内歯車歯形に共役な切れ刃形状をもつ バレル形ウォーム状工具*

穂 屋 下 茂*¹

Barrel Worm-Shaped Tool with Conjugate Cutting-Edge Profile Generated from Tooth Profile of Internal Gear

Shigeru HOYASHITA

In this investigation, the author proposes a calculation method of the cutting-edge profile of a barrel worm-shaped tool conjugate to the tooth profile of an internal gear, without considering an equivalent pinion meshed with it. The theory of gearing proposed by Litvin et al. is also utilized for calculation of contact points between a gear and a tool. It is examined whether or not this barrel worm-shaped tool can exactly finish an internal gear with a number of teeth and helix angle different from those used for design of the tool. It is shown that the tool is in point contact with the internal gear generated by it, and the tooth profile of the internal gear is finished by regular points of the cutting edge profile of the barrel worm-shaped tool. Furthermore, it is confirmed that the regular generating point between the internal gear and the barrel worm shaped tool is identical with that between the internal gear and a cylindrical worm shaped tool.

Key Words: Gear, Internal Gear, Tool, Generating Motion, Tooth Profile, Barrel Worm Shaped Tool, Cutting Edge Profile

1. 緒 言

本報では、内歯車をバレル形ホブで荒切りしたり、バレル形ウォーム状砥石や成形砥石を用いて研削仕上げすることを目的として、これらの工具切れ刃輪郭の正確な計算について述べる。内歯車加工用のバレル形ウォーム状工具を設計する場合、内歯車にかみあう仮想ピニオンを考え、この仮想ピニオンに内接する工具切れ刃輪郭を計算する方法が考えられる⁽¹⁾⁽²⁾が、工具軸を含む断面において、仮想ピニオンはピッチ円をもち、ピッチも等間隔とならず、非常に考え難い。

本報では、内歯車歯形に共役なバレル形ウォーム状工具の切れ刃輪郭を直接に計算する方法を提案した。さらに、このバレル形ウォーム状工具を用いて、設計時に用いた内歯車と異なる歯数やねじれ角をもつ内歯車を正確に創成仕上げできるのかどうかと、工具切れ刃のどの部分で創成仕上げされるのかを検討した。

おもな記号

$O_G-(X_G, Y_G, Z_G)$: 内歯車用固定座標系
 $O_C-(x_C, y_C, z_C)$: 工具用固定座標系

$P(X, Y, Z)$: 内歯車の歯形上の点

$Q(x, y, z)$: 工具の切れ刃面上の点

m_n : 歯直角モジュール

z_n : 内歯車の歯数

α_n : 工具圧力角

r_0 : 内歯車のピッチ円半径

β_0 : 内歯車の基準ピッチ円筒上のねじれ角

N_C : ウォーム状工具の条数

r_C : 工具の最大径部のピッチ円半径

γ_C : 工具の最大径部のつる巻線上の進み角

D : 歯車軸と工具軸の共通法線距離 $= r_0 - r_C$

θ : 歯車歯形の Z 軸周りの回転角度

ξ : 歯車軸方向の移動量

ϕ : 平面 $(x_C - y_C)$ と平面 $(x - y)$ との角度

ϕ_0 : 基準位置から工具切れ刃面までの角度

I' : 工具取付角 $= \beta_0 - \gamma_C$

2. バレル形ウォーム状工具の 切れ刃輪郭の計算

2・1 内歯車とバレル形工具の座標系 右巻のバレル形ウォーム状工具を用いて、右ねじれの内歯車を加工している様子を図1に示す。内歯車もバレル形ウォーム状工具も右ねじれ(巻)を正とし、左ねじれ(巻)

* 原稿受付 1995年3月27日。

*¹ 正員、佐賀大学理工学部 (〒840 佐賀市本庄町1)。

Fig. 1 Coordinate systems of internal gear and barrel worm-shaped tool

を負とする。Z_Gを歯車軸として、フレームに固定した座標系をO_G-(X_G, Y_G, Z_G)とし、y_c軸を工具軸とした工具用座標系をO_c-(x_c, y_c, z_c)とする。内歯車歯形を表す座標系をO_G-(X, Y, Z)、工具切れ刃形状を表すための座標系をO_c-(x, y, z)とする。

