二層振り子のアクティブ制振制御*

長瀬 賢二^{*1}, 大庭 弘^{*1}
早川 義一^{*2}, 水野 浩^{*3}

Active Vibration Control of 2-bed Pendulum

Kenji NAGASE, Hiroshi OBA,
Yoshikazu HAYAKAWA and Hiroshi MIZUNO

This paper presents active vibration control of a 2 bed pendulum using H_∞ and μ controllers. This paper is a first step to the study of the active control of a suspension bridge tower under construction. Since the suspension bridge tower is flexible, the undesirable wind induced vibration arises. Thus it is necessary to reduce the vibration to an allowable level. The 2-bed pendulum, which has almost same natural frequency and damping as those of the suspension bridge tower, is adopted as a simple example of this problem. The mathematical model of the 2-bed pendulum is obtained by mechanical laws, and a nominal model is obtained by the reduction of this model. For the designing of a controller, we use both the H_∞ theorem based on the "normalized coprime factorization" and μ synthesis. From the experimental results obtained for two types of 2 bed pendulums, the H_∞ and μ controllers are proved to be effective for reducing vibration.

Key Words: Vibration Control, Flexible Structure, 2 Bed Pendulum, H_∞ Control, μ Synthesis, Normalized Coprime Factorization

1. はじめに

一般に巨大橋はつり橋構造であり、その建設にあたっては、最初に主塔を建設し、メインロープを建設した後、道路部等の建設を進める。この一連の建設作業において、主塔単体の構造体は剛性が低く比較的柔軟で、風などによる励振現象が建設作業に悪影響を及ぼすため、その制振が望まれている⁽¹⁾。

つり橋主塔に代表される柔軟構造物は無数の振動モードを有し、高次モードまで正確にモデル化することは難しい。そのため比較的モデル化が容易であり、励振現象に影響が大きい、低次モードのみを制振の対象とし、高次モードを無視して、コントローラを設計するのが一般的である。ただし、振動モードが比較的接近している場合には、無視した高次モードが励起され、不安定現象(スピロオーバ)を引き起こす。

本研究では、無視した高次モードも考慮しつつ、スピロオーバを回避しながら最大限の制振性能を達成するアクティブ制振コントローラを設計する方法とし

て、正規化既約分解表現に基づく H_∞ 制御と μ 設計による2種類のコントローラを提案する。なお、本研究では、つり橋の主塔を念頭におき、その簡易モデルである二層振り子を制振の対象としている。二層振り子を対象とした理由は、(1) 実際の主塔のように低い粘性をもつモデルを比較的小さな模型で実現できる、(2) 実際の主塔の持つ数 rad/s という遅いモードを比較的小さな模型で実現できる、という点にある。二層振り子制振における制御系設計の方針は、現実の主塔の設計を意識して、第一次モードを既知の制振モードとし、また第二次モードをモデル化の際に打ち切った高次のモードとみなしてスピロオーバは防止するということになる。

本論文の構成は以下のとおりである。第2章では、二層振り子および制振用振り子の概要とそのモデル化を示す。第3章では、正規化既約分解に基づくロバスト安定化問題⁽²⁾⁽³⁾としての H_∞ 制御設計を行い、得られたコントローラの閉ループ特性を解析する。第4章では、 μ 設計⁽⁴⁾⁽⁵⁾を用いてコントローラを設計する。第5章では、得られた2種類のコントローラを用いた実験結果を示し、第6章で両者の比較を行う。

* 原稿受付 1995年4月24日。

^{*1} 名古屋大学学生 (〒464-01 名古屋市中区千種不老町)。^{*2} 正員, 名古屋大学工学部。^{*3} NIIK(株)基礎技術研究所 (〒210 川崎市川崎区南渡田町1)。

Fig. 1 Structure of the 2 bed pendulum

Fig. 2 Block diagram of the velocity feedback of the actuator

2. 二層振り子

2.1 二層振り子模型 本研究で用いる二層振り子を図1に示す。二層振り子は上層振り子(質量 M_1)と下層振り子(質量 M_2)から構成されている。下層振り子には制振振り子(質量 m)と加振振り子が設置され、D.C. モータで駆動される。 l_1, l_2, l_3 は各リンク長である。上層、下層、制振のそれぞれの振り子の絶対位置を x_1, x_2, x_3 とすれば、コントローラに利用できる観測量は、下層振り子に設置された速度センサ情報($\dot{x}_2$)と、制振振り子のD.C. モータに付属するポテンシオメータ情報($X_3 = x_3 - x_2$)である。

