振動・音響エネルギーによる音の発生メカニズムの 解明に関する研究*

(第2報, 振動インテンシティの渦と音場の関係)

中川 紀壽^{*1}, 東 明彦^{*2}, 関口 泰久^{*1}

Study on Sound Generating Mechanism Using Vibrational Energy and Sound Energy (2nd Report, Relationship between Structural Intensity Vortex Flow and Sound Field)

Noritoshi NAKAGAWA, Akihiko HIGASHI and Yasuhisa SEKIGUCHI

Most of the sound generated by vibrating structures is structure-borne sound. The purpose of this study is to investigate the generating mechanism of the structure-borne sound using vibrational energy and sound energy. The analytical model is a rectangular plate which is one of the basic elements of structures. The plate is excited sinusoidally at one point on the plate and proportional damping is taken into consideration. The dynamic response of the plate is calculated using the finite element method to obtain vibrational energy and sound energy. This paper describes the relationship between sound energy generated by a vibrating plate and vibrational energy flow patterns at different excitation points. As a result, sound radiation efficiency varies under the condition that generates the vortex flow patterns of the vibrational energy, while it is constant under other conditions. Sound energy under the influence of the vibrational energy flow can be estimated from sound radiation efficiency and two kinds of energy ratios. The influence of the vibrational energy flow patterns on sound field can be expressed by the phase distribution of complex displacement on the vibrating plate.

Key Words: Structural Intensity, Sound Intensity, Structure Borne Sound, Energy Flow Pattern, Vortex Flow, Phase

1. 緒 言

近年, 環境問題において騒音に対する関心は非常に高くなり, 家電製品などの小形機械から産業機械などの大形機械にいたるまで, 騒音の低減および静音化を考慮した設計法が必要とされてきている。機械構造物から放射される騒音については, その大半が機械構造物自体の振動によって放射される振動放射音であることが知られている。これまでに, 振動放射音に関する報告は数多くなされているが, その多くは放射音のパワーや音圧分布の予測に関する報告^{(1)~(4)}であり, 振動場から音が放射される過程での振動エネルギーと音響エネルギーの相関性についての報告は少ない。なかでも, 振動エネルギーと音響エネルギーの両方を用いた報告としては, 振動エネルギーを考慮した騒音の抑制に関する報告⁽⁵⁾がある。しかし, 機械構造物の振動から音へエネルギーが変換されると考えられる近接場

における, 振動, 音響両エネルギーの相関や, 振動エネルギーから音響エネルギーへの変換メカニズムなど, 振動放射音の発生メカニズムについては, まだ不明な部分が多いと思われる。

本論文では, 振動放射音の発生メカニズムを明らかにするため, 振動, 音響の両エネルギーを用いることにより, 近接場における両エネルギーの分布状態について明らかにするとともに, 両エネルギーの相関性について調べる。

そのため本論文では, 機械構造物の基本要素である平板を解析の対象とし, また, エネルギーの流入箇所が明らかである場合として, 平板が点加振され振動している場合を考える。まず, 平板の振動について有限要素法により振動解析を行い, その結果をもとにして音場解析を行う。そして, 得た結果を用いて振動エネルギーおよび音響エネルギーの流れを表す振動インテンシティ⁽⁶⁾⁽⁷⁾および音響インテンシティ⁽⁸⁾を求め, それぞれのエネルギー流れの分布についての比較を行う。第1報⁽⁹⁾では, 構造物から放射される音響エネルギーの放射パターンには, 減衰の付加による振動場の

* 原稿受付 1995年5月15日。

^{*1} 正員, 広島大学工学部(〒739 広島市鏡山1-4-1)。

^{*2} 正員, 広島大学大学院。

散逸エネルギーの増大によって、2種類の放射パターンが存在し、これらのパターンは振動による散逸エネルギーと音響エネルギーの比を用いることによって区別できることを示した。また、振動エネルギーの伝搬成分は音響エネルギーに変換されやすいが、一般に振動モードが励起されている場合においては、振動エネルギーの伝搬成分よりも非伝搬成分(運動エネルギー)のほうが支配的であるため、音響エネルギーの放射パターンは振動モードに依存した分布を示すことについて示した。しかし、各振動モードにおいて振動エネルギー流れの分布は異なった分布を示すが、振動エネルギーの伝搬成分が音響エネルギーに変換されやすいエネルギーであることから、これらの分布が音響エネルギーにどのような影響を与えるか解明する必要があると思われる。

