はすば歯車の三次元的歯面修整に関する研究*

(歯面修整歯車の回転伝達誤差と歯当たり)

吉野 英弘^{*1}, 江副 覚^{*2}, 牟田 義文^{*3}

Studies on 3-D Tooth-Surface Modification of Helical Gears

(Transmission Error and Tooth Bearing of Gears with Modified Tooth Surface)

Hidehiro YOSHINO, Satoru EZOE and Yoshifumi MUTA

A method to analyze meshing characteristics of helical gears with 3-D modified tooth surfaces under a no-load condition is proposed as follows. Firstly, the tooth profiles of the conjugate gear, having the same dimensions as those of the driven gear and meshing exactly with the driving gear, are calculated in multiple transverse planes. Secondly, the difference between the profiles of the conjugate and driven gears is calculated in the plane of action, which is defined "a meshing clearance" in this report. The meshing clearance shows the meshing characteristics of the driving and driven gears. Thirdly, the transmission error and tooth bearing pattern of the gear pair under a no-load condition can be calculated from the meshing clearance. To verify the usefulness of this method, meshing tests of the helical gears with the modified tooth surfaces were carried out and experimental results showing good agreement with the calculated ones were obtained.

Key Words: Gear, CAD, CAM, Tooth-Surface Modification, Meshing Clearance, Transmission Error, Tooth Bearing, Form Grinding, Conjugate Profile, Contact Line, Contour Line

1. 緒 言

歯車の運転性能を向上させるには、歯車の製作時および運転中に生じる各種の誤差を考慮して、歯面の後退量を歯面上の各位置で変化させる、いわゆる三次元的な歯面修整(以下、歯面修整)が必要であるとの認識が高まりつつある⁽¹⁾。しかし、歯面を三次元的に表すためには、多くの情報量を高速で取扱う必要があり、いまだ歯車の設計に歯面修整を積極的に取入れる環境は整っていないように思われる。著者らはさきに、三次元的な修整歯面をもつ歯車を能率よく仕上げるためには、成形方式による歯車研削が有効であることを示し、その場合に研削中に与えるべき補正運動の計算方法を提案するとともに、CNC 歯車成形研削盤による研削試験によって、提案した方法が有効であることを確認した⁽²⁾。

歯車の設計において、歯面修整を有効に活用するためには、設計者は修整歯面に関する情報を正確に把握しておかなければならない。しかし、設計の段階で実

際に加工される歯面修整歯車が最終的にどのようなかみあいを行うかを、正確かつ高速に予測する技術はまだ確立されていない。本研究では、歯車を成形研削で仕上げることを前提として、加工されるであろう歯面修整歯車の回転伝達誤差および歯当たり状態を計算によって求め、実際に研削した歯車による実験結果とよい一致をみたので報告する。

2. 歯面修整歯車の歯面形状

歯車の歯面を三次元的に取扱うためには、歯面を三次元的に定義しなければならない。これまでは、歯面を多数の離散データとして表す方法⁽³⁾や歯面を複数の関数の組合せとして表す方法⁽⁴⁾などが用いられている。前者は、任意の歯面修整を取扱う場合には適しているが、データ量が膨大となり、用いる計算機の記憶容量と計算時間が増加する欠点がある。後者は、データ量は減少するが、任意の歯面修整の取扱いが困難となる欠点がある。また、いずれの方法による場合も、選ばれた修整歯面をもつ歯車が実際に加工可能かどうかを別途、検討しなければならない。

本研究では、歯車の歯面を加工に用いる工具の輪郭と加工中に与える補正運動によって定義する。この場合、工具輪郭と補正運動は、離散データとして与えら

* 原稿受付 1995年4月24日。

^{*1} 正員、佐賀大学理工学部 (☎ 840 佐賀市本庄町1)。^{*2} 正員、水産大学校 (☎ 759-65 下関市永田本町2-7-1)。^{*3} 正員、三菱電機(株) (☎ 819-01 福岡市西区今宿東1-1-1)。

Fig. 1 Calculation of tooth profiles of gear finished by profiled grinding wheel with additional motions

れる。この方法によれば、選ばれた歯面修整が実際に可能かどうかをチェックする必要はなく、取扱う歯面修整歯車は常に加工可能である。また、取扱うデータ量も大幅に減少する。