制振振り子のD.C. モータには局所速度フィードバック(図2)が施されている。図2中、 u_{new} は制振振り子の相対速度 $\dot{X}_3$ に対する速度指令値であり、制振振り子への入力トルク u は、PI制御により

$$u = \frac{Ks+P}{s} (u_{new} - \dot{X}_3) \quad (1)$$

と生成される。

2.2 二層振り子模型の設定 本研究では、建設途上にあるつり橋主塔の制振を念頭においている。この場合、建設の進行に伴い、構造物の振動特性が変化するはずである。このような状況を反映すべく、本研究では、表1に示す2種類の二層振り子(それぞれ Model 1, Model 2 と呼ぶ)を準備した。Model 1 に対し Model 2 は、質量的にも大きさ(リンク長)的にも増加した二層振り子になっており、Model 1 から Model 2 への変化は建設進行によるつり橋主塔の構造変化に対応している。ただし、この二層振り子の変化に対し

Table 1 Specification of the models' parameters

Model No.	Weight (kg)		Length (m)		Mode	Natural frequency (rad/sec)
	M_1	M_2	l_1	l_2		
1	760	600	0.90	0.25	1st	3.085
					2nd	8.947
2	280	1440	0.65	0.65	1st	2.802
					2cd	13.477

Fig. 3 Bode plots of Model 1 (solid) and Model 2 (dash)

て制振振り子は不変であり、 $m=10[\text{kg}]$, $l_3=0.4[\text{m}]$ は変化させない。表1にも示すとおり、2種類の二層振り子を用いて、制振モード(第一次モード)が1割程度変化した場合の制御性能を確かめることができる。

2.3 モデル化 2.1節で示した二層振り子模型に対し、振り子の振動は微小であり、運動は水平面内に限られるものと仮定し、システム全体をマス・ばね・ダンパ系ととらえることで、式(2)の運動方程式を得る。

$$\left. \begin{aligned} M_1 \ddot{x}_1 + C_{11} \dot{x}_1 + C_{12} \dot{x}_2 + K_{11} x_1 + K_{12} x_2 &= 0 \\ M_2 \ddot{x}_2 + C_{21} \dot{x}_1 + C_{22} \dot{x}_2 + C_{23} \dot{x}_3 \\ &+ K_{21} x_1 + K_{22} x_2 + K_{23} x_3 = f \\ m \ddot{x}_3 + C_{32} \dot{x}_2 + C_{33} \dot{x}_3 + K_{32} x_2 + K_{33} x_3 &= u/l_3 \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

ここで、 K_{ij} はばね定数、 C_{ij} は減衰係数である。

制振振り子のD.C. モータは式(1)の局所速度フィードバックが施されているので、式(2)の u に式(1)を代入し、システム全体の運動方程式を得る。システムの入力は励振振り子で加えられる外乱力 f と、制振器速度指令値 u_{new} 、出力は下層振り子速度 $\dot{x}_2$ と制振振り子の相対位置 X_3 となり、伝達関数表現すると式(3)のような2入力2出力系となる。

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_2 \\ X_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} G_{11}(s) & G_{12}(s) \\ G_{21}(s) & G_{22}(s) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} f \\ u_{\text{new}} \end{bmatrix} \dots\dots\dots (3)$$

式(3)の伝達関数行列の各要素のゲイン特性を図3に示す。図3中、実線がModel 1、破線がModel 2を表している。

3. H_∞ コントローラ

3.1 ノミナルモデルとモデル化誤差 ノミナルモデルはModel 1を低次元化することで導出される。Model 1は式(3)で表される7次(二層振り子の4次+制振振り子の2次+PI制御の1次)の制御対象である。制振モードは二層振り子の第一次モード(3.09 rad/s)であるので、この周波数帯域で良好な近似となるよう、ハンケルノルム近似によって、3次のノミナルモデルを得た。図4にModel 1とノミナルモデルのゲイン特性を示す。モデル化誤差は乗法的摂動で評価する。

3.2 正規化既約分解に基づく H_∞ 制御設計

3.2.1 設計仕様 二層振り子の制御系を図5

Fig. 4 Bode plots of Model 1 (solid) and the nominal model (dash)