そこで、本論文では、音響エネルギーの放射パターンに変化が生じない領域において、振動エネルギー流れが音場に及ぼす影響について調べるため、構造物に特別な減衰要素を付加せず、構造物自身が有する程度の非常に小さい減衰のみを考慮した場合について調べる。構造物において加振源が異なると振動エネルギー流れの分布に変化が現れるが、結果的には振動モード形状は同一形状が現れる。そこで、加振点の位置を変更した場合に現れる振動エネルギー流れのパターンについて示し、さらに、この振動エネルギー流れの分布の違いが音場へ与える影響について解析を行う。また、振動エネルギー流れの分布に影響を及ぼす要因について明らかにし、その要因と音場との関係、すなわち振動エネルギー流れの分布と音場の関係について考察する。

2. 平板の振動と振動放射音

2.1 平板の振動解析 図1に本研究で用いる解析モデルを示す。矩形平板の周辺は完全固定されており、また、板厚は十分薄いものとして振動解析を行う。矩形平板は、任意の位置Aにおいて点加振される

Fig. 1 Analytical model

ものとし、解析の際に用いる各定数を表1に示す。

振動解析に有限要素法を用いると、振動平板の運動方程式は次式で表される。

$$[M]\{\ddot{w}\} + [C]\{\dot{w}\} + [K]\{w\} = \{f\} \quad \dots\dots\dots (1)$$

ここで、 $[M]$, $[C]$, $[K]$ は、それぞれ質量、減衰、剛性マトリックスを表し、 $\{w\}$, $\{f\}$ は、それぞれ平板のたわみおよび加振外力ベクトルを表す。また、減衰マトリックス $[C]$ は、次式で表される比例減衰マトリックス⁽¹⁰⁾を用いる。

$$[C] = \alpha[M] + \beta[K] \quad \dots\dots\dots (2)$$

ここで、 α , β は比例減衰係数である。

これにより矩形平板に一樣な減衰を与えることができる。また、減衰の大きさは、次式によって表される (m, n) モードのモード減衰比 $\zeta_{mn}^{(10)}$ を用い、本論文ではこの値を $\zeta_{mn} = 1.0 \times 10^{-5}$ として解析を行う。

$$\zeta_{mn} = \frac{1}{2} \left(\frac{\alpha}{\Omega_{mn}} + \beta \Omega_{mn} \right) \quad \dots\dots\dots (3)$$

ここで、 Ω_{mn} は (m, n) モードの不減衰固有角振動数である。

2.2 振動インテンシティ

振動インテンシティ W は、単位面積を単位時間通過する振動エネルギーとして定義されるベクトル量であり、式(4)で表されるように、 x, y 方向の振動インテンシティ W_x, W_y の合成によって求められる。ここで、 x 方向の振動インテンシティ W_x は、せん断力、曲げモーメント、ねじりモーメントの各成分からなり、平板の z 方向の変位を w とすると式(5)で求められる⁽⁶⁾。

$$W = W_x + W_y \quad \dots\dots\dots (4)$$

$$W_x = j\omega B \left[w \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\partial^2 w^*}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 w^*}{\partial y^2} \right) - \frac{\partial w}{\partial x} \left(\frac{\partial^2 w^*}{\partial x^2} + \nu \frac{\partial^2 w^*}{\partial y^2} \right) - (1-\nu) \frac{\partial w}{\partial y} \frac{\partial^2 w^*}{\partial x \partial y} \right] \quad \dots\dots\dots (5)$$

ここで、 j は虚数単位、 B は板の曲げ剛性、 ν はポアソン比、そして、 $*$ は共役複素数を表す。また、 y 方向の振動インテンシティ W_y については、式(5)の x と y を入れ換えることにより同様に求めることができる。