2・2 内歯車歯形の工具切れ刃面への転写 創成運動中における内歯車の歯形上の任意の点P(X, Y, Z)の動きを工具切れ刃面上(x, y, z)で見たときの関係式を導くには、図2を参考にして座標変換を行えばよい。実際に内歯車を加工するときには、工具と内歯車の創成運動を満たされるように回転させて、工具を内歯車の軸方向に送る。しかし、ここでは文献(3)と同じように、工具をZ軸方向に送るかわりに、変数を用いてその条件が満たされるように考える。

Z軸直角断面の歯形上の点Pから、Z軸方向にだけ離れた点P'がその点を含む軸直角断面上でZ軸周りに角度θだけ回転した点を点Mとする。この点は、内歯車と工具のかみあい点(接点)であると仮定する。この点Mを工具座標系に変換して、工具取付角Γの分だけ工具座標系を回転させ、平面(x_c-y_c)から工具軸周りに角度φだけ回転させれば、工具切れ刃面上の点Q(M)が求まる。この点Qは工具切れ刃輪郭上の候補点である。このことをマトリックスを使って表示すれば、次のようになる。

$$\begin{Bmatrix} x \\ y \\ z \\ 1 \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \phi & 0 & \sin \phi & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ -\sin \phi & 0 & \cos \phi & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & -D \\ 0 & \cos \Gamma & -\sin \Gamma & 0 \\ 0 & \sin \Gamma & \cos \Gamma & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Fig. 2 Relation of positions between tooth profile of internal gear and cutting-edge profile of tool

$$\times \begin{bmatrix} \cos \theta & -\sin \theta & 0 & 0 \\ \sin \theta & \cos \theta & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & \zeta \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} X \\ Y \\ Z \\ 1 \end{Bmatrix} \quad \dots\dots\dots (1)$$

ここで、内歯車のピッチ円半径をr₀、バレル形ウォーム状工具の最大径部(図2参照)におけるピッチ円半径をr_cとすれば、歯車軸と工具軸との共通法線上の中心距離は、D=r₀-r_c(r₀>r_c)となる。なお、式(1)には、ウォーム状工具がバレル形であることを示すファクタは全く入っていない。内歯車にかみあうということから、工具全体の形状は自ずとバレル形になる。

2・3 創成運動中の拘束条件 内歯車の歯数をz_n、工具条数をN_cとすれば、工具が1回転する間に内歯車はN_c/z_nだけ回転する。ウォーム状工具と内歯車の創成運動を考えれば、式(2)を得る。

$$\theta = \frac{\tan \beta_0}{r_0} \zeta + \frac{N_c}{z_n} (\phi_0 + \phi) \quad \dots\dots\dots (2)$$

ここで、β₀は内歯車の基準ピッチ円筒上のねじれ角である。図2で点P'が点Mまで歯筋に沿って歯車軸周りにζtan β₀/r₀だけ回転するとき、点Qを含む工具切れ刃面(x-y)は平面(x_c-y_c)から工具軸周りにバレル形上のつる巻線に沿って角度φだけ進んだところにある。角度φ₀は、基準位置[θ=ζ=φ=0で、平面(x-y)が平面(x_c-y_c)と重なる状態]から工具軸周りの点M(Q)を含む切れ刃面の位置を示す。角度φ₀の位置におけるバレル形ウォーム状工具の切れ刃輪郭を求めた場合に、φ=0を満たす点が内歯車歯形上の点Pを創成することになる(図5, 7の点a, b参照)。φ≠0のときの切れ刃輪郭上の点は、φだけ回転した位置で創成されたことを示す。

2・4 切れ刃輪郭計算 本報の場合、バレル形ウォーム状工具の工具切れ刃輪郭は Φ_0 の値を与えて求める。式(1)、(2)は、求めるべき工具切れ刃形状(x, y)の他に、 θ, ϕ の未知数を含んでいる。式(1)の z の式を整理して示せば、次式のようになる。

$$\begin{aligned} z = & X(\sin \phi \cos \theta + \cos \phi \sin \Gamma \sin \theta) \\ & + Y(-\sin \phi \sin \theta + \cos \phi \sin \Gamma \cos \theta) \\ & + Z \cos \phi \cos \Gamma - D \sin \phi + \xi \cos \phi \cos \Gamma \\ & \dots\dots\dots (3) \end{aligned}$$

