる音圧、粒子速度を表す。音圧 p_i と、 x 方向の粒子速度 u_{xi} は、それぞれ次式により求められ、 y 、 z 方向の粒子速度についても同様に求めることができる。

$$p_i = j\omega \rho \frac{A_i}{r_i} \exp(j(\omega t - \kappa r_i)) \quad (7)$$

$$u_{xi} = A_i(x - x_i) r_i^{-2} (r_i^{-1} + j\kappa) \exp(j(\omega t - \kappa r_i)) \quad (8)$$

ただし、

$$A_i = j\omega w(x_i, y_i) \Delta S_i / 2\pi$$

$$r_i = \sqrt{(x - x_i)^2 + (y - y_i)^2 + z^2}$$

$$\kappa = \omega/c$$

ここで、 x_i 、 y_i は微小要素の位置、 ρ は空気密度、 c は音速、および ΔS_i は微小要素の面積を表す。上式より、音響インテンシティを求める際に解析平面の高さ z が、音響インテンシティに影響を与えることがわかる。そこで、この解析平面の高さが、各振動数において放射される音の波長 λ に対して一定の比となるようにする。 $\lambda = 2\pi/\kappa$ により、これは波数と解析平面高さ

の積として次式で表される無次元パラメータ μ が一定となる解析平面で音場解析を行うことになる。

$$\mu = \kappa z \dots\dots\dots (9)$$

本論文では、平板上の近接場について解析を行うため $\mu = 0.01$ とする。

3. 振動・音響エネルギー

3・1 振動・音響インテンシティの分布 本解析では、図1に示す矩形平板を点Aで正弦波加振し、そのときの振動平板上の振動、音響エネルギーについて解析を行う。解析の際には、加振力の振幅を一定とする。また、解析は1次から10次モードまでについて行い、

ほぼ同様の結果が得られたため、ここでは(2, 2)モードの結果について示す。

まず、モード減衰比やダンパの減衰係数の大きさが振動エネルギーや音響エネルギーの分布に与える影響について解析を行う。振動インテンシティは二次元であり、音響インテンシティは三次元量であるが、ここでは両インテンシティの分布について比較するため、音響インテンシティについては、 x, y 方向成分についてのみ取扱い、二次元として取扱う。また、表示する際のベクトルの長さに関しては、エネルギーの流れを見やすくするため、振動、音響のそれぞれのエネルギーをdBに換算した後、規準化を行い表示している。

図2 内部減衰の大きさによる振動、音響インテンシティベクトル図 [(2, 2)モード, 250.05 Hz]

図3 外部減衰の大きさによる振動、音響インテンシティベクトル図 [(2, 2)モード, 250.05 Hz]

平板上において一様にエネルギーを散逸させた場合の解析結果を図2に、またダンパにより集中的にエネルギーを散逸させた場合の解析結果を図3に示す。これらの図より、エネルギーの散逸方法にかかわらず、散逸エネルギーを大きくすることにより、音響インテンシティのベクトル図に変化が生じることがわかる。散逸エネルギーが小さい場合、図2, 3(a)に示すように、図9(a), (b)の左図に示す(2, 2)モードの振動モード形状より予測される従来どおりの音響エネルギーの放射パターンを示しているが、散逸エネルギーを大きくすると、図2, 3(c)に示すように、音響エネルギーの放射パターンは、振動インテンシティのベクトル図と類似した放射パターンとなることがわかる。しかし、このとき振動インテンシティ分布に大きな変化は生じておらず、散逸エネルギーによる影響はないことがわかる。これらのことについては、他のモードに関しても同様の結果を確認している。したがって、あ

る振動モードにおける音響エネルギーの分布は、散逸エネルギーの大きさによって振動モード形状に依存した分布形態と、振動エネルギーの流れに類似した分布形態の大きく2種類の分布形態に分けることができると考えられる。本論文では、前者をM形分布、そして、後者をS形分布と呼ぶことにする。両者の区別は、音響インテンシティベクトル図から視覚的に容易に加振源と振動エネルギーの伝搬経路がわかるか否かによって判断する。

3・2 構造物振動から音響放射までのエネルギー流れ 定常振動状態において、矩形平板が加振され音が発生するまでのエネルギー流れを図4に示す。図中で $E_1 \sim E_6$ は、それぞれ入力エネルギー、平板の振動エネルギー、媒質(空気)の振動エネルギー、伝搬される音響エネルギー、平板における散逸エネルギー、非伝搬音響エネルギーを表す。

ここで、 $E_1 \sim E_4$ に関して、2種類の方法で減衰を与えた際の各エネルギーの変化を図5, 6に示す。これらの図より、減衰を大きくするにつれて、すべてのエネルギーが減少するが、入力エネルギーは、他に比べて大きく減少しないことがわかる。

4. 散逸エネルギーと音場の関係

4章では、音響放射効率、エネルギー比、および損失係数の三つのパラメータを用い、音響エネルギー分布におけるM, S形分布について分離を行う。

図4 構造物振動から音が発生するまでのエネルギーの流れ

図5 内部減衰の大きさによる各エネルギー変化

図6 外部減衰の大きさによる各エネルギー変化

図7 内部減衰の大きさと音響放射効率の関係

図8 外部減衰の大きさと音響放射効率の関係

4.1 音響放射効率による比較 平板の振動によって発生する音響パワーを予測するパラメータとして、次式に示す音響放射効率 $\sigma^{(9)}$ がある。

$$\sigma = \frac{P}{\rho abc \langle \bar{v}^2 \rangle} \quad (10)$$

ここで、 P 、 $\langle \bar{v}^2 \rangle$ 、 a 、 b は、それぞれ音響パワー、振動平板全域での振動速度の二乗の時間-空間平均、平板の長短辺の長さを表す。式(10)により、内部減衰および外部減衰を用いた際の音響放射効率を、それぞれ図7、8に示す。これらの図より、図7の $\zeta_r > 1.0 \times 10^{-2}$ の領域と、図8の $c_d > 1.0 \times 10^2$ の領域を除いて、音響放射効率は散逸エネルギーの大きさにかかわらずほぼ一定値を示し、音響放射効率が一定値である範囲内においては音響エネルギーの分布は、M、S形の両分布を示すことがわかる。

次に、図7、8において音響放射効率が一定値である部分と、変化している部分の振動形状について図9に示す。この図より、音響放射効率の値が一定値となっている部分は、はっきりと(2, 2)モードの振動形状が現れているのに対し、変化が生じている部分では、音響放射効率の変化の割合によって振動モードの形状が変化している。このことから、音響放射効率は、振動形状によってのみ決定される値であることがわかる。すなわち、音響放射効率は、図4における E_3 と E_4 によって決定される値であり、振動形状が変化していない領域においては、散逸エネルギーの大きさに無関係なパラメータであると考えられることができる。したがって、音響放射効率は、M形分布からS形分布へ変化する音響エネルギーの放射形態について無関係なパラメータであることがわかる。

これらのことから、振動のモード形状が明らかな場合、音響放射効率を用いることによって放射される音響パワーについて予測可能であるが、音響エネルギー

図9 振動モード形状

の放射形態についての予測は行うことができないことがわかる。

4.2 エネルギー比による比較 定常振動状態下において、散逸エネルギーは入力されるエネルギーに等しい⁽¹⁰⁾ ことから、散逸エネルギーは、加振点から減衰作用点まで平板上を伝搬するエネルギーである。すなわち、散逸エネルギーは、加振点回りの振動インテンシティを積分したものが入力エネルギーに等しいことから、このエネルギーに等しいと考えられ、振動インテンシティと非常に密接な関係にあるといえる。

一方、音響エネルギーのスカラー量として、振動平板を閉じ囲む曲面において、閉曲面と法線方向の音響インテンシティを面積分することによって得られる音響パワーがある。

そこで、散逸エネルギーに対する音響パワーの比として、次式で表されるエネルギー比 η_E を定義する。

$$\eta_E = \frac{P}{E_D} \quad (11)$$

ここで、 P 、 E_D は、それぞれ音響パワー、散逸エネルギーを表しており、これらはまた図4中の E_4 、 E_5 にそれぞれ対応している。すなわち、エネルギー比 η_E は、振動平板上を伝搬するエネルギーに対する空間を伝搬するエネルギーの比を表すパラメータであるといえることができる。

減衰の大きさとエネルギー比の関係について求めた結果を図10、11に示す。ここでは他のモードとの比較

図10 内部減衰の大きさとエネルギー比の関係

図11 外部減衰の大きさとエネルギー比の関係

図 12 損失係数とエネルギー比の関係
[(2, 2)モード, 250.05 Hz]

図 13 損失係数とエネルギー比の関係
[(1, 2)モード, 136.56 Hz]

のため、5次モードである(2, 2)モードと、2次モードである(1, 2)モードの結果について示す。これらの図において、 Δ , $\blacktriangle$ 印は音響エネルギーの放射形態がM形分布となる部分、 $\circ$, $\bullet$ 印がS形分布となる部分、また、 $\square$, $\blacksquare$ 印がM形からS形へ移行する部分を示す。これらの図より、音響エネルギーの放射形態は、エネルギー比の1.0を境界として、1.0以上の範囲でM形分布を示し、約1.0になるとS形分布へと移行しはじめ、エネルギー比が約0.1となるとS形分布となることがわかる。すなわち、エネルギー比 η_E を用いることにより、音響エネルギーの放射形態をM, S形分布にほぼ分離することができる。このことから、構造物にダンパを取付けエネルギーを散逸させ、このときのダンパによって散逸されるエネルギーと構造物を取り囲む閉曲面での音響パワーからエネルギー比を求め、この値を0.1程度にし音響エネルギーの放射形態をS形にすることによって、音響インテンシティより振動エネルギーの伝搬経路や振動源を見つけることができると思われる。

4.3 損失係数による比較 ここでは、減衰の大きさを表す量として、損失係数を半値幅法を用いて求め、2種類の減衰方法における音響エネルギー分布について比較を行う。また、振動モード間の比較を行うため、(2, 2)モードの結果を図12、(1, 2)モードの結果を図13に示す。図中における $\blacktriangle$, Δ , $\bullet$, $\circ$, $\blacksquare$, $\square$ 印は、図10, 11のときと同様であり、 $\blacktriangle$, $\bullet$, $\blacksquare$ 印が平板全体で減衰を行った場合の結果を示し、 Δ , $\circ$, $\square$ 印がダンパにより集中的に減衰を行った場合の結果を示す。これらの図より、振動モードによって異なるが、エネルギーを減衰させる方法にかかわらず、損失係数とエネルギー比の関係はほぼ一致しており、単一のモードに対しては、損失係数によって音響エネルギーの放射形態のM, S形分布を分離できることがわかる。また、エネルギー比についてみると、前述したように $\eta_E=1.0$ において、M, S両形分布が明確に分離さ

れることがわかる。すなわち、M, S形分布となる音響エネルギーの放射形態について、エネルギー比ではすべての振動モードについて同様に評価できたのに対し、損失係数では、振動モードによって、M, S形分布の境界となる損失係数が異なるため損失係数のみでは評価できないことがわかる。

5. 結 言

振動、音響エネルギーによる音の発生メカニズムの解明に関して、振動平板における散逸エネルギーが音響放射に与える影響について調べるため、振動平板に2種類の方法で減衰を与え、振動および音響エネルギー分布について解析を行った結果、以下のような結論を得た。

(1) 散逸エネルギーの大きさにより、音響エネルギー分布は、振動モードに依存した分布(M形分布)と、振動エネルギー分布に類似した分布(S形分布)の2種類の分布形態があることがわかった。

(2) 空間と平板を伝搬するそれぞれのエネルギー、すなわち、散逸エネルギーに対する音響パワーの比によって定義したエネルギー比 η_E を用いることにより、音響エネルギーの2種類の放射形態を次のように分けることができる。

$\eta_E > 1.0$: M形分布の領域

$\eta_E \approx 1.0$: M形からS形分布へ移行

$\eta_E \leq 0.1$: S形分布の領域

(3) 2種類の減衰方法の場合について損失係数を求め比較を行った結果、減衰を与える方法による音響エネルギーの分布(M, S形分布)の変化に影響はなく、エネルギー比によってのみ、M, S形分布に分けられることがわかった。

(4) 振動モードから音響放射効率を調べ、そのときの音場を予測する場合、振動体から放射される音響パワーについては予測可能であるが、そのときの音響エネルギーの放射パターンの予測については、散逸エ

エネルギーの大きさによって2種類の放射パターン(M, S形分布)が存在するため注意する必要があることを示した。

(5) 振動場に減衰を与え音響エネルギーの放射形態をS形分布にし、音響エネルギーを振動エネルギー流れに近づけることによって、音響情報から騒音源だけでなく、振動エネルギーの伝搬経路、および、振動騒音の根源である振動源を求めることができる可能性を示した。

文 献

- (1) 小嶋・ほか2名, 機論, **46**-411, C (1980), 1355.
- (2) Uno Ingard, K. and Akay, A., *Trans. ASME*, **109** (1987), 75.
- (3) Maidanik, G., *J. Acoust. Soc. Am.*, **34** (1962), 809.
- (4) 田中・ほか2名, 機論, **57**-537, C (1991), 1512.
- (5) 田中・ほか2名, 機論, **57**-541, C (1991), 2846.
- (6) Noiseux, D. U., *J. Acoust. Soc. Am.*, **47** (1969), 238.
- (7) Pavic, G., *J. Sound Vib.*, **49**-2 (1976), 221.
- (8) Mann, J. A., ほか2名, *J. Acoust. Soc. Am.*, **82** (1987), 17.
- (9) Wallace, C. E., *J. Acoust. Soc. Am.*, **51** (1972), 946.
- (10) 長松, モード解析, (1985), 64, 培風館.