そこで、振動インテンシティの性質を知るために、簡単のためはりの場合のような一次元の振動インテンシティについて考える。まず、一次元の場合における振動インテンシティは次式で表される。

Table 1 Material constants for analysis

Plate thickness	m	1.50×10^{-3}
Young's modulus	Pa	2.06×10^{11}
Mass density	kg/m ³	7.85×10^3
Poisson's ratio		0.30

$$W = W_x = j\omega B \left(w \frac{\partial^3 w^*}{\partial x^3} - \frac{\partial w}{\partial x} \frac{\partial^2 w^*}{\partial x^2} \right) \dots \dots (6)$$

ここで、完全自由場の仮定を導入し、図2に示す●点における振動インテンシティを求めるための測定点1, 2の位相を、それぞれ ϕ_1, ϕ_2 、さらに複素変位を $w(x=1)=w_1 \exp(-j\phi_1)$, $w(x=2)=w_2 \exp(-j\phi_2)$ と表し、有限差分近似を行うと、振動インテンシティは次式で求められる。

$$W = W_x = \frac{2\omega B k^2}{\Delta} w_1 w_2 \sin(\phi_1 - \phi_2) \dots \dots \dots (7)$$

ここで、 $k^4 = m\omega^2/B$ であり、 m は単位面積あたりの質量、 Δ は測定点の間隔を表す。式(7)より、振動インテンシティの正負、すなわち方向に対しては、測定点間の位相差が非常に大きな影響を及ぼす要因であると思われる。

本論文では式(5)で表される振動インテンシティを二次元の有限差分近似を用いて直接求める。

2・3 音響インテンシティ 音響インテンシティ I は、単位時間に単位面積を通過する音響エネルギーとして定義され、ベクトル量で与えられる。そこで、平板を多数の微小要素に分割し、それぞれの要素がピストン振動していると仮定すると、空間の任意点 $P(x, y, z)$ における音響インテンシティ I は、微小要素の数を N として次式で求められる⁽⁸⁾。

$$I = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^N p_i \sum_{i=1}^N \vec{u}_i^* \dots \dots \dots (8)$$

ここで、 $p_i, \vec{u}_i$ は、それぞれ i 番目の要素の振動によって与えられる音圧、粒子速度を表す。また、音圧 p_i と、粒子速度の x, y, z 方向成分 u_{xi}, u_{yi}, u_{zi} は、それぞれ次式により求められる。

$$p_i = j\omega\rho \frac{A_i}{r_i} \exp j(\omega t - \kappa r_i) \dots \dots \dots (9)$$

$$u_{xi} = A_i(x - x_i) r_i^{-2} (r_i^{-1} + j\kappa) \exp j(\omega t - \kappa r_i)$$

$$u_{yi} = A_i(y - y_i) r_i^{-2} (r_i^{-1} + j\kappa) \exp j(\omega t - \kappa r_i)$$

$$u_{zi} = A_i z r_i^{-2} (r_i^{-1} + j\kappa) \exp j(\omega t - \kappa r_i) \dots \dots \dots (10)$$

ただし、

$$A_i = j\omega w(x_i, y_i) \Delta S_i / 2\pi$$

$$r_i = \sqrt{(x - x_i)^2 + (y - y_i)^2 + z^2}$$

$$\kappa = \omega/c$$

ここで、 ρ は空気密度、 c は音速、 x_i, y_i は i 番目の微

Fig. 2 Measuring points for one dimensional structural intensity

小要素の位置、および ΔS_i は i 番目の微小要素の面積を表す。本論文では、音響インテンシティ解析の際に影響を与える解析平面の高さ z について、この高さ z が各振動数において放射される音の波長に対して一定の比となる無次元パラメータ $\mu (= \kappa z)^{(9)}$ を用い、 $\mu = 0.01$ として音場解析を行う。

3. 振動エネルギーと音場の関係

3・1 振動エネルギー 図1に示した解析モデルにおいて、加振点を図3に示すように平板の1/4の範囲内の1から70までとし、各点を加振したときの振動エネルギー流れについて解析を行う。なお、加振は1点でのみ正弦波状に与えるものとし、加振力の大きさは加振点によらず一定とする。ここでは例として(1, 2), (2, 1), (2, 3)モードの結果について示す。