z は定数として扱えるので、独立変数を ϕ とすれば、関係式(2)、(3)から、 θ は ϕ の従属関数となる。 Z 軸直角断面で(X, Y)は歯車歯形を表すから、 Y は X の関数である。 X を歯形変数、 ϕ を運動媒介変数とすれば、 Φ_0 を一定とした工具切れ刃面(x, y)平面には X と ϕ に基づく2種類の点群が表れる。「これらの点が包絡線(歯車歯形を創成するのに必要な工具切れ刃輪郭)上にあるためには、その点における接線の傾きが等しくなければならない」という必要条件を用いて工具切れ刃輪郭を計算することができる⁽³⁾⁽⁴⁾。また、「かみあい点に立てた法線ベクトルと、その点における相対速度ベクトルのスカラー積は零である」というかみあい方程式⁽⁵⁾を用いれば、同時接触線を簡単に求めることができる(付録参照)。本報告ではこれら二つの手法を用いてバレル形ウォーム状工具の切れ刃輪郭と同時接触線を計算した。

なお、バレル形ウォーム状工具の切れ刃輪郭計算において、工具条数を零とおけば、内歯車研削用の成形砥石の切れ刃輪郭が計算できる。

Table 1 Specifications of internal gears and tool

Specifications		G[1]	G[2]	G[3]
<Internal gear>				
Normal module	m_n	3	3	3
Helix angle	β_n	20	10	30
Number of teeth	z_n	90	150	130
<Barrel worm-shaped tool>				
Radius of maximum pitch circle	r_c mm	100		
Lead angle at minimum radius	γ_c	0.859		
Number of threads	N_c	1

Fig. 3 Basic rock ($\beta_n = 0$)

3. 工具切れ刃輪郭の計算例

計算に使用した内歯車と工具の主な諸元を表1に示す。インボリュート歯車用ラック(歯直角ラック)を図3に示す。歯先丸み部の曲率半径は $\rho = 0.6$ mmである。図3のラックから創成される内歯車の歯形($z_n = 90, \beta_n = 20^\circ$)を図4に示す。点群の番号(0~80)のうち、点11~30と点50~69はインボリュート曲線上にあり、他の点是非インボリュート曲線上にある。

Fig. 4 Tooth profile in transverse section of internal gear ($z_n = 90, \beta_n = 20^\circ$)

Fig. 5 Cutting edge profiles of barrel worm-shaped tool

Fig. 6 Comparison between three cutting edge profiles of tool

Fig. 7 Contort lines

パレル形ウォーム状工具の条数が $N_c=1$ 、最大径部のピッチ円半径が $r_c=100\text{ mm}$ のとき、図4の内歯車歯形を仕上げるのに必要な $z=0$ 断面の中央部 ($\Phi_0=0$) とその隣のピッチ ($\Phi_0=360^\circ$) の切れ刃輪郭を図5に示す。図5の点 a と b は $z=0$ 断面(切れ刃面)における接触点(創成点)であり、点線は Φ_0 が変化したときの $z=0$ 断面上の創成点の軌跡を示す。この2ピッチ分の切れ刃形状はほとんど同じように見えるが、本報で扱っているパレル形ウォーム状工具の切れ刃輪郭はすべての Φ_0 の位置において異なる。3ピッチ分 ($\Phi_0=0$, $\Phi_0=360^\circ$, $\Phi_0=720^\circ$) の切れ刃形状を比較したものを図6に示す(点40と点120における法線が一致するようにして比較した)。

ウォーム状工具の軸方向 (y_c 軸) から見た z_c-x_c 座標面上の同時接触線を図7に示す。図7の点 a と点 b は、 $z_c=0$ 断面 (x_c-y_c 平面) における創成点で、図5のものに対応している。

4. 工具から創成される内歯車の歯形

4.1 工具切れ刃から内歯車の歯形計算 工具切れ刃輪郭 (Q) が与えられて、それから仕上げられる内歯車歯形 (P) を求めるための直接の関係式は、式(1)の逆マトリックスから、簡単に求められる。

$$\begin{Bmatrix} X \\ Y \\ Z \\ 1 \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \theta & \sin \theta & 0 & 0 \\ -\sin \theta & \cos \theta & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -\zeta \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} x \\ y \\ z \\ 1 \end{Bmatrix}$$

$$\times \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & D \\ 0 & \cos \Gamma & \sin \Gamma & 0 \\ 0 & -\sin \Gamma & \cos \Gamma & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} \cos \phi & 0 & -\sin \phi & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ \sin \phi & 0 & \cos \phi & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} x \\ y \\ z \\ 1 \end{Bmatrix} \dots\dots\dots (4)$$