Fig. 5 Block diagram of the control system

(a)のように組む。3.1節で得られたノミナルモデル $G_{12\text{nom}}, G_{22\text{nom}}$ と乗法的摂動 Δ_m を用いて、図5(a)を図5(b)のように表現する。設計仕様は、

(a) f から $\dot{x}_2$ へのゲイン特性において、第一次モードゲインを20 dB以上低下する。

(b) スピルオーバーの防止のため、 f から $\dot{x}_2$ へのゲイン特性において、第二次モードのゲイン変化を ± 1 dB以内に抑える。

(c) f から $\dot{x}_2$ の過渡特性(特に減衰特性)を改善する。

(d) 物理的制約上、制振振り子の相対遅れ X_3 をできるだけ小さく抑える。

である。ここで(c)と(d)は相反する仕様であり、適当なトレードオフが必要であることを注意する。

3.2.2 正規化既約分解に基づく H_∞ 制御設計

正規化既約分解表現に基づく H_∞ 制御設計は、開ループの周波数整形に基づく設計法である。図5(b)の開ループ部分だけをぬきとって、図6の拡大系を構成する。前述の設計仕様(b)はおもに周波数重み W_1 に、設計仕様(a), (c), (d)は周波数重み W_2 に反映し、

$$W_1 = \frac{1}{(s/7+1)^4},$$

$$W_2 = \begin{bmatrix} \frac{30}{(s/6+1)^4} & 0 \\ 0 & \frac{0.1}{(s/6+1)^4} \end{bmatrix}$$

と決定した。このときの開ループ G_s の周波数整形の

Fig. 6 Block diagram of the augmented plant

Fig. 7 Open loop shaping $G_{12\text{nom}}, G_{22\text{nom}}$ (solid) and G_s (dash)

Table 2 Closed loop properties for the H_∞ controller

	Open loop	Closed loop
1st Mode gain	-31.1dB	-59.0dB (-27.9dB)
2nd Mode gain	-47.6dB	-48.2dB (-0.6dB)
Damping Ratio (1st Mode)	0.0056	0.191

Fig. 8 Bode plot of complementary sensitivity function

様子を図7に示す。図7中には、開ループ整形の指針としたモデル化誤差 Δ_m^{-1} のゲイン特性を、一点鎖線で示してある。周波数重みの決定に際しては、得られる閉ループ特性を考慮した試行錯誤が必要であったが、この試行の方針はかなり明確である。

この整形後の開ループ伝達関数 G_s に対して、正規化既約分解に基づくロバスト安定化コントローラ K を求めた⁽²⁾ 結果、本来のコントローラ $K_s = W_1 K W_2$ は19次となった。実験に際しての計算量の負荷を考慮して、コントローラ K_s は12次に低次元化した。

3・2・3 閉ループ特性 12次の低次元化されたコントローラが設計仕様を満たすことを確認するため、閉ループ特性を解析する。図8は、補感度関数 $K_s(I - G_{2nom}K_s)^{-1}G_{2nom}$ と乗法的摂動 Δ_m のゲイン特性を示すものである。 T (実線)が Δ_m^{-1} (破線)の下に位置しており、ロバスト安定性(スピルオーバーの回避)が達成されていることが確認できる。

また f から $\dot{x}_2$ への開ループ特性と閉ループ特性の数値的な比較を、表2に示す[なお()内の数値は開ループと閉ループのゲイン差を表す]。

表2により仕様(a)～(c)が満たされているのが確認できる。また、仕様(d)の要求は、第一次モードでの f から X_3 への閉ループゲインを、 f から $\dot{x}_2$ への閉ループゲインと比較することで確認した。

4. μ コントローラ

4・1 ノミナルモデルとモデル化誤差 本節では

Fig. 9 Block diagram of the 2-bed pendulum (without actuator)

Fig. 10 Block diagram of the actuator

高次モードの不確かさに加えて、制振モードそのものの変動をも許容するコントローラの設計を試みる。制振モードの変動は、二層振り子部分と制振振り子部分とを分離することで、より明確にモデル化できる。そこでノミナルモデルの導出は、3・1節同様、式(3)のModel 1に基づく低次元化であるが、ここでは二層振り子部分と制振振り子部分を分離して、低次元化ノミナルモデルを得る。またモデル化誤差は、Model 1とノミナルモデルとの加法的接動に加え、ノミナルモデルのパラメータ変動を導入することになる。