まず、それぞれの加振点において平板を加振した際の振動インテンシティベクトル図として代表的なものを図4~6に示す。図中における●は加振点を示している。これらの図より、加振点によって振動エネルギー流れの分布のようすがまったく異なっていることがわかる。つまり、同一の振動モードが励起されている状態でも、振動エネルギー流れの分布は加振位置によって異なる二つの分布を示す。まず、その一つは加振点から振動エネルギーがわきだし、平板全体に広がり、渦の生成がみられるとともに振動インテンシティ分布から加振点が明確にわかる分布である[図4~6(a)]。もうひとつは渦が十分に生成されており振動インテンシティ分布からでは加振点を明確に表すことができない分布である[図4~6(b)]。他の振動モードにおいても同様のことがいえる。

3・2 振動エネルギーの渦と音場の関係 3・1節では、加振点によって振動エネルギー流れの分布が異なること、さらに振動エネルギーの渦が生成されているか否かにかかわらず加振点が明確な場合と、渦が十

Fig. 3 Position of exciting point for analysis

分に生成され加振点が不明確な場合の2種類の分布状態があることについて述べた。本節では、音響インテンシティの解析を行うことにより、振動エネルギーの渦が音場に与える影響について調べる。

まず、先に示した図4~6と同じ条件において、振動平板上の音響インテンシティを求めた結果をそれぞれ図7~9に示す。なお、音響インテンシティは三次元のベクトル量であるが、ここでは振動インテンシティとの比較のため、 x, y 成分のみを用いて平面に投影した

分布として、二次元のベクトルで表す。また、 z 方向成分については正負についてのみ示し、図中の実線で示すベクトルは正の向きで音響エネルギーがわきだす部分を示し、破線で示すベクトルは負の向きで吸い込みの部分について示している。

これらの図を見ると、振動エネルギー流れの分布が音響エネルギー流れの分布に与える影響はほとんどないように思われる。これは第1報で示したように、散逸エネルギーが本論文で取扱う平板では非常に小さい

Fig. 4 Structural intensity vector maps ((1, 2) mode)

Fig. 7 Sound intensity vector maps ((1, 2) mode)

Fig. 5 Structural intensity vector maps ((2, 1) mode)

Fig. 8 Sound intensity vector maps ((2, 1) mode)

Fig. 6 Structural intensity vector maps ((2, 3) mode)

Fig. 9 Sound intensity vector maps ((2, 3) mode)

ため、音響インテンシティの分布は振動モードにのみ依存した分布となっていることがわかる。

そこで、加振点を移動させることにより振動エネルギー流れの分布に変化を生じさせ、この分布が音響エネルギーの放射パワーにどのような影響を及ぼしているかについて明確にするため、加振点を図3に示す1から70まで移動させ、そのとき放射される音響エネルギーとして振動平板を閉じ囲む閉曲面において音響パワーを求める。さらに、音響放射効率 $\sigma^{(1)}$ 、振動エネルギーに対する音響パワーの比 η_{sv} 、そして、入力エネルギーに対する音響パワーの比 η_{sl} を求める。以上の値について求めた結果を(1, 2)、(2, 1)、(2, 3)モードに対して、それぞれ図10～12に示す。ここで、音響放射効率 σ 、および各エネルギー比 η_{sv} 、 η_{sl} は、平板

を N 個の微小要素に分割することにより次のように表すことができる。

$$\sigma = \frac{P}{\rho a b c \langle \bar{v}^2 \rangle} \quad \dots\dots\dots (11)$$

$$\eta_{sv} = \frac{P}{\frac{1}{2} \sum_{i=1}^N m_i v_i^2} \quad \dots\dots\dots (12)$$

$$\eta_{sl} = \frac{P}{f v_F} \quad \dots\dots\dots (13)$$

ここで、 P 、 v_i 、 m_i 、 f は、それぞれ音響パワー、平板の i 番目の微小要素の振動速度、微小要素の質量、加振力を表し、 $\langle \bar{v}^2 \rangle$ 、 v_F は、それぞれ振動平板全域での速度の二乗平均の時間空間平均値、加振点における平板の振動速度を表す。したがって、これらのパラメータは、それぞれが各点における励振外力に対する音の放射のしやすさを表すパラメータであると考えることができる。