3章で求めたパレル形ウォーム状工具の切れ刃輪郭 ($x, y, dy/dx$) から、関係式(4)と(2)を用いて、 Z 軸直角断面の内歯車歯形 (X, Y) を計算する。パレル形ウォーム状工具の切れ刃輪郭を計算したときと同じ諸元を用い、しかも同じ Φ_0 を与えて内歯車歯形を計算すれば、前と全く同じ値が得られる。

4.2 設計時と異なる歯数やねじれ角をもつ創成歯形

パレル形ウォーム状工具で、設計時に使用した内歯車[1] ($z_n=90$, $\beta_0=20^\circ$) と異なる歯数やねじれ角の内歯車[2] ($z_n=150$, $\beta_0=10^\circ$) が正確に創成されるのかどうか理解し難い。また、内歯車[1]に共役な切れ刃輪郭をもつパレル形ウォーム状工具を使って、内歯車[2]を創成仕上げたときに得られる歯形を計算したいが、歯形を示す点群のそれぞれの点において、創成位置を示す角度 Φ_0 が変化するのので、簡単には計算できない。

$\Phi_0=-100.459^\circ$ として内歯車[1]と内歯車[2]に対するパレル形ウォーム状工具の切れ刃輪郭を計算した一部の結果を表2と表3に示す。点25に注目すると、工具切れ刃輪郭上の点 (x, y) は完全に一致しているのがわかる。そこで、内歯車[1]からそれぞれの点ごとに Φ_0 を変えて工具切れ刃輪郭を求め、その工具

Table 2 Calculation results of cutting edge profile of tool ($z_n=90$, $\beta_0=20^\circ$, $\Gamma=20.859^\circ$)

No.	X	Y	$\tan^{-1}(dY/dX)$	x	y	$\tan^{-1}(dy/dx)$	θ	ζ	ϕ	Φ_0
23	144.6312	-2.1326	21.3116°	100.9131	-4.6492	19.2391°	-0.9556°	1.1311	-0.3186°	-100.459°
24	144.9702	-1.9991	21.6911°	101.2554	-4.5285	19.6209°	-0.9264°	1.3210	-0.1765°	-100.459°
25	145.3138	-1.8611	22.0707°	101.6028	-4.4033	20.0020°	-0.8980°	1.5061	-0.0373°	-100.459°
26	145.6618	-1.7186	22.4503°	101.9551	-4.2738	20.3832°	-0.8703°	1.6868	0.0992°	-100.459°
27	146.0144	-1.5716	22.8300°	102.3123	-4.1397	20.7633°	-0.8432°	1.8632	0.2332°	-100.459°

Table 3 Calculation results of cutting edge profile of tool ($z_n=150$, $\beta_0=10^\circ$, $\Gamma=10.859^\circ$)

No.	X	Y	$\tan^{-1}(dY/dX)$	x	y	$\tan^{-1}(dy/dx)$	θ	ζ	ϕ	Φ_0
23	229.4384	-2.0347	20.4253°	100.9305	-4.6448	19.5028°	-0.6408°	0.6720	-0.1174°	-100.459°
24	229.7714	-1.9099	20.6724°	101.2650	-4.5255	19.7542°	-0.6385°	0.7187	-0.0771°	-100.459°
25	230.1077	-1.7822	20.9197°	101.6028	-4.4033	20.0019°	-0.6362°	0.7647	-0.0373°	-100.459°
26	230.4471	-1.6516	21.1670°	101.9438	-4.2784	20.3478°	-0.6339°	0.8099	0.0022°	-100.459°
27	230.7897	-1.5181	21.4141°	102.2880	-4.1506	20.4921°	-0.6317°	0.8544	0.0413°	-100.459°

Table 4 Calculation results of tooth profile of gear [2]
($z_n=150$, $\beta_0=10^\circ$, $\Gamma=10.859^\circ$)

No.	x	y	$\tan^{-1}(dy/dx)$	X	Y	$\tan^{-1}(dY/dX)$	θ	ζ	ϕ	Φ_0
19	99.6439	0.9773	20.0021°	228.1030	-2.5187	19.4095°	0.8744°	-0.1698	0.0084°	132.2754°
21	100.3206	-0.8797	20.0029°	228.7819	-2.2760	19.9310°	0.3530°	0.1528	-0.0075°	51.9434°
23	100.9617	-2.6415	20.0020°	229.4384	-2.0347	20.4247°	-0.1416°	0.4588	-0.0225°	-24.2578°
25	101.6028	-4.4033	20.0020°	230.1077	-1.7822	20.9192°	-0.6362°	0.7647	-0.0373°	-100.4590°
27	102.2439	-6.1646	20.0019°	230.7897	-1.5181	21.4133°	-1.1306°	1.0706	-0.0518°	-176.6382°