図1は、補正運動の下で成形研削される歯車の歯面形状を求めるための座標系を示す。いま、砥石軸断面における輪郭上の点 $P_0(x_0, y_0, 0)$ と歯面を仕上げる角度 ϕ (創成角) が既知であるとすれば、2種類の補正運動の下で研削されるワークの $w = w_i$ 断面における歯形上の点 $Q(u, v, w_i)$ は、座標点 $P'(x', y', z')$ を介して近似的に次式で計算できる⁽²⁾。

$$z' = -x_0 \sin \Gamma + y_0 \sin \phi \cos \Gamma \quad (1)$$

$$\xi = w_i - z' \quad (2)$$

$$\left. \begin{aligned} x' &= x_0 \cos \Gamma + y_0 \sin \phi \cos \Gamma \\ y' &= a - \Delta a(\xi) - y_0 \cos \phi \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

$$\theta = z' \tan \beta / r - \Delta \theta(\xi) \quad (4)$$

$$\left. \begin{aligned} u &= x' \cos \theta - y' \sin \theta \\ v &= x' \sin \theta + y' \cos \theta \end{aligned} \right\} \quad (5)$$

ここに、 r はワークのピッチ円半径、 β はねじれ角、 a は砥石軸とワーク軸の距離、 Γ は砥石軸の傾け角、 ξ は砥石の位置を表すパラメータ、 $\Delta a(\xi)$ と $\Delta \theta(\xi)$ は、それぞれ砥石とワークの中心距離補正、ワークの回転角補正である。本研究では、砥石輪郭を約1200個の点列で表し、創成角 ϕ は歯面修整を与えない場合の値を用いた。補正運動は、研削ストロークを16分割して与え、分割点の間は直線で補間した。計算する断面 $w = w_i$ を歯幅内で変化させて、式(1)～(5)による計算を行えば、修整歯面を表す三次元データを得ることができる。この計算は代入計算であり、極めて高速に処

Fig. 2 Calculation of conjugate tooth profile

理できる。

なお、ねじ状砥石で歯車を研削する場合も、同様の方法で歯面形状を計算できるが、得られる歯面の自由度は、成形研削の場合よりもかなり小さい⁽²⁾。

3. 歯面修整歯車のかみあい状態解析

3・1 解析方法 一对の歯車のかみあい状態を厳密に調べるには、干渉の発生を考慮した上で、歯面上の一点がどの回転角で相手歯車のどの位置とかみあうかを歯面上のすべての点について調べなければならない。これには、多くの計算時間を必要とする。また、インボリュート歯車であっても、歯面が修整された場合は、かみあいが同一平面上(作用面)で生じない場合もあり得る⁽⁴⁾。本研究では、このような問題に自在に対応するために、被動歯車と同じ諸元をもち、駆動歯車と幾何学的に正確にかみあう歯車(以下、共役歯車)を計算によって求め、共役歯車と被動歯車を比較することによって、歯面修整歯車のかみあい状態を調べる。ただし、本研究では、歯車は剛体であるとし、歯車自体の弾性変形は考慮していない。

3・2 共役歯形 図2は、共役歯車の歯形(以下、共役歯形)を求めるための座標軸系を示す。いま、駆動歯車に固定した座標系 $(u-v-w)$ によって表される歯面上の点 $Q(u, v, w)$ が回転角 ϕ によって点 R に移動したとすれば、その座標は被動歯車に固定した座標系 $(U-V-W)$ を用いて次のように表すことができる。

$$\left. \begin{aligned} U &= u \cos (1+K) \phi + v \sin (1+K) \phi \\ &\quad - A \sin K \phi \\ V &= u \sin (1+K) \phi - v \cos (1+K) \phi \\ &\quad + A \cos K \phi \\ W &= w \end{aligned} \right\} \quad (6)$$

ここに、 A は中心距離、 K は歯数比であり、駆動歯車と被動歯車の歯数を N_1, N_2 とするとき、 $K = N_1/N_2$ である。いま、 $w = w_i$ として、駆動歯車の歯形上のすべての点について、回転角 ϕ を少しずつ変化させて、式(6)による計算を行えば、被動歯車の軸直角断面