図10～12において、○印は振動エネルギーの渦が

Fig. 10 Sound radiation efficiency and energy ratios related to exciting points ((1, 2) mode)

Fig. 12 Sound radiation efficiency and energy ratios related to exciting points ((2, 3) mode)

Fig. 11 Sound radiation efficiency and energy ratios related to exciting points ((2, 1) mode)

Fig. 13 Nodal lines and exciting points

完全に生成されておらず加振点が明確にわかる振動インテンシティ分布を示し、●印は完全に渦が発生され加振点が不明確となる振動インテンシティ分布を示している。これらの図を見ると、入力エネルギーに対する音響パワーの比 η_{sv} はほぼ一定値であるのに対し、加振位置によって音響放射効率 σ および振動エネルギーに対する音響パワーの比 η_{sv} が変化する部分のことがわかる。また、音響放射効率はほとんどの加振位置においてほぼ一定値を示しているが、それぞれの振動モードである特定の部分を加振した場合に増大する場合と減少する場合のことがわかる。

そこで、図13にそれぞれの振動モードと節線および加振点について示す。図13に示す●印は図10～12の●印と対応している。よって、音響放射効率に変化する時の加振位置は、各振動モードにおいて加振点が節線に近い部分であることがわかる。さらに、このときの振動インテンシティ分布は、渦が発生し加振点が不明確となっている部分であることがわかる。すなわち、振動インテンシティの渦が発生し、加振点が不明確となる分布を示すとき、空間に放射される音響エネルギーに変化が生じ、音響放射効率が増大または減少することがわかる。

そこで、式(7)に示したように、振動インテンシティベクトルの向きを決定するための重要なパラメータ

である振動平板の複素変位の位相について求める。振動平板の位相は次式によって求められる。

$$\phi_i = \tan^{-1} (\Im\{w_i\} / \Re\{w_i\}) \dots \dots \dots (14)$$

ここで、 w_i は平板の i 番目の微小要素の複素変位を表し、 $\Im\{w_i\}$, $\Re\{w_i\}$ はそれぞれ複素変位の虚数部、実数部を表す。すなわち、非常に減衰の少ない平板においても、わずかな減衰の効果があることによって、同位相で振動していると考えられる節線で取囲まれる領域(以後、フェイズセルと記す)においてもわずかに位相のずれが生じる。そこで、先に示した(2, 1)モードの結果である図11に示すAからDの場合について振動平板の複素変位の位相を求めた結果として等位相線図を図14に示す。なお、等位相線の間隔はそれぞれの

Fig. 15 Phase difference ratio related to exciting points ((1, 2) mode)

Fig. 16 Phase difference ratio related to exciting points ((2, 1) mode)

Fig. 17 Phase difference ratio related to exciting points ((2, 3) mode)

(a) Measuring point A (b) Measuring point B

(c) Measuring point C (d) Measuring point D

Fig. 14 Phase distribution contour maps ((2, 1) mode)

図で異なるが、0.01 deg 程度の小さい値である。これらの図を見ると、渦がはっきりと現れ加振源が明確にわからない場合の等位相線図を示す図 14(b), (d) では、ほぼ節線(図 14 における $x=0.175$ m の線)に対して対称に近い等位相線分布になっていることがわかる。一方、渦が生成されていても加振源が明確にわかる場合の等位相線図を示す図 14(a), (c) では、節線に対して非対称な等位相線分布になっていることがわかる。