Table 5 Calculation results of tooth profile of gear [3]
($z_n=130$, $\beta_0=30^\circ$, $\Gamma=30.859^\circ$)

No.	x	y	$\tan^{-1}(dy/dx)$	X	Y	$\tan^{-1}(dY/dX)$	θ	ζ	ϕ	Φ_0
19	99.6439	0.9773	20.0021°	207.4720	-2.8639	21.7715°	1.0246°	-0.4889	0.0083°	132.2754°
21	100.3206	-0.8797	20.0029°	208.1520	-2.5887	22.2938°	0.5028°	0.4401	-0.0074°	51.9434°
23	100.9617	-2.6415	20.0020°	208.8074	-2.3167	22.7875°	0.0079°	1.3210	-0.0224°	-24.2578°
25	101.6028	-4.4033	20.0020°	209.4737	-2.0334	23.2823°	-0.4870°	2.2019	-0.0373°	-100.4590°
27	102.2439	-6.1646	20.0019°	210.1506	-1.7386	23.7767°	-0.9818°	3.0826	-0.0518°	-176.6382°

Table 6 Generating positions of cylindrical worm-shaped tool
($z_n=150$, $\beta_0=10^\circ$, $\Gamma=10.859^\circ$)

No.	X	Y	$\tan^{-1}(dY/dX)$	x	y	z	Θ	ζ	ϕ_i
19	228.1030	-2.5187	19.4097°	99.6439	0.9783	0.0000	-0.0075°	-0.1699	0.8821°
21	228.7819	-2.2760	19.9302°	100.3205	-0.8806	0.0000	0.0068°	0.1529	0.3460°
23	229.4384	-2.0347	20.4253°	100.9617	-2.6418	0.0000	0.0203°	0.4588	-0.1619°
25	230.1077	-1.7822	20.9197°	101.6028	-4.4030	0.0000	0.0338°	0.7646	-0.6699°
27	230.7897	-1.5181	21.4141°	102.2439	-6.1642	0.0000	0.0473°	1.0705	-1.1778°

Fig. 8 Loci of points drawn on transverse section of internal gear by changing parameter ϕ

Fig. 9 Tooth profile of internal gear generated by worm-shaped tool

切れ刃輪郭から創成される内歯車[2]の歯形を計算する。そして、この値とあらかじめ同じラック形状から計算しておいた内歯車[2]の歯形が一致するように Φ_0 を決める。このときの計算結果の一部を表4に示す。角度 Φ_0 は、それぞれの点ごとに異なる。

一つのバレル形ウォーム状工具で様々な歯数やねじれ角の内歯車が正確に創成仕上げされることがわかった。さらに、同じバレル形ウォーム状工具を用いて、内歯車[3] ($z_n=130$, $\beta_0=30^\circ$) を創成仕上げしたときの Φ_0 を求めると、歯車[2]を計算したときと全く同じ値になった(表5参照)。表4と表5の創成位置を示す Φ_0 と工具の創成位置 (x, y) の値はバレル形ウォーム状工具特有の値であることがわかる。

4.3 干渉などのチェックについて 表4に示した工具切れ刃輪郭上の点 (x, y) が最終的に内歯車歯形を仕上げる点であるのか、すなわち干渉は起こらないのかどうかを、本輪郭計算法に加えて数値解析法も行って調べた。

$\Phi_0=428.467^\circ$ を用いて、内歯車[1]に基づいて工具切れ刃輪郭を計算した後、 $-20^\circ \leq \phi \leq 20^\circ$ の範囲で ϕ を変化させて、工具切れ刃形状 ($\Phi_0=428.467^\circ$) 上の点の内歯車[3]のZ軸直角断面に描く軌跡(点線)を図8に示す。歯形輪郭は、 $\Phi_0=428.467^\circ$ の工具切れ刃形状により創成された内歯車[3]のZ軸直角断面における共役歯形である(4.1節参照)。 $\Phi_0=428.467^\circ$ と $\Phi_0=-290.907^\circ$ のときの工具切れ刃形状により創成され