まず二層振り子部分のノミナルモデルは、式(2)の第1, 2式において、 $\dot{x}_3 = X_3 + x_2$ を代入して得られる

$$\left. \begin{aligned} M_1 \ddot{x}_1 + C_{11} \dot{x}_1 + C_{12} \dot{x}_2 + K_{11} x_1 + K_{12} x_2 &= 0 \\ M_2 \ddot{x}_2 + C_{21} \dot{x}_1 + C_{22} \dot{x}_2 + K_{21} x_1 + K_{22} x_2 \\ &= f + C_3 \dot{x}_3 + K_3 x_3 \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (4)$$

$$\left. \begin{aligned} (C'_{22} &= C_{22} - C_{23}, K'_{22} = K_{22} - K_{23}, \\ C_3 &= -C_{23}, K_3 = -K_{23}) \end{aligned} \right\}$$

に基づいて導出される。式(4)を、外乱力 f や制振振り子の制振力 $C_3 \dot{x}_3, K_3 x_3$ を入力とし、出力を $\dot{x}_2, X_3$ とするシステムと考えれば、図9のブロック線図が得られる。図9中、 G_1 は4次の伝達関数である。

この G_1 を制振モードのみに着目して低次元化をはかり、2次のノミナルモデル G_{nom1} を得る。

$$G_{nom1}(s) = \frac{s}{\bar{M}s^2 + \bar{C}s + \bar{K}} \dots\dots\dots (5)$$

ノミナルモデル G_{nom1} と実制御対象 G_1 とのモデル化誤差は加法的摂動としてとらえる。さらに、二層振り子のModel 1からModel 2への変化はノミナルモデル G_{nom1} のパラメータ $\bar{M}, \bar{K}$ の変動としてとらえる。

制振振り子部分のノミナルモデルは、式(2)の第3式において、二層振り子から制振振り子への影響を無

視し、式(1)の関係をを用いて得られる、

$$\begin{aligned} m\ddot{X}_3 + \left(C_{33} + \frac{K}{l_3}\right)\dot{X}_3 + \left(K_{33} + \frac{P}{l_3}\right)X_3 \\ = \frac{1}{l_3}\left(K + \frac{P}{s}\right)u_{\text{new}} \end{aligned} \quad (6)$$

に基づいて導出される。制振振り子部分の出力は、二層振り子への影響力 $C_3\dot{X}_3 + K_3X_3$ を生成する必要から、 $(\dot{X}_3, X_3)^T$ と定める。式(6)を図10のブロック線図に表現する。図10中 G_A は3次の伝達関数である。この G_A は、前述の局所速度フィードバック (PI 制御) の効果によって、ノミナルモデル $G_{A \text{ nom}}$

$$G_{A \text{ nom}}(s) = \begin{bmatrix} 1 \\ \frac{1}{s} \end{bmatrix} \quad (7)$$

によって、よく近似される。

以上より、二層振り子部分と制振振り子部分を組合せた全体のノミナルモデル G_{nom} は、図11の2入力2出力系として得られる。

このノミナルモデルのゲイン特性を図12に示す。破線はノミナルモデル、実線は Model 1 の特性である。

Fig. 11 Block diagram of the 2-bed pendulum (with actuator)

ただし、ノミナルモデルにおいて G_{21} 要素のゲインは零であることに注意したい。

4.2 μ 設計

4.2.1 設計仕様 3.2.1 項の設計仕様 (a) ~ (d) に加え、二層振り子が Model 1 から Model 2 へ変化しても、これらの設計仕様が満たされる、いわゆるロバスト制御性能を要求する。これは、建設途上のつり橋主塔制振制御を念頭に置いているためである。

4.2.2 μ 設計 4.1 節で求めたノミナルプラントに基づいて図13のような閉ループシステムを構成する。図13中 W_{del} は、ノミナルモデル $G_{\text{nom}}(s)$ と Model 1 との加法的摂動を評価した周波数重みであ

Fig. 12 Bode plots of Model 1 (solid) and the nominal model (dash)

Fig. 13 Block diagram of the augmented plant

り,

$$W_{del} = 0.00143 \frac{(1/0.7s + 1)^2}{(1/70s + 1)^2} \times \frac{(1/7s + 1)^2}{(1/70s + 1)^2}$$

と設定した.