さらに、位相のずれについて比較を行うため、それぞれのフェイズセルにおける位相ずれについて次式で表される位相ずれ比 ξ_ϕ を考える。

$$\xi_\phi = \delta\phi_1 / \delta\phi_2 \dots \dots \dots (15)$$

ここで、 $\delta\phi_1, \delta\phi_2$ は、フェイズセル 1, 2 における位相ずれを表す。これにより、それぞれ異なるフェイズセル間の位相ずれの大きさを比較することができ、また、この値が 1 に近いほどフェイズセル間の位相ずれが等しく、節線に対して対称な振動状態になっていると考えることができる。そこで、この位相ずれ比 ξ_ϕ を求めた結果を図 15~17 に示す。図中において、○、●印は図 10~12 のときと同様である。

これらの図と図 10~12 を比較すると、○印で示す領域においては位相ずれ比の大きさにかかわらず音響放射効率はほぼ一定値であることがわかる。しかし、●印で示す渦の発生する領域においては、異なるフェイズセル間の位相ずれが小さく、位相ずれ比が 1 に近いほうが音響放射効率が大きくなっている。また、○印で示す領域においても、位相ずれが小さいほうが音響放射効率がわずかに大きくなるが、このときの音響放射効率は●印で示しているときに比べ、大きな変化がないことがわかる。

すなわち、加振位置を移動させた場合の音響放射エネルギーについて、音響放射効率等を用いて比較を行った結果、音響放射効率が大きいときは、フェイズセル間における位相ずれが小さく、さらに等位相線の分布が節線に対してほぼ対称になっている場合であることがわかる。逆に、音響放射効率が減少しているときは、等位相線の分布が節線に対してほぼ対称な分布を示す場合でも、異なるフェイズセル間での位相ずれが大きい場合であることがわかる。また、等位相線の分布が節線に対してほぼ対称な分布となるとき音響放射効率の変化に比べ、等位相線の分布が節線に対して

非対称な分布を示す場合には、異なるフェイズセル間での位相ずれ比の大きさにかかわらず、音響放射効率はほぼ一定の値となり急激な変化がないことがわかる。

4. 結 言

振動、音響エネルギーの観点から音の発生メカニズムをとらえることを考えた。周辺が完全固定された平板に対して点加振を行うとき、振動エネルギー分布はその加振位置によって異なるが、この分布が音響エネルギーの放射に与える影響を調べた結果、以下のような結論を得た。

(1) 点加振を行う場合、加振位置によって振動インテンシティベクトルにより示される振動エネルギー流れのパターンは、渦が完全には生成されず加振点が明確に現れる場合と、渦が完全に生成されて加振点が不明確である場合の大きく 2 種類の分布に分けることができる。

(2) 振動モードの節線近傍に加振源がある場合、振動インテンシティベクトルの渦が生成され、加振源が不明確となる振動エネルギー流れの分布になる。

(3) 振動インテンシティの渦が完全に生成されていない場合、音響放射効率は、ほぼ一定値である。

(4) 振動インテンシティの渦が完全に生成されているときの音響放射効率の変化(増大・減少)は、振動平板の異なるフェイズセル間での位相ずれの大きさに依存し、位相のずれが小さい場合に音響放射効率は増大し、逆に位相のずれが大きいときに減少する。

文 献

- (1) 小嶋直哉・ほか 2 名, 機論, **46** 411, C(1980), 1355-1363.
- (2) Uno Ingard, K. and Akay, A., *Trans. ASME*, 109(1987), 75-81.
- (3) Maidanik, G., *J. Acoust. Soc. Am.*, **34**(1962), 809-826.
- (4) 田中信雄・ほか 2 名, 機論, **57** 537, C(1991), 1512-1519.
- (5) 例えば, 田中信雄・ほか 2 名, 機論, **57** 541, C(1991), 2846-2853.
- (6) Noiseux, D. U., *J. Acoust. Soc. Am.*, **47**(1969), 238-242.
- (7) Pavic, G., *J. Sound Vib.*, **49** 2(1976), 221-230.
- (8) Mann, J. A., ほか 2 名, *J. Acoust. Soc. Am.*, **82**(1987), 17-30.
- (9) 中川紀彦・ほか 2 名, 機論, **61** 590, C(1995), 3820-3826.
- (10) 長松昭男, モード解析, (1985), 64, 培風館.
- (11) Wallace, C. E., *J. Acoust. Soc. Am.*, **51**(1972), 946-952.