$W=w_i$ 上に多数の点群が表れる。この点群のうちの最も内側に表れる点列(包絡線)が $W=w_i$ における共役歯形を表す。本研究では、要素除去法⁽⁵⁾を用いてこの点列を求めた。ここで、計算する断面 $W=w_i$ を任意に変化させれば、共役歯車の歯面を表す三次元データを得ることができる。この計算に必要なデータは、歯車対の諸元、駆動歯車の研削に用いる砥石輪郭 $(x_0, y_0, 0)$ 、創成角 ϕ および補正運動 $\Delta a(\xi)$ 、 $\Delta \theta(\xi)$ のみである。

3.3 かみあいすきま 図3(a)は、 $W_i(=w_i)$ 断面における駆動歯車、共役歯車および被動歯車の歯形間の関係を示す。駆動歯車と共役歯車は、三次元空間内で回転伝達誤差なしに、また干渉が生じない範囲で完全な歯当たり(べた当たり)でかみあう。したがって、被動歯車と共役歯車が完全に一致すれば、被動歯車と駆動歯車は正確なかみあいを行う。一致しない場合は、駆動歯車と被動歯車の間に、一致しない分だけ、回転伝達誤差や片当たりが生じる。

図3(a)の被動歯車の W_i 断面において、 O_2 を中心とする半径 r_j の円周上における被動歯車と共役歯車の歯形間の法線方向すきま Δ_{ij} (被動歯車を基準)をかみあいすきまと定義する。いま、 W_i と r_j をある間隔で変化させれば、駆動歯車と被動歯車のかみあい状態を表すかみあいすきまが格子データとして得られる[図3(b)]。さらに、かみあいすきまを等高線図⁽⁶⁾を用いて表せば、歯車のかみあい状態の全容が三次元的に表示できる。

Fig. 3 Calculation and data structure of meshing clearance

インポリュート歯車の場合は、横を歯幅、縦を作用線長さとする作用面上で、かみあいすきま Δ_{ij} を計算すれば、等高線図に同時接触線が直線として表れるので都合がよい。ただし、歯面の修整量が大きい場合は、接触が作用面上で生じるとは限らないので、等高線にわずかの誤差が生じる。

3.4 回転伝達誤差 インポリュート歯車において、歯面の修整量が小さいと仮定すれば、その回転伝達誤差は、かみあいすきまの等高線図からただちに計算できる。歯面の修整量が著しく大きく、歯形を任意歯形として取扱う必要がある場合は、駆動歯車の歯形から共役歯形を計算する段階で、両歯形の接触位置と歯車の回転角の関係を求めておく必要がある。インポリュートはすば歯車の回転伝達誤差は、次のように計算できる[図4(a)参照]。

いま、駆動歯車の回転角が ϕ のとき、作用面上に同時接触線 $11'$ 、 $22'$ が表れたとする。 $22'$ は、後続歯面の同時接触線を表す。ここで、同時接触線(この場合は2本)と各軸直角断面のすべての交点における歯面すきまを計算し、それらの最小値を求める。ただし、交点が格子点にない場合は、交点に隣接する格子点のすきま値から内挿によって交点のすきまを求めた。回転角 ϕ を少しずつ変化させ、横軸に回転角 ϕ 、縦軸にすきまの最小値をとれば、回転伝達誤差曲線が得られる。

Fig. 4 Calculation of transmission error and tooth-bearing clearance

3・5 歯当たり形状 歯当りは、一对の歯車が接触しながらかみあうとき、歯面間のすきまがある値以下となる部分に生じると考えられる。図4(b)に示すように、歯車の回転によって同時接触線がある格子点を通過する位置にきたとする。ここで、同時接触線(この場合は2本)と各軸直角断面のすべての交点におけるすきまの最小値を求め、同時接触線が通過している格子点のすきま値からその最小値を差引く。そして、その値を新たな別の格子データに格納する。この操作をすべての格子点について行えば、歯当たりすきまを格子データとして得ることができる。歯当たりすきまを等高線図として表示すれば、歯当たり形状が得られる。なお、かみあいすきまと歯当たりすきまは、回転伝達誤差が零の場合は完全に一致する。