W_{dM} , M_{dK} は, Model 1 から Model 2 への変化に対応したノミナルモデル $G_{nom1}(s)$ のパラメータ変動を評価した定数重みであり,

$$W_{dM} = \frac{1}{\hat{M}_1} - \frac{1}{\hat{M}_2} = 0.2403$$

$$W_{dK} = \frac{g}{\hat{l}_1} - \frac{g}{\hat{l}_2} = \frac{\hat{K}_1}{\hat{M}_1} - \frac{\hat{K}_2}{\hat{M}_2}$$

Fig. 14 Robust stability, nominal performance and μ

$$= 0.1360 \left(\hat{K} = \frac{\hat{M}g}{\hat{l}} \right)$$

(添字 1, 2 は Model 1, Model 2 を表す)

と設定した. これらに隣接する $\Delta_G(s)$, $\Delta_M(s)$, $\Delta_K(s)$ は, 正規化された不確かさを表現した摂動であり, H_∞ ノルムが 1 未満の安定な伝達関数と考える.

制御性能に関する周波数重み W_{p1} , W_{p2} は, 設計仕様 (a), (b) を反映すべく

$$W_{p1} = 7.14 \frac{1}{(0.1s + 1)^2}$$

$$W_{p2} = 35.71 \frac{100s + 1}{0.01s + 1}$$

のように設定した.

以上の重み関数を用いて μ 設計の近似解法である D K 反復法を 3 回行うことで, 構造化特異値が 1 以下になるコントローラを設計した. 得られたコントロ

Table 3 Closed loop properties for the μ controller

Model No.	Mode	Open loop gain	Closed loop gain
1	1st	-31.1dB	-61.2dB (-30.1dB)
	2nd	-47.5dB	-45.2dB (+2.3dB)
2	1st	-35.2dB	-62.6dB (-27.4dB)
	2nd	-77.5dB	-77.5dB (0.0dB)

Fig. 15 Experimental results for Model 1

ーラの次数は20次であったが、実験を考慮し12次に低次元化を行った。

4・2・3 閉ループ特性 設計仕様を確認するために、前章同様に低次元化後のコントローラの閉ループ特性を確認する。まず低次元化コントローラによる μ プロットを図14に示す。左図の破線がロバスト安定性、実線がノミナルパフォーマンスを表し、右図が μ プロットを表している。

図14より構造化特異値が1以下であることが確認でき、システムのロバスト安定性およびロバスト性能が保証されていることが確認できる。

また f から $\dot{x}_2$ への開ループと閉ループのゲイン特性を数値的に比較したものを表3に示す。本節ではプラントの変動も考慮して設計を行ったのでModel 1, Model 2それぞれに対して値を示してある。得られたコントローラは設計仕様(a)を満たしているが、Model 1に対する第2次モードのゲイン変化が+2.3 dBとなり、設計仕様(b)の ± 1 dB以内に抑える要求を満たさなかった。ただし、(b)の仕様はスピルオーバー防止に対して絶対的な要求ではないので、今回は本コントローラを用いて実験を行った。なお、仕様(c)、(d)についても3章同様の考察ができた。

5. 実験

5・1 実験の構成 3章および4章で得られた低次元化コントローラを、双一次変換(サンプリングタ

Fig. 16 Block diagram for the real system

イム: 0.05 [s])により離散化し、シミュレーションで制御性能を確認した後、実験を行った。実験の構成を図16に示す。図中、フィルタ1、フィルタ2は、それぞれアンチエイリアシング、平滑化のためのローパスフィルタであり、ろ過特性がそれぞれ314.2 rad/s, 188.5 rad/sの8次のバターワースフィルタである。また $f(t)$ は、制御開始時刻 t_0 (スイッチON)から10秒間に、零から1へ滑らかに変化するゲインであり、

$$f(t) \equiv \begin{cases} \frac{1}{10}t : t_0 \leq t < t_0 + 10 \\ 1 : t \geq t_0 + 10 \end{cases} \quad \dots\dots\dots (8)$$

で定義されている。

実験では、二層振り子 Model 1, Model 2 に対し、 H_∞ コントローラと μ コントローラを用いて、

● 第一次モードの定常励振に対する定常特性(a-i)