Fig. 10 Relation between internal gears and barrel worm shaped tool

た内歯車[3]のZ軸直角断面の共役歯形を図9に示す。 $\phi_0 = 428.467^\circ$ のときは歯形上の点12(細い実線上)が、 $\phi_0 = -290.907^\circ$ のときは点30(破線上)が創成仕上げされる。このように、 $-720^\circ \leq \phi_0 \leq 720^\circ$ の範囲において $\Delta\phi_0 = 1^\circ$ ごとに、内歯車[1]に基づいて設計されたバレル形ウォーム状工具によって創成される内歯車[3]の歯形を調べた結果、二度当たりや干渉は見られず、歯形が正確に仕上げられることがわかった。

5. 考 察

バレル形ウォーム状工具とその切れ刃輪郭の設計に用いた内歯車[1]とは共役の関係にあり、線接触する。内歯車[1]と内歯車[2](または[3])を、それぞれ外歯車と見なしたとき、同じラックに線接触するから、バレル形ウォーム状工具と内歯車[2](または[3])は点接触することになる(図10参照)。

このときの創成位置をさらに確認するために、Litvinらにより提案されたかみあい理論⁶⁾を利用して接触点(創成点)を求めた(付録参照)。内歯車と円筒ウォーム状工具の創成点の一部の計算結果を表6に示す。創成点以外で干渉している点は無視して考える。これらの計算結果と表4の結果を比べて見れば、創成点(x, y)が一致しているのがわかる。内歯車を仕上げるときのバレル形ウォーム状工具の創成点と、内歯車を円筒ウォーム状工具で仕上げるときの創成点とが完全に一致することは興味深い事実である。このとき、工具ピッチ円半径 r_c と工具取付角 Γ などの工具の重要な諸元は同じでなければならない。

本報で提案したバレル形ウォーム状工具の切れ刃形状は、図6で示したように工具軸を含むすべての断面で異なるので工具切れ刃面を単石やデスク状のドレッサで整形するのは難しい。この工具を砥石とした場合には、砥石切れ刃面をツルーイングする最も簡単な方法は、内歯車の歯面にダイヤモンドなどの砥粒を付着させたドレッサとかみあわせて砥石を整形することであろう。しかし、この方法は二番面をもつバレル形ホブの製作には適さない。

今までに述べたようにバレル形ウォーム状工具が内

Fig. 11 Coordinate systems of gear and tool, and position vectors

歯車を創成する点は定まっているので、内歯車からバレル形ウォーム状工具の切れ刃輪郭を計算する場合には、歯車歯形を創成するのに最低必要な点のみを一つの工具切れ刃面に集め、他のすべての切れ刃輪郭も同じようになるようにバレル形ウォーム状工具を設計することが考えられる。工具軸を含むすべての断面の切れ刃輪郭が同じであれば、高精度なバレル形ホブの製作が容易になるであろう。このようなウォーム状工具の切れ刃輪郭計算法については、文献(6)を参照されたい。

6. 結 論

- (1) 内歯車とかみあっている仮想ピニオンを考えず、内歯車歯形と共役なバレル形ウォーム状工具の切れ刃輪郭を直接に計算する方法を明らかにした。
- (2) 逆に、求められたバレル形ウォーム状工具の切れ刃形状から、内歯車の歯形を計算した。
- (3) バレル形ウォーム状工具と内歯車の創成位置を明らかにして、設計時に用いた内歯車と異なる歯数やねじれ角をもつ内歯車も正確に創成仕上げできることを示した。
- (4) 数学的な輪郭計算法と数値解析法を利用して、創成される内歯車の歯形の干渉などをチェックした。
- (5) 内歯車歯形の創成位置はバレル形ウォーム状工具切れ刃の定点であることを明らかにした。
- (6) さらに、内歯車とバレル形ウォーム状工具との創成点、また内歯車と円筒ウォーム状工具の創成点を計算して、これらの創成点が一一致することを確認した。