4. 実験および計算結果

以上の解析方法の有効性を確認するために、実際に成形研削で仕上げた歯面修整歯車の回転伝達誤差と歯当りを調べ、計算結果との比較を行った。

4・1 負荷かみあい試験機 図5は、回転伝達誤差の測定および歯当たり試験に用いた負荷かみあい試験機の構成を模式的に示す。かみあい試験機は、油圧

Fig. 5 Schematic drawing of gear testing machine used for measuring transmission error and tooth-bearing pattern

Fig. 6 Main parts of gear testing machine

循環式になっており、かみあい精度を準静的に測定することができる⁽⁷⁾。試験歯車箱から出た動力は、ギアポンプから作動油、さらにギアモータに伝わり、再び歯車箱に入る。試験荷重は、調圧した作動油をギアポンプとギアモータの間に供給することによって与えた。かみあい試験機は、無段変速機付きモータを用いて、約 50 rpm で回転させた。潤滑油は、ハイポイド油の 90 番を油浴で用いた。

Table 1 Dimensions of test gear pairs, etc.

Items	Driver	Follower
Normal module (mm)	3	3
Pressure angle (deg)	20	20
Number of teeth	24	24
Helix angle (deg)	25 LH	25 RH
Addendum mod. (mm)	0.184	0.184
Pitch circle dia. (mm)	80.0	80.0
Tip circle dia. (mm)	85.8	85.8
Face width (mm)	26.8	26.8
Transverse contact ratio	1.33	
Helical overlap ratio	1.20	
Center distance (mm)	80.0	
Grinding wheel dia. (mm)	250.0	250.0
Wheel axis angle (deg)	23.2 LH	23.2 RH

(a) Gear pair A

(b) Gear pair B

(c) Gear pair C

(d) Gear pair D

Fig. 7 Tooth surface combinations of test gear pairs

図6は、かみあい試験機の主要部を示す。回転伝達誤差は、試験歯車軸の軸端に取付けた2個のエンコーダから発生したパルス(2048 ppr)の位相差を電圧に変換して、試験トルクは、被動軸にはり付けたひずみゲージの信号をスリップリング、アンプを介して、それぞれパソコンに取込んだ。回転伝達誤差測定理論上の分解能は、 0.00017° である。

4.2 試験歯車 かみあい試験に用いた歯車の諸元を表1に示す。歯数比は $K=1$ とした。試験歯車は、歯切り後、浸炭処理を行い、CNC成形歯車研削盤⁽⁸⁾で仕上げた。図7は、試験歯車の組合せと与えた歯面修整の目標形状を等高線図で示す。歯面修整は、歯先と歯元が $20\mu\text{m}$ だけ後退するような歯形修整と補正運動を組合せることによって与えた。歯車対Dを除き、

駆動歯車と被動歯車は同じ歯面修整とした。図中の破線と矢印は、それぞれ同時接触線の例とその移動方向を示す。

歯車対Aは歯形修整のみ、歯車対Bはかみあい開始側と終了側を後退させた歯面修整(バイアスイン)、歯車対Cは歯車対Bと逆傾向の歯面修整(バイアスアウト)である。歯車対Dは、駆動歯車の歯幅の右端をピッチ円上で約 $50\mu\text{m}$ だけ後退させ、歯車対Bの被動歯車と組合せた。

図8は、試験歯車を成形研削で仕上げる場合に与えた補正運動の例を示す。成形研削においては、2種類の補正運動を組合せることによって、種々の修整歯面を得ることができる⁽²⁾。ただし、ねじ状砥石を用いる歯車研削では、バイアスアウトの歯面修整のみが得ら

(a) For follower of gear pair B

(b) For follower of gear pair C

Fig. 8 Additional motions for finishing test gears with modified tooth surfaces

(a) Gear pair A

(b) Gear pair B

(c) Gear pair C

(d) Gear pair D

Fig. 9 Contour line diagram of meshing clearance

(a) Gear pair A

(b) Gear pair B

(c) Gear pair C

(d) Gear pair D

Fig. 10 Calculation and measurement results of transmission errors

Fig. 11 Tooth-bearing patterns of test gears at $P_s=60$ N

れる⁽⁹⁾。

図9は、各試験歯車対のかみあいすきを被動歯車を基準にして等高線図で示す。歯車対Bでは、等高線に囲まれるだ円部分の長径方向と同時接触線がほぼ平行となる関係にあり、かみあいの開始点と終了点が大きく後退していることがわかる。歯車対Cでは、その逆傾向のかみあいすきになっている。この場合の計算に用いた格子数は、 11×21 (歯幅方向 $\times$ 作用線方向)である。かみあいすきの計算に要した時間は、パーソナルコンピュータを用いた場合で約1分であった。