● 第一次モードの定常励振の後、励振を止めたときの減衰特性(a-ii)

● 第二次モードの定常励振に対する定常特性(b-i)

● 第二次モードの定常励振の後、励振を止めたときの減衰特性(b-ii)

を調べた。観測データは下層振り子速度 $\dot{x}_2$ と制振振り子相対位置 X_3 である。外乱力 f は図中の()内の周波数の正弦波を与えた。

5・2 実験結果 紙面の都合上、図15に、二層振り子 Model 1 に対する下層振り子速度 $\dot{x}_2$ の実験結果のみを示す。図15中▽は励振終了時刻を表している。第一次モードの定常特性および減衰特性から、 H_∞ コントローラ、 μ コントローラの著しい制振効果が確認できる。このときの制振振り子の最大振幅は、 H_∞ コントローラ、 μ コントローラとも約20 cm程度であった。また、第二次モードの定常特性および減衰特性は、

Table 4 Experimental results

Model No.	Mode	Amplitude of steady state [m/s]			Damping ratio		
		no control	H_∞	μ	no control	H_∞	μ
1	1st	0.1025	0.0059 (-24.87dB)	0.0050 (-26.24dB)	0.0055	0.0226 (4.11times)	0.0392 (7.13times)
	2nd	0.0480	0.0506 (0.45dB)	0.0445 (-0.66dB)	0.0142	0.0170 (1.20times)	0.0139 (0.98times)
2	1st	0.0802	0.0045 (-25.02dB)	0.0035 (-27.20dB)	0.0046	0.0306 (6.65times)	0.0425 (9.24times)
	2nd	0.01695	0.0171 (0.51dB)	0.0172 (0.13dB)	0.0084	0.0075 (0.89times)	0.0091 (1.08times)

無制御の場合とほとんど変化なく、スピルオーバー現象が生じていないことを確認できる。

二層振り子 Model 1 と Model 2 に対する下層振り子の定常振幅と減衰特性の実験結果を表 4 にまとめる。表中、() 内の数値は無制御と比較した制御性能改善量である。

表 4 から、 H_∞ コントローラ、 μ コントローラともに、Model 1, Model 2 に対してスピルオーバーをおこすことなく、定常特性と減衰特性が設計仕様を満たしていることがわかる。また、実験では、 μ コントローラを使用しても第二次モードのゲイン変化を ± 1 dB 以内に抑えることができた。

6. お わ り に

本研究では、建設中のつり橋主塔の制振制御を念頭に置き、その簡易モデルである二層振り子模型に対して、正規化規約分解に基づく H_∞ 制御ならびに μ 設計によるコントローラを提案した。制振モードの変化する二つの模型に対して、実験を行った結果、両手法によるコントローラは、ともに良好な制振性能を示し、提案したコントローラの有効性を確認できた。

両手法のコントローラで達成できる制御性能の比較は、用いた拡大系や周波数重みに大きく依存するので

一概には比較できないが、正規化規約分解に基づく H_∞ 制御設計は、設計の簡便さや計算時間などの面において優れ、簡易な設計が可能であり、一方 μ 設計においては、定式化が難しかったり、コントローラの計算に多大な時間を要する反面、コントローラの保証する性能の大きさ(不確かさに対する性能の保証や、模型そのものの変化の許容など)において優れており、必要に応じた使い分けが必要であると思われる。

今後、つり橋の主塔により近い、塔型の模型に対する本手法の適用を検討していきたい。

文 献

- (1) Takahashi, M., ほか 5 名, Active Control of The Wind-induced Vibration of A Suspension Bridge Tower, *Proceeding of MOVIC*, (1993), 132-137.
- (2) 川谷亮治, H_∞ 制御系の設計例, 第 41 回システム制御情報講演会資料, (1992), 89-96.
- (3) McFarlane, D.C. and Glover, K., Robust Controller Design Using Normalized Coprime Factor Plant Descriptions, *Lecture Notes in Control and Information Sciences*, (1990), 138, Springer Verlag.
- (4) Balas, G. J., ほか 4 名, μ Analysis and Synthesis Toolbox, (1991), 2-13-33, The Math Works Inc. and MUSYS Inc.
- (5) Mizuno, H., Iijima, Y. and Hayakawa, Y., Active Control for a Bridge Tower using μ synthesis, *Proceeding of SICE '94*, (1994), 321-322.