付 録

内歯車とバレル形ウォーム状工具の座標系や位置ベクトルを図11に示す。内歯車の歯面と工具切れ刃の描

く面とが、かみあいを満たすための必要条件は、「かみあい点に立てた法線ベクトルと滑り速度ベクトルのスカラー積が零である」ということから導かれ、次式のように表される。

$$\begin{aligned}
 f_1 = & (\sin \Theta + \cos \Theta \cdot dY/dX) \{ -Y_1 \\
 & \times (1 + K \sin \Gamma) - Z_1 K \cos \Gamma \cos \phi_1 \\
 & - DK \sin \Gamma \sin \phi_1 \} \\
 & + (-\cos \Theta + \sin \Theta \cdot dY/dX) \\
 & \times \{ X_1(1 + K \sin \Gamma) \\
 & + Z_1 K \cos \Gamma \sin \phi_1 - DK \sin \Gamma \cos \phi_1 \} \\
 & + \{ X_1(\cos \Theta - \sin \Theta \cdot dY/dX) \\
 & + Y_1(\sin \Theta + \cos \Theta \cdot dY/dX) \} \tan \beta_0/r_0 \\
 & \times (X_1 \cos \phi_1 - Y_1 \sin \phi_1 - D) K \cos \Gamma = 0 \\
 & \dots\dots\dots (5)
 \end{aligned}$$

ここで、 $K(=z_n/N_c)$ は速比、 D は歯車軸と工具軸との共通法線距離および Γ は工具取付角で、これらの値は一定である。内歯車の Z_1 軸直角断面における歯面上の点 (X_1, Y_1) は次式で表される。

$$\begin{aligned}
 X_1 &= X \cos \Theta - Y \sin \Theta \\
 Y_1 &= X \sin \Theta + Y \cos \Theta \\
 Z_1 &= Z + \zeta
 \end{aligned}$$

ここで、 $\Theta = \zeta \tan \beta_0/r_0$ である。内歯車の Z 軸直角断面における歯形 (X, Y) と、その点における接線の傾き (dY/dX) が既知であるとすれば、式(5)は ϕ_1 (内歯車の回転角度)と ζ (Z 断面と Z_1 断面の距離)の関数である。内歯車の回転角度 ϕ_1 を与えれば、式(5)より ζ が求まる。 ζ が求まれば、内歯車座標系または工具座標系における同時接触線が計算できる。

固定工具座標系におけるかみあい点 M の位置ベクトル $r_c(x_c, y_c, z_c)$ は、次式から計算できる。

$$x_c = X_1 \cos \phi_1 - Y_1 \sin \phi_1 - D$$

$$y_c = X_1 \cos \Gamma \sin \phi_1 + Y_1 \cos \Gamma \cos \phi_1 - Z_1 \sin \Gamma$$

$$z_c = X_1 \sin \Gamma \sin \phi_1 + Y_1 \sin \Gamma \cos \phi_1 + Z_1 \cos \Gamma$$

ウォーム状工具の創成点 (x, y) は次式から計算できる。

$$x = x_c \cos \phi' + z_c \sin \phi'$$

$$y = y_c$$

ここで、 $\phi' = \tan^{-1}(z_c/x_c)$ である。

内歯車を外歯車と見なして、それとラックとのかみあい方程式を求めれば次式のようになる。

$$\begin{aligned}
 f_2 = & (\sin \Theta + \cos \Theta \cdot dY/dX)(Y_1 + r_0 \sin \phi_1) \\
 & + (\cos \Theta - \sin \Theta \cdot dY/dX)(X_1 - r_0 \cos \phi_1) \\
 = & 0 \dots\dots\dots (6)
 \end{aligned}$$

二つのかみあい方程式(5)と(6)を同時に満足するようにすれば、円筒ウォーム状工具と内歯車の接点(創成点)が計算できる。この場合、創成点以外の点が干渉することは免れないので、創成点以外の内歯車の歯に干渉する部分はカットしなければならない。これらは点接触するので、内歯車の回転角 ϕ_1 に対して一つの創成点が求まる。 ϕ_1 を連続的に変化させれば、創成点の軌跡が求まる。

文 献

- (1) 寺島健一・上野拓・坂本正史, 機論, 38-312(1972), 2139.
- (2) 相浦正人・ほか3名, 機論, 49-439, C(1983), 457.
- (3) 穂屋下茂・石橋彰, 機論, 60-579, C(1994), 3948.
- (4) 西田知照・河野誠・戸田浩, 精密工学会誌, 52-6(1986), 1061.
- (5) Litvin, F. L., *Theory of Gearing*, 2nd Edition, Nauka (1969), (in Russian). An English edition is in press by NASA.
- (6) 穂屋下茂・今村誠, 機論, 61-588, C(1995), 3416.