4.3 回転伝達誤差 図10は、各歯車対の回転伝達誤差の測定結果と計算結果を示す。ただし、エンコーダの偏心による測定データのうねり成分は、移動平均法によって除去した。加えた円周力は、 $P_s=60$ および 1700 N である。いずれの歯車対の場合も、計算結果 ($P_s=0$ N) と円周力が小さい場合の測定結果 ($P_s=60$ N) は、形状・大きさともほぼ一致している。これは、本研究で示した解析方法が有効であることのほかに、試験歯車が補正運動の下で正確に研削されていることを意味する。歯車対BとCの比較から、パイアスアウトの歯面修整のほうがパイアスインの歯面修整よりも回転伝達誤差が小さくなることがわかる。

円周力を増加させると、各歯車対とも回転伝達誤差がやや減少している。これは、用いた試験歯車の歯面が、歯の弾性変形が大きくなる一歯かみあい部で突出しているために、いわゆる、歯面修整の効果が表れたためと思われる。

4.4 歯当たり 図11は、歯面にマジックインクを塗布して調べた各歯車対の歯当たり形状を示す。加

Fig. 12 Calculated tooth-bearing clearance

えた円周力は、 $P_s=60$ N である。荷重を増加させた場合の歯当たりも調べたが、歯車対Dの場合を除き、歯当たりは、形状がほぼ相似のまま、歯幅および歯けた方向に拡大した。歯車対Dの場合は、歯幅の約2/3まで当たり幅が増加した。

図12は、歯当たりすきの計算結果を等高線図で表示したものである。実験結果と比較して、多少の食い違いはあるが、歯当たりの中心位置および高さ $5\mu\text{m}$ の等高線で囲まれた形状など、実験による歯当たりとほぼ一致することがわかる。

5. 結 言

設計者が容易に歯車の三次元的歯面修整を活用できるようにするために、成形研削によって仕上げられる歯面修整歯車の回転伝達誤差と歯当たりを短時間で予測するための解析方法を示した。まとめると次のようになる。

(1) 歯面修整歯車の歯面を歯車の加工に用いる工具の輪郭と歯面修整のための加工中の補正運動を用いて表した。この方法によれば、設計した歯面修整歯車が実際に加工可能かどうかをチェックする必要がなく、また、データ量を増加させることなく歯面形状を連続した曲面として正確に表すことができる。

(2) 歯面修整歯車のかみあい状態を調べるために、駆動歯車と正確にかみあう共役歯車を計算で求め、共役歯車と被動歯車の歯面を比較する方法を提案した。この方法によれば、特別の注意を払うことなく、歯面修整歯車はもちろん、インポリュート歯車以外の歯車のかみあい状態を解析することができる。

(3) 共役歯車と被動歯車のかみあいすきの格子データから回転伝達誤差および歯当たりすきを求める方法を示した。

(4) 油圧循環式のかみあい試験機を用いて、実際に成形研削した歯面修整歯車のかみあい試験を行い、回転伝達誤差および歯当たりとも、計算結果とほぼ一致する結果を得た。

最後に、試験歯車の製作に協力いただいた、(株)唐津鐵工所テクノメイト部、池野一広氏、実験に協力してくれた当時の佐賀大学大学院生、宇都克彦君および学部学生、西田紀彦君に感謝する。

文 献

- (1) Sundaresan, S., Ishii, K. and Houser, D., *Proc. MPT-91* (1991), 92.
- (2) 吉野・池野・江副, 機論, **60**-571, C(1994), 1053.
- (3) 有浦・中西・黒河, 機論, **55**-518, C(1989), 2583.
- (4) 梅山, 機論, **61**-582, C(1995), 346.
- (5) 石橋・吉野, 機論, **53**-487, C(1987), 887.
- (6) 牟田・吉野, 機講論, No.938-2(1993), 204.
- (7) 吉野・江副, 機講論, No.918-2(1992), 214.
- (8) 池野・丸井・吉野, 精密工学会誌, **60**-1(1994), 133.
- (9) 穂屋下, 機論, **61**-583, C(1995), 1149.