手の衝撃を軽減するテニスラケットの設計について*

松 久 寛^{*1}, 本 田 善 久^{*1}
王 永 金^{*2}, 稲 岡 和 彦^{*3}

Design of a Tennis Racket for Reducing Impulsive Force of Arm

Hiroshi MATSUHISA, Yoshihisa HONDA,
Yongjin WANG and Kazuhiko INAOKA

The forces and moments in the wrist and the elbow which are induced by striking a tennis ball were theoretically investigated. A dynamic model of a ball, racket and arm was simulated by two masses, a beam and two rigid bodies connected by springs. The modes of vibration and impulse response were calculated. The forces can be decreased by setting the striking point such that the translational and rotational movements at the grip cancel each other. The component of force with high frequency can be reduced by coinciding the striking point with the nodal point of the racket and by matching the natural frequency of the ball with that of the racket.

Key Words: Biomechanics, Bio motion, Sports Engineering, Modal Analysis, Tennis, Arm

1. 緒 言

テニスは誰もが楽しめるスポーツとして多くの人に広まってきたが、テニスエルボーなどの傷害も多発している。これは、打球時に関節の靱帯や腱にかかる衝撃的な力が原因である。テニスに関する工学的な研究は最近いくつかなされているが、多くはラケットの振動やボールの反発速度など用具に重点がおかれている⁽¹⁾⁽²⁾。しかし、人体の特性が複雑であるために、打球時に手や腕がどのような負荷を受けるかについての研究は少ない⁽³⁾⁽⁴⁾。本研究では、まず上肢、ラケット、ボール系の運動方程式を作り、打球時に手首や肘にかかる力を解析する。そして、ラケット上の打球位置やラケットの曲げ剛性などの力学特性と上肢に生じる力の関係を論じ、体にやさしいラケットについて考察する。

人体は骨、筋肉、靱帯、腱などの複雑な要素から成り立っており、力学的な応答を調べるのは容易ではないが、本研究では簡単なリンク機構の力学モデルによって模擬し、巨視的な力学特性を検討する。手、前腕を

剛体とし、それらが手首と肘の関節で回転ばねによって結合されているとする。また、ラケットフレームを一樣なはり、ストリングスをばね、ボールをばねで結合された2質点とし、モード解析と過渡応答のシミュレーションによって特性を論じ、ラケットの最適設計について考える。

2. 理 論 解 析

2・1 力学モデル 本研究で使用した力学モデルを図1に示す。ボールはラケットに垂直に衝突するとし、直角座標系 (x, y, z) においてラケットの長手方向を x 軸、ボールの進行方向を y 軸とする。図1(b)に示すように、上肢は肘関節から先だけを考え、手先方向に X 軸、 y 軸と同方向に Y 軸をとる。手、前腕を剛体とし、手首関節と肘関節において Z 軸まわりの回転ばねで結合する。この動きを曲げ運動と称する。また、図1(c)に示すように、肘関節に X 軸まわりの回転ばねがあるとし、手と前腕が一体となり回転すると考える。この動きをねじり運動と称する。ボールは図1(e)に示すように二つの集中質量がばねで結ばれたものとする。ラケットのストリングスは図1(a)に示すようにばねで近似する。ボールの点 S_B とラケットの点 S_R をストリングスで結合する。ラケットは X 軸

* 原稿受付 1995年2月20日。

^{*1} 正員, 京都大学工学部 (〒606 01 京都市左京区吉田本町)。^{*2} 正員, 京都大学大学院。^{*3} 京都大学大学院。

Fig. 1 Model of a system of arm-racket-ball

と x 軸が角度 α になるように配置し、図の点 H_R と点 H_P との間を手のひらを模擬した y 軸方向の並進ばねと z 軸まわりの回転ばねで結合する。ただし、それぞれのばねと並列に粘性減衰があるとすると、

2.2 ボールの運動方程式 図1(e)のように、二つの集中質量を m_{B1} , m_{B2} , それらを結ぶばねのばね定数と減衰係数を k_B , C_B とする。 m_{B1} , m_{B2} の変位を y_{B1} , y_{B2} とし、点 S_B においてラケットから F_{br} なる力を受けるとすると、運動方程式は次式となる。

$$[m_B]\{\ddot{y}_B\} + [C_B]\{\dot{y}_B\} + [k_B]\{y_B\} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 1 \end{Bmatrix} F_{br} \quad \dots\dots\dots (1)$$

$$\{y_B\} = \{y_{B1}, y_{B2}\}^T$$

$$[m_B] = \begin{bmatrix} m_{B1} & 0 \\ 0 & m_{B2} \end{bmatrix}, [C_B] = \begin{bmatrix} C_B & -C_B \\ -C_B & C_B \end{bmatrix}$$

$$[k_B] = \begin{bmatrix} k_B & -k_B \\ -k_B & k_B \end{bmatrix}$$

これを固有ベクトル $\{\phi_i\}$, モード座標 ξ_{Bi} , ($i=1, 2$)

でモード展開すると次のようになる。

$$[M_B]\{\ddot{\xi}_B\} + [C_B]\{\dot{\xi}_B\} + [K_B]\{\xi_B\} = [\phi]^T \begin{Bmatrix} 0 \\ 1 \end{Bmatrix} F_{br} \quad (i=1, 2) \quad \dots\dots\dots (2)$$

$$\{y_B\} = [\phi]\{\xi_B\}, [\phi] = [\phi_1, \phi_2], \{\xi_B\} = \{\xi_{B1}, \xi_{B2}\}^T$$

$$[M_B] = [\phi]^T [m_B] [\phi], [C_B] = [\phi]^T [C_B] [\phi]$$

$$[K_B] = [\phi]^T [k_B] [\phi]$$

ただし $\{\phi_i\}$ は、 i 次のモード質量 M_{Bi} が 1 となるように正規化する。なお、 $\{\phi_1\}$ は並進モードである。

2.3 ラケットの運動方程式 図1(d)のように、 $x = l_s$ の位置にある点 S_R においてボールから力 F_{rb} を受け、 $x = l_H$ の位置にある点 H_R において手のひらから力 F_{rh} とモーメント M_{rh} を受けるとする。はりの曲げ剛性を EI , 断面積を A , 長さを l , 密度を ρ , 座標 x におけるはりの横方向の変位を $y_R(x)$ とすると、自由振動の運動方程式は次式となる。

$$\rho A \frac{\partial^2 y_R}{\partial t^2} + EI \frac{\partial^4 y_R}{\partial x^4} = 0 \quad \dots\dots\dots (3)$$

このはりは両端自由なので、曲げ振動以外に剛体としての並進運動と回転運動が存在する。これらの固有振動数は 0 Hz であり、それぞれ 1, 2 次モードとする。はりの曲げ振動は低次より 3 モードを考慮し、それらを 3 次, 4 次, 5 次とする。そして i 次の固有関数を $\phi_i(x)$ で表す。ラケットの変位 y_R をモード座標 ξ_{Ri} で表すと y_R は次の固有関数展開で与えられる。

$$y_R = \sum_{i=1}^5 \phi_i \xi_{Ri} \quad \dots\dots\dots (4)$$

力 $F_{rh}\delta(x-l_H)$, $F_{rb}\delta(x-l_s)$, モーメント $M_{rh}\delta(x-l_H)$ が働くときのモード座標 ξ_{Ri} の運動方程式は式(5)のように与えられる。ただし、 δ は Dirac の Delta 関数である。また、 C_{Ri} は i 次モードの減衰係数であり、具体的には 1, 2 次モードに対しては零, 3, 4, 5 次モードに関しては一律な減衰比 $\zeta=0.01$ を与える。

$$M_{Ri}\ddot{\xi}_{Ri} + C_{Ri}\dot{\xi}_{Ri} + K_{Ri}\xi_{Ri} = \phi_{iH}F_{rh} + \phi_{is}F_{rb} \quad (i=1, 2, \dots, 5) \quad \dots\dots\dots (5)$$

$$M_{Ri} = \rho A \int_0^l \phi_i^2(x) dx, K_{Ri} = \omega_{Ri}^2 M_{Ri}$$

$$C_{Ri} = 2\zeta \sqrt{M_{Ri} K_{Ri}}$$

$$\phi_{is} = \phi_i(l_s), \phi_{iH} = \phi_i(l_H), \phi'_{iH} = \frac{\partial}{\partial x} \phi_i(l_H)$$

ここでも、 $M_{Ri}=1$ となるように ϕ_i を正規化する。

2.4 上肢の運動方程式 上肢の曲げ運動について図1(b)のように、手および前腕の質量を m_1 , m_2 , 重心における Z 軸まわりの慣性モーメントを I_1 , I_2 とする。手首関節と肘関節にある回転ばねの剛性, 減衰係数を k_1 , c_1 と k_2 , c_2 とし、手と前腕の長さを l_1 , l_2 , 手首から手の重心までの距離を l_{g1} , 肘から前腕の

重心までの距離を l_{g2} 、手首から点 H_P までの距離を l_P とする。手と前腕の Z 軸まわりの角変位をそれぞれ θ_1 , θ_2 とし、点 H_P において手がラケットから受ける Y 軸方向の力と Z 軸まわりのモーメントをそれぞれ F_{hr} , M_{hr1} とする。

上肢のねじり運動について図 1(c) のように、 X 軸まわりの慣性モーメントを I_3 、回転変位を θ_3 、回転ばねのばね剛性、減衰係数を k_3 , c_3 とし、点 H_P においてラケットから受けるねじりモーメントを M_{hr2} とすると、上肢の運動方程式は次のようになる。

$$[m_A]\{\ddot{\theta}\} + [c_A]\{\dot{\theta}\} + [k_A]\{\theta\} = \begin{Bmatrix} l_P \\ l_2 \\ 0 \end{Bmatrix} F_{hr} + \begin{Bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{Bmatrix} M_{hr1} + \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{Bmatrix} M_{hr2} \quad \dots\dots\dots (6)$$

$$\{\theta\} = \{\theta_1, \theta_2, \theta_3\}^T$$

$$[m_A] = \begin{bmatrix} I_1 + m_1 l_{g1}^2 & m_1 l_2 l_{g1} & 0 \\ m_1 l_2 l_{g1} & I_2 + m_2 l_{g2}^2 + m_1 l_2^2 & 0 \\ 0 & 0 & I_3 \end{bmatrix}$$

$$[c_A] = \begin{bmatrix} c_1 & -c_1 & 0 \\ -c_1 & c_1 + c_2 & 0 \\ 0 & 0 & c_3 \end{bmatrix}$$

$$[k_A] = \begin{bmatrix} k_1 & -k_1 & 0 \\ -k_1 & k_1 + k_2 & 0 \\ 0 & 0 & k_3 \end{bmatrix}$$

式(6)を固有ベクトル $\{\chi_i\}$ 、モード座標 ξ_{Ai} , ($i=1, 2, 3$) でモード展開すると次式となる。

$$[M_A]\{\ddot{\xi}_A\} + [C_A]\{\dot{\xi}_A\} + [K_A]\{\xi_A\} = [\chi]^T \begin{Bmatrix} l_P \\ l_2 \\ 0 \end{Bmatrix} F_{hr} + [\chi]^T \begin{Bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{Bmatrix} M_{hr1} + [\chi]^T \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{Bmatrix} M_{hr2} \quad \dots\dots\dots (7)$$

$$\{\theta\} = [\chi]\{\xi_A\}$$

$$[\chi] = [\chi_1, \chi_2, \chi_3], \quad \{\xi_A\} = \{\xi_{A1}, \xi_{A2}, \xi_{A3}\}^T$$

$$[M_A] = [\chi]^T [m_A] [\chi], \quad [C_A] = [\chi]^T [c_A] [\chi]$$

$$[K_A] = [\chi]^T [k_A] [\chi]$$

ただし $\{\chi_i\}$ は、 i 次のモード質量 M_{Ai} が 1 となるように正規化する。

2・5 全系の運動方程式 式(2), (5), (7)を結合して全系の運動方程式を組立てる。

点 S_B と点 S_R の間(ストリングス)における並進ばねのばね剛性と減衰係数を k_s , c_s とする。また点 H_R と点 H_P の間(手のひら)において y 軸方向の並進ばねのばね剛性と減衰係数を k_{p1} , c_{p1} とし、 z 軸まわりの回転ばねのばね剛性と減衰を k_{p2} , c_{p2} とすると、結合条件は、

$$F_{br} = -k_s(y_{B2} - y_{R2}) - c_s(\dot{y}_{B2} - \dot{y}_{R2}) = -k_s\left(\sum_{i=1}^2 \phi_{2i} \xi_{Bi} - \sum_{i=1}^5 \phi_{is} \xi_{Ri}\right) - c_s\left(\sum_{i=1}^2 \dot{\phi}_{2i} \xi_{Bi} - \sum_{i=1}^5 \dot{\phi}_{is} \xi_{Ri}\right) \quad \dots\dots\dots (8)$$

$$F_{rb} = -F_{br} \quad \dots\dots\dots (9)$$

$$F_{rh} = -k_{p1}(y_{RH} - l_P \theta_1 - l_2 \theta_2) - c_{p1}(\dot{y}_{RH} - l_P \dot{\theta}_1 - l_2 \dot{\theta}_2) = -k_{p1}\left(\sum_{i=1}^5 \phi_{iH} \xi_{Ri} - l_P \sum_{i=1}^3 \chi_{1i} \xi_{Ai} - l_2 \sum_{i=1}^3 \chi_{2i} \xi_{Ai}\right) - c_{p1}\left(\sum_{i=1}^5 \dot{\phi}_{iH} \xi_{Ri} - l_P \sum_{i=1}^3 \dot{\chi}_{1i} \xi_{Ai} - l_2 \sum_{i=1}^3 \dot{\chi}_{2i} \xi_{Ai}\right) \quad \dots\dots\dots (10)$$

$$F_{hr} = -F_{rh} \quad \dots\dots\dots (11)$$

$$M_{rh} = -k_{p2}(\dot{y}_{RH} - \dot{\theta}_1 \cos \alpha - \dot{\theta}_3 \sin \alpha) - c_{p2}(\dot{y}_{RH} - \dot{\theta}_1 \cos \alpha - \dot{\theta}_3 \sin \alpha) = -k_{p2}\left(\sum_{i=1}^5 \phi'_{iH} \xi_{Ri} - \sum_{i=1}^3 \chi_{1i} \xi_{Ai} \cos \alpha - \sum_{i=1}^3 \chi_{3i} \xi_{Ai} \sin \alpha\right) - c_{p2}\left(\sum_{i=1}^5 \dot{\phi}'_{iH} \xi_{Ri} - \sum_{i=1}^3 \dot{\chi}_{1i} \xi_{Ai} \cos \alpha - \sum_{i=1}^3 \dot{\chi}_{3i} \xi_{Ai} \sin \alpha\right) \quad \dots\dots\dots (12)$$

$$M_{hr1} = -M_{rh} \cos \alpha \quad \dots\dots\dots (13)$$

$$M_{hr2} = -M_{rh} \sin \alpha \quad \dots\dots\dots (14)$$

で表される。これらにより、全系の運動方程式は次のように求められる。

$$[M]\{\ddot{y}\} + [C]\{\dot{y}\} + [K]\{y\} + (c_s[P_1] + c_{p1}[P_2] + c_{p2}[P_3])\{\dot{y}\} + (k_s[P_1] + k_{p1}[P_2] + k_{p2}[P_3])\{y\} = 0 \quad \dots\dots (15)$$

$$\{y\} = \{\xi_{B1}, \xi_{B2}, \xi_{R1}, \xi_{R2}, \xi_{R3}, \xi_{R4}, \xi_{R5}, \xi_{A1}, \xi_{A2}, \xi_{A3}\}^T$$

$$[M] = \begin{bmatrix} [M_B] & 0 \\ & [M_R] \\ 0 & [M_A] \end{bmatrix}, \quad [C] = \begin{bmatrix} [C_B] & 0 \\ & [C_R] \\ 0 & [C_A] \end{bmatrix}, \quad [K] = \begin{bmatrix} [K_B] & 0 \\ & [K_R] \\ 0 & [K_A] \end{bmatrix}$$

$$[P_i] = \{p_i\}\{p_i\}^T$$

$$\{p_1\} = \{\phi_{21}, \phi_{22}, -\phi_{1s}, -\phi_{2s}, -\phi_{3s}, -\phi_{4s}, -\phi_{5s}, 0, 0, 0\}^T$$

$$\{p_2\} = \{0, 0, \phi_{1H}, \phi_{2H}, \phi_{3H}, \phi_{4H}, \phi_{5H}, -\chi_{11} l_P - \chi_{21} l_2, -\chi_{12} l_P - \chi_{22} l_2, 0\}^T$$

$$\{p_3\} = \{0, 0, \phi'_{1H}, \phi'_{2H}, \phi'_{3H}, \phi'_{4H}, \phi'_{5H}, -\chi_{11} \cos \alpha, -\chi_{12} \cos \alpha, \dots \chi_{33} \sin \alpha\}^T$$

ただし、この方程式が成り立つのはボールがラケットから離脱するまでである。ボールが離脱する条件は、

$$y_{B2} < y_{RS} = \sum_{i=1}^5 \psi_{iS} \xi_{Ri} \quad \dots\dots\dots (16)$$

で与えられ、離れているときは式(15)において $k_S = c_S = 0$ とする。

3. モード解析

表1に示す各パラメータの値(以下標準値と称する)を用い、運動方程式(15)より求めた上肢-ラケット-ボール結合系の振動モードを図2に示す。ただし、上肢の諸定数の値は手および前腕のインパルス応答より求

め⁽⁴⁾、ボールのばね定数は1次モードの固有振動数より求め、ラケットの剛性ははりに近似したときの3次までの固有振動数より求めた。図2は図1(a)をZ軸の負方向からみた図で、左端の◇印が肘関節、次の◇印が手首関節、その次の二つの◇印は手のひらの点 H_P と点 H_R 、右の二つの◇印はストリングスの点 S_B と点 S_R を示している。ボールは2質点を○印で示す。ただし横軸は、ラケットを表す部分を手先方向に回転した($\alpha=0$)図になっている。全系(上肢-ラケット-ボール結合系)の各モードにおける分系のモード成分を表2に示す。

モードの主成分は、1次から5次は上肢の曲げ、ねじりとラケットの剛体運動、6、8、10次はラケットの2、3、4節曲げ、7次はストリングスの伸縮、9次はボ

Table 1 Standard values of the parameters

arm	l_P	0.05	m
	l_1	0.073	m
	l_2	0.24	m
	m_1	0.288	kg
	m_2	0.933	kg
	I_1	2.01×10^{-4}	kgm ²
	I_2	4.71×10^{-3}	kgm ²
	I_3	8.20×10^{-4}	kgm ²
	k_1	2.70	Nm/rad
	k_2	97.7	Nm/rad
	k_3	0.665	Nm/rad
	c_1	9.86×10^{-3}	Nms/rad
	c_2	7.60×10^{-2}	Nms/rad
	c_3	7.10×10^{-3}	Nms/rad
ball	m_{B1}	0.028	kg
	m_{B2}	0.028	kg
	k_B	7.98×10^4	N/m
	c_B	0	Ns/m
racket	l	0.685	m
	l_S	0.500	m
	l_H	0.0700	m
	ρA	0.518	kg/m
	EI	121	Nm ²
strings	k_S	4.15×10^4	N/m
	c_S	0	Ns/m
palm	k_{P1}	2.40×10^4	N/m
	c_{P1}	29.8	Ns/m
	k_{P2}	13.0	N/m
	c_{P2}	2.64×10^{-2}	Nms/rad
	α	$\pi/8$	rad

Fig. 2 Mode shapes of total system

Table 2 Natural frequency and eigenvector of total system

mode of total system	1st	2nd	3rd	4th	5th	6th	7th	8th	9th	10th
frequency (Hz)	0.802	5.49	10.3	26.9	78.6	125	145	326	410	631
ξ_{B1} ball translation mode	0.448	-0.002	-0.046	-0.044	0.036	0.483	0.733	-0.067	-0.136	0.024
ξ_{B2} ball 2nd mode	0.000	0.000	0.000	-0.000	0.002	0.059	0.125	-0.189	0.972	-0.038
ξ_{R1} racket translation mode	0.734	-0.285	0.004	0.176	0.417	-0.353	-0.214	0.034	0.054	-0.010
ξ_{R2} racket rotation mode	0.494	0.352	-0.147	-0.360	-0.597	-0.353	-0.214	0.034	0.054	-0.010
ξ_{R3} racket 3rd mode	0.000	0.001	-0.004	-0.033	-0.370	-0.770	0.519	0.001	-0.019	0.004
ξ_{R4} racket 4th mode	0.000	0.000	-0.001	-0.005	-0.008	0.058	0.084	0.979	0.175	-0.015
ξ_{R5} racket 5th mode	0.000	0.000	-0.001	-0.000	0.002	-0.009	-0.018	0.010	0.044	0.999
ξ_{A1} arm bending 1st mode	0.041	-0.691	0.506	0.065	-0.474	0.169	-0.078	-0.006	-0.000	0.001
ξ_{A2} arm bending 2nd mode	0.015	-0.051	-0.516	0.783	-0.325	0.097	-0.043	-0.000	0.000	0.002
ξ_{A3} arm twist mode	0.117	0.561	0.673	0.467	-0.027	-0.006	0.007	0.003	0.000	0.001

ールの伸縮である。なお、7次モードがボールの最もよく飛ぶモードである⁽²⁾。

4. 力とモーメント

4.1 関節に生じる力とモーメント 以下に肘関節、手首関節、手のひらに加わる力 F_E , F_W , F_P , 肘関節に加わるねじりモーメント M_T , 肘関節、手首関節に加わる曲げモーメント M_E , M_W を検討する。ここで、関節を簡略化して図3に示してみると、力とは関節の内部、すなわち軟骨や靱帯に生じる応力であり、モーメントは筋肉、腱に生じる張力に関節半径を乗じたものである。肘関節に生じる Y 軸方向の力、Z 軸まわりの曲げモーメントを F_E , M_E , 手首関節に生じる力、曲げモーメントを F_W , M_W とすると、それらは次式で表される。

$$F_E = -m_2 l_{g2} \ddot{\theta}_2 + F_W \quad \cdots \cdots \cdots (17)$$

$$F_W = -m_1 (l_{g1} \ddot{\theta}_1 + l_2 \ddot{\theta}_2) + F_{hr} \quad \cdots \cdots \cdots (18)$$

$$M_E = k_2 \theta_2 + c_2 \dot{\theta}_2 \quad \cdots \cdots \cdots (19)$$

$$M_W = k_1 (\theta_1 - \theta_2) + c_1 (\dot{\theta}_1 - \dot{\theta}_2) \quad \cdots \cdots \cdots (20)$$

肘関節での X 軸まわりのねじりモーメント M_T は次式で表される。

$$M_T = k_3 \theta_3 + c_3 \dot{\theta}_3 \quad \cdots \cdots \cdots (21)$$

初期条件としてボールだけに並進の初期速度 30 m/s を与え、パラメータの標準値を用いたときの応答を数値計算し、図4に破線で示す。力は手のひらが大きく、手首、肘と小さくなる。成分は、手のひらではラケットの2節曲げが支配的な6次モード(125 Hz)が大きく、3節曲げの8次モード(326 Hz)も含まれる。手首、肘では、8次モードと3次モード(10.3 Hz)が支配的になる。モーメントは低次の振動モードが支配的であるが、これは上肢系の回転ばねが比較的やわらかく、ラケットの曲げ振動が上肢の回転、ねじり系に伝達されないからである。しかし手首にはわずかに6次モードの影響がみられる。関節にかかる力においては、静的なものよりも衝撃的にかかるものがより重要であると考えられるので、次に6次モードおよび8次モードの成分を除去する方法について考える。

4.2 ラケットの2節曲げモードの節で打撃した場合

Fig. 3 Force and moment

合 あるモードについてその節で打撃すると、そのモードの振動は励起されない⁽²⁾。ここでは、全系の6次モードの振動を除くためにラケット単体の2節曲げモードの節($l_s=0.531$ m)で打撃する。ただし、本来は上肢-ラケット連成系で考えるべきであるが、その場合の節の位置は0.539 mでほぼ同じ値であるのでラケット単体の節の位置で代用する。

この場合に上肢に加わる力とモーメント F_E , F_W , F_P , M_T , M_E , M_W を図4の上段から順に実線で示す。図4をみると上肢に加わる力、モーメントともに全系の6次モードの影響がなくなっている。

4.3 ボールとラケットの固有振動数を一致させた場合

ボールの固有振動数とラケットのあるモードの固有振動数を一致させたとき、そのモードは励起されない⁽²⁾。これをラケットの3節曲げモードに適用する。ラケットの固有振動数をかえるには曲げ剛性を変化させればよく、 $EI=171$ Nm² とするとラケット単体の3節曲げモードの固有振動数がボールの固有振動数 380 Hz と一致する。上肢-ラケット連成系の固有振

Fig. 4 Force and moment transmitted to arm when striking point is the node of the 3rd mode of racket

— $l_s=0.531$ m (The above case)
 $l_s=0.500$ m (Standard)

動数は 381 Hz であり、ラケット単体における 3 節曲げモードの固有振動数とほぼ同じであるので、ラケット単体について考えた。この場合に上肢に加わる力

Fig. 5 Force transmitted to arm when natural frequency of the 4th mode of racket is matched to that of ball

— $EI=171 \text{ Nm}^2$ (The above case)
 - - - $EI=121 \text{ Nm}^2$ (Standard)

Fig. 6 Force and moment transmitted to arm when translational and rotational movements cancel each other at the grip

— $l_s=l_c=0.486 \text{ m}$ (The above case)
 - - - $l_s=0.8l_c=0.389 \text{ m}$ (Near grip)
 - · - $l_s=1.2l_c=0.583 \text{ m}$ (Far from grip)

F_E , F_W , F_P を図 5 に実線で示す(破線は標準値の場合)。ラケットの 3 節曲げが支配的なモードは、全系のモードでいうと 8 次モードにあたりその周期は 3.1 ms である。この振動モードによる影響が減少していることが特に手首、肘においてよくわかる。

4・4 撃心で打撃する場合 ラケットの剛体モードには二つのモードすなわち剛体並進モードと剛体回転モードがある。ある点で打撃するとこの二つのモードによる変位がラケットを握る位置つまり点 H_R において相殺され零となる(ただし、傾きは零ではない)ような点が存在し、これを撃心と呼ぶことにする。ラケットを剛体とすると撃心の位置は次式で与えられる。

$$l_c = \frac{1}{2} \left\{ 1 + \frac{l}{3l - 6l_H} \right\} \quad \dots\dots\dots (22)$$

この式より求められた $l_c=0.486 \text{ m}$ に代入した l_s の場合の応答を求めた。なお、これまでの図では $l_s=0.500 \text{ m}$ であり、ほぼ撃心になっているので両者の差

Fig. 7 Force and moment transmitted to arm when all the conditions of the three conditions are satisfied

— $l_H=0.135 \text{ m}$, $l_s=0.531 \text{ m}$, $EI=171 \text{ Nm}^2$ (The above case)
 - - - $l_H=0.070 \text{ m}$, $l_s=0.500 \text{ m}$, $EI=121 \text{ Nm}^2$ (Standard)
 - · - (The above case)

はほとんどない。

撃心で打つ場合とそうでない場合について上肢に加わる力とモーメントを図6に示す。破線が $l_s=l_c$ のとき、実線が撃心より手元側で打つ場合($l_s=0.8l_c=0.389\text{ m}$)、一点鎖線が撃心より先端側で打つ場合($l_s=1.2l_c=0.583\text{ m}$)の応答を表す。ここでは撃心から $\pm 20\%$ 外しているので力の差は大きく、この図だけ他の図より縦軸のスケールを大きくとっている。これを見ると、撃心からはずれた点で打撃すると各関節に大きな力加わるということがわかる。また曲げモーメント M_E 、 M_W は撃心で打つと変動が小さくなる。ただしねじり系の M_T は入力モーメントが小さいほど、すなわち l_s が大きいくほど応答は小さくなる。

4・5 以上の三つを同時に満たす場合 以上の三つの方法を同時に満たす場合を考える。撃心と2節曲げモードの節は一般には一致しないが、式(22)に示されるように撃心の位置は l_H すなわち手でラケットを握る位置に依存するので、 $l_H=0.135\text{ m}$ とし撃心と2節曲げモードの節を一致させる。さらにボールとラケットの固有振動数を一致させ、上述の3条件を同時に満足させる。この場合に上肢に加わる力とモーメントを図7に実線で示す。破線は標準値のときのものである。それぞれにおいて受ける力は減少し、4節曲げモードの影響は残っているが意図したモードの成分はうまく消えていることがわかる。

5. 結 言

本論文では上肢、ラケット、ボールを結合した力学

モデルを考え、上肢に加わる力とモーメントを解析した。その結果、肘関節、手首関節、手のひらに加わるボールの進行方向の力は、ラケットの剛体モードだけでなくラケットの高次振動モードの影響を強く受けることがわかった。これらの力を減少させる対策として、打撃点を2節曲げモードの節にすること、ラケットの3節曲げモードの固有振動数をボールの固有振動数に一致させることが有効であることがわかった。また撃心を打撃点と一致させることも有効であることを確かめた。これらの知見をラケットの設計に利用すれば手にやさしいラケットを作ることができると考えられる。また肘関節、手首関節に加わるモーメントに対するラケットの高次振動モードの影響は少ないことがわかった。

本研究は平成5、6年度の文部省科学研究費一般研究C(05650234)の助成を得たことを附記する。

文 献

- (1) 川副, ボール・ストリングス系の非線形性とフレーム振動モードを考慮したテニスラケットの反発係数分布の解析, 機論, **59**-562, C(1993), 1678-1685.
- (2) 松久・ほか5名, モード解析によるテニスラケットの最適設計, 機論, **60**-577, C(1994), 3081-3086.
- (3) 川副・友末, テニスのインパクトにおけるラケット・ハンドルと手首関節の振動, 機論, **59**-560, C(1993), 1001-1008.
- (4) 松久・ほか4名, テニス打球時の上肢系に作用する衝撃力に関する研究, 機講論, No. 920-55(I) (1992), 